

Zum Tragverhalten von kombiniert beanspruchtem Mauerwerk

Report

Author(s): Mojsilović, Nebojša

Publication date: 1995

Permanent link: https://doi.org/10.3929/ethz-a-001573549

Rights / license: In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Originally published in: IBK Bericht 216

Zum Tragverhalten von kombiniert beanspruchtem Mauerwerk

Nebojša Mojsilović

Institut für Baustatik und Konstruktion Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

> Zürich Dezember 1995

Vorwort

Das Tragverhalten von Mauerwerk wurde an der ETH Zürich im Laufe der letzten zwanzig Jahre systematisch erforscht, bis 1990 unter der Leitung meines Vorgängers, Prof. Dr. Bruno Thürlimann, und seit 1992 im Rahmen des Forschungsprojekts "Mauerwerk unter kombinierter Beanspruchung" unter meiner Leitung.

Die früheren Arbeiten befassten sich mit dem Verhalten von Wänden, die durch exzentrische Normalkräfte oder zentrische Scheibenkräfte beansprucht werden. Mit dem vorliegenden, als Promotionsarbeit verfassten Bericht dehnt Herr Mojsilović die bisherigen Untersuchungen auf den allgemeinen Fall exzentrisch wirkender Scheibenkräfte aus.

Das Forschungsprojekt "Mauerwerk unter kombinierter Beanspruchung" wird durch die Kommission für Technologie und Innovation (KTI, vormals KWF), den Verband Schweizerische Ziegelindustrie (VSZ), die Kalksandsteinhersteller FBB Hinwil, Kanderkies, Hard AG und HKS Hunziker Kalksandstein AG, die Union des Fabricants de Produits en Béton de Suisse romande sowie den Schweizerischen Verband der Betonwaren-Fabrikanten finanziell unterstützt. Die Forschungsarbeiten werden von einer beratenden Kommission begleitet, der die Herren Dr. G. Marchand, H. Gubler, W. Nydegger, F. Emrich, P. Capeder, U. Bollhalder, U. Winiger, J. Michod, P.A. Desmeules und E. Zwahlen angehören. Für ihre Unterstützung sei allen Genannten herzlich gedankt.

Zürich, im Dezember 1995

Prof. Dr. Peter Marti

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung								
	1.1 Rückblick	1							
	1.2 Problemstellung und Zielsetzung	3							
	1.3 Übersicht	3							
2	Stand der bisherigen Untersuchungen	5							
	2.1 Beanspruchung durch zentrische Scheibenkräfte	5							
	2.1.1 Bruchbedingung für zweiachsig beanspruchtes Mauerwerk	5							
	2.1.2 Schubwände	10							
	2.2 Beanspruchung durch exzentrische Normalkraft	13							
	2.2.1 Untersuchungen von Furler	13							
	2.2.2 Ontersuchungen von Schwartz	22							
	2.3 Beanspruchung durch Biege- und Drillmomente	22							
	2.3.1 Theoretische Ansätze	24							
	2.3.2 Plattenversuche	26							
	2.3.3 Elementversuche	27							
	2.4 Zusammenfassung	33							
3	Eigene Versuche	35							
	3.1 Kleinkörperversuche	35							
	3.2 Wandversuche	38							
	3.2.1 Horizontale Auslenkungen und Exzentrizitäten der Normalkraft	41							
	3.2.2 Exzentrizitats-Krummungs-Beziehungen	44							
	3.2.4 Vorgespannte Wände	43 47							
	3 3 Zusammenfassung	49							
4	Sandwichmodell	51							
-	4.1 Modellbildung	51							
	4.2. Theoretische Grundlagen	52							
	4.3 Scheibenmodelle	56							
	4.3.1 Spannungsfelder	58							
	4.3.2 Fachwerkmodelle	66							
	4.4 Experimentelle Verifikation	68							
	4.4.1 Vergleich mit eigenen Versuchen	68							
	4.4.2 Vergleich mit den Versuchen von Guggisberg und Thürlimann	74							
	4.4.3 Diskussion	70 70							
-		13							
3	Erganzende Betrachtungen	ð I 01							
	5.1 Stennigkent und Fesuigkent von zentrisch beanspruchtem Mauerwerk	81 81							
	5.1.2 Mauerwerksfestigkeiten	88							
	5.2 Kombiniert beanspruchtes Mauerwerk	97							
	5.2.1 Exzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen	97							

5.2.2 Interaktion der Schnittkräfte	102
5.3 Bewehrtes Mauerwerk	111
5.3.1 Schlaff bewehrtes Mauerwerk	111
5.3.2 Vorgespannte Wände	115
5.4 Zusammenfassung	119
Schlussfolgerungen	122
Kurzfassung	123
Résumé	125
Summary	127
Literatur	129
Bezeichnungen	135

1 Einleitung

Sic transit gloria mundi

1.1 Rückblick

Babylon¹: Diese Stadt der Antike war ein Juwel Südmesopotamiens. Sie wurde vor 5000 Jahren am Fluss Euphrat gebaut und von Sumerern bewohnt. Vor 2700 Jahren, während einer der Blütezeiten der Stadt, liess Nabukadnezar II, König der Sumerer, eines der zwei ihm zugeschriebenen Weltwunder der Antike bauen, den Turm von Babylon. Nach heutigen Schätzungen wohnten zu dieser Zeit mindestens eineinhalb Millionen Menschen in Babylon. Die Stadt verfügte über eine für diese Zeit ungewöhnliche Infrastruktur (Strassen, Kanalisation, Bewässerungsysteme, Brücke über den Euphrat), und die Einwohner konnten die heute als Weltwunder bezeichneten herrlichen hängenden Gärten der Semiramis und die grossen Festungsanlagen rings um die Stadt bewundern.



Bild 1.1 - Turm von Babylon (Gemälde von P. Breugel d. Ä., 1563, Kunsthistorisches Museum Wien)

Der Etemenanki² genannte Turm von Babylon wurde als Stufenturm (Zikkurrat) erbaut, um der Stadtgottheit Marduk Ergebenheit zu zeigen. Der Turm wurde aus gebrannten

¹⁾ Bab-ila = Gottes Tor

²⁾ E-te-men-an-ki = Grundstein von Himmel und Erde

Ziegeln, welche mit Lehm vermörtelt waren, gebaut. Zwischen den Ziegelschichten wurde teilweise eine Asphaltschicht als Verstärkung aufgebracht. Der Turm mass nach den gefundenen Keilschrifttafeln im Grundriss 91.6 x 91.6 m und hatte sieben Stockwerke mit einer Gesamthöhe von 90 m. Es wurden ca. 85 Millionen Ziegel im Turm eingebaut [42].

Dank seiner Monumentalität, aber auch wegen der Beschreibung im Alten Testament (ca. 500 vor Christus), wo der Turm von Babylon als Symbol der menschlichen Überheblichkeit dargestellt wird (1. Mose 11, 1-9), wurde der Turm zum Thema zahlreicher Künstler, Geistlicher, Politiker und Wissenschaftler. Eine beeindruckende bildliche Darstellung des Turms ist das heute im Kunsthistorischen Museum in Wien ausgestellte Gemälde von P. Breugel d. Ä. aus dem Jahr 1563 (Bild 1.1).

Alexander der Grosse eroberte die Stadt im Jahre 330 v. Chr. Er wollte aus Babylon eine Welthauptstadt machen, wurde aber durch seinen frühen Tod daran gehindert. Damit begann der Untergang einer der grössten Schöpfungen der Menschheit. Bald verschwand Babylon aus der Geschichte.

Das Beispiel des Turms von Babylon stellt nur einen kleinen Ausschnitt aus der langen und reichen Geschichte des Mauerwerksbaus dar. Erst nach der industriellen Revolution im 18. Jahrhundert kam Stahl, und gegen Ende des 19. Jahrhunderts kamen Beton bzw. Stahlbeton als Baumaterialien zur Anwendung. Alles bis dahin Gebaute war fast ausschliesslich aus Mauerwerk oder Holz errichtet worden.

Die ersten bedeutenden Zeugen des Mauerwerksbaus stammen aus Persien. Ihr Alter wird auf 10'000 Jahre geschätzt. Im Laufe der Zeit verlagerte sich die Kunst des Bauens nach Westen. Als Zeugen dieser Entwicklung bleiben noch heute monumentale Bauten wie die Pyramiden der Ägypter, die Tempel der Griechen, die Arenen und Viadukte der Römer, die Sakralbauten des Mittelalters. Die folgenden Zeiten der Gotik, der Renaissance, des Barocks, der Moderne und der Neuzeit wurden ebenfalls durch zahlreiche Bauten aus Mauerwerk charakterisiert; man denke vor allem an die Kathedralen und Brücken.

Zu einem kurzen Rückblick in die Geschichte des Mauerwerksbaus gehören auch die grossen Schöpfungen anderer Kulturkreise, wie zum Beispiel die Paläste und Altäre der Mayas, die von Inkas gebaute Stadt Machu Picchu und die grosse Mauer in China.

Die Geschichte des Mauerwerksbaus umfasst also schon zehn Jahrtausende. Dank seiner physikalischen Eigenschaften und einer breiten Palette von Einsatzmöglichkeiten ist Mauerwerk aber auch heute noch aktuell und besitzt ein beträchtliches, noch nicht ausgeschöpftes Potential für künftige Entwicklungen.

1.2 Problemstellung und Zielsetzung

Die Bemessung von Mauerwerkswänden erfolgt in der Schweiz gemäss SIA-Norm 177/2 [60] getrennt für die Beanspruchung durch exzentrische Normalkräfte (senkrecht zu den Lagerfugen) einerseits und zentrische Scheibenkräfte andererseits.

Im Rahmen des Forschungsprojekts "Mauerwerk unter kombinierter Beanspruchung" wird am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich seit 1992 der allgemeine Fall kombinierter Beanspruchung durch exzentrisch wirkende Scheibenkräfte theoretisch und experimentell untersucht; dabei wird unbewehrtes, bewehrtes und vorgespanntes Mauerwerk aus Backsteinen, Zement- und Kalksandsteinen in die Betrachtung einbezogen.

Die vorliegende Arbeit hat zum Ziel, ein theoretisches Modell zu entwickeln, mit welchem das Tragverhalten von kombiniert beanspruchtem Mauerwerk erfasst werden kann. Die Leistungsfähigkeit dieses Modells soll anhand eigener Versuche an kombiniert beanspruchtem Mauerwerk [44] sowie anhand einer früher durchgeführten Serie von Versuchen an Plattenelementen aus unbewehrtem Backsteinmauerwerk [26, 27, 64] nachgewiesen werden.

Aufgrund einer eingehenden Auseinandersetzung mit den bisherigen Untersuchungen sowie der eigenen experimentellen und theoretischen Arbeiten sollen ferner verschiedene Ergänzungen zum Verhalten von zentrisch, exzentrisch und kombiniert beanspruchtem Mauerwerk in einer für praktische Anwendungen geeigneten Art formuliert werden.

1.3 Übersicht

Kapitel 2 bietet eine Übersicht über den Stand der bisherigen Untersuchungen, unter besonderer Berücksichtigung der an der ETH Zürich erarbeiteten Beiträge. Zunächst wird über Arbeiten an mit Scheibenkräften zentrisch beanspruchtem Mauerwerk berichtet. Anschliessend werden Arbeiten über das Verhalten von Mauerwerkswänden unter exzentrischer Normalkraft vorgestellt. Schliesslich werden Beiträge zur Frage der Querbelastung von Mauerwerk erörtert.

Kapitel 3 fasst die wichtigsten Ergebnisse der eigenen Versuche an kombiniert beanspruchtem Mauerwerk zusammen [44]. Diese umfassten Rotationsversuche an 28 unbewehrten, bewehrten und vorgespannten Mauerwerkswänden sowie Druckversuche an 20 Kleinkörpern aus Backsteinen, Zement- und Kalksandsteinen.

Im Kapitel 4 wird ein Sandwichmodell für kombiniert beanspruchtes Mauerwerk entwickelt und anhand eigener [44] und fremder Versuche [26, 27, 64] verifiziert.

Kapitel 5 enthält ergänzende Betrachtungen zum Verhalten von zentrisch, exzentrisch und kombiniert beanspruchtem Mauerwerk. Zuerst werden Steifigkeit und Festigkeit von

zentrisch beanspruchtem Mauerwerk diskutiert. Darauf folgt eine Erörterung des Verhaltens kombiniert beanspruchter Wände. Den Abschluss bildet eine Diskussion des Verhaltens von bewehrtem, exzentrisch beanspruchtem Mauerwerk.

Schlussfolgerungen sind im Kapitel 6 enthalten.

2 Stand der bisherigen Untersuchungen

In den letzten 20 Jahren wurde das Trag- und Bruchverhalten von Mauerwerk am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich intensiv erforscht. Diese Arbeiten konzentrierten sich auf die Entwicklung einer Bruchbedingung für zweiachsig beanspruchtes Mauerwerk [17], die Beanspruchung von Mauerwerkswänden durch zentrische Scheibenkräfte [17, 20-22, 25, 37, 38] und exzentrische Normalkräfte [14-16, 55-57, 65] sowie die Beanspruchung von Mauerwerkselementen durch Biege- und Drillmomente [26, 27, 64]. Sie haben weitgehend ihren Niederschlag in der Norm SIA 177/2 [60] gefunden.

Im vorliegenden Kapitel werden ausser diesen schweizerischen Beiträgen auch entsprechende Arbeiten von Forschern ausserhalb der Schweiz dargestellt. Alle hier erwähnten experimentellen und theoretischen Untersuchungen beziehen sich hauptsächlich auf unbewehrtes Mauerwerk.

2.1 Beanspruchung durch zentrische Scheibenkräfte

2.1.1 Bruchbedingung für zweiachsig beanspruchtes Mauerwerk

Eine allgemeine Bruchbedingung für Mauerwerksscheiben wurde an der ETH Zürich analog zu jener für Stahlbetonscheiben [40, 41, 45] aufgestellt. Sie wurde von *Ganz* theoretisch entwickelt [17] und anhand verschiedener Versuchsserien geprüft. Insgesamt wurden 52 Druckversuche an Backsteinkleinkörpern [20, 25], 10 Versuche an Kalksandsteinkleinkörpern [25] und 28 Versuche an Zementsteinkleinkörpern [37] durchgeführt.

Wegen seiner Lochung wird der Stein als orthotrope Komponente modelliert; sein Querschnitt wird in einen parallel zur Wandebene zweiachsig beanspruchten Teil und einen senkrecht zu den Lagerfugen einachsig beanspruchten Teil aufgeteilt. In den Mörtelfugen wird Schub- und Zugversagen untersucht; es wird angenommen, dass wegen des dreiachsigen Spannungszustandes in den Mörtelfugen ein Druckversagen im Mörtel auszuschliessen ist. Einer allfällig vorhandenen Bewehrung werden lediglich Zugspannungen zugewiesen.

Unter der Voraussetzung, dass sich alle Materialien starr-ideal plastisch verhalten, dass die Mauerwerkszugfestigkeit vernachlässigbar ist und die im Bild 2.1 dargestellten Bruchbedingungen der einzelnen Mauerwerkskomponenten gelten, ergibt sich die Bruchbedingung für das Mauerwerk als Linearkombination der Bruchbedingungen der

Komponenten. Dabei wird die Schubtragfähigkeit der Stossfugen vernachlässigt, vor allem wegen der glatten Steinoberflächen und der meistens mangelnden Vermörtelung.



Bild 2.1 - Bruchbedingungen der einzelnen Mauerwerkskomponenten

Die Bruchbedingung des unbewehrten Mauerwerks, welche durch vier unabhängige Materialparameter bestimmt ist (Mauerwerksfestigkeiten f_x und f_y in x- und y-Richtung, Reibungswinkel φ und Kohäsion c der Lagerfuge), lässt sich durch fünf Regimes beschreiben, nämlich:

(1) Zugversagen des Mauerwerks

$$\tau_{xy}^2 - \sigma_x \sigma_y \le 0 \tag{2.1}$$

(2) Druckversagen der Steine

$$\tau_{xy}^{2} - (\sigma_{x} + f_{x})(\sigma_{y} + f_{y}) \le 0$$
 (2.2)

(3) Schubversagen der Steine

$$\tau_{xy}^2 + \sigma_y(\sigma_y + f_y) \le 0 \tag{2.3}$$

(4a) Gleiten entlang der Lagerfugen

$$\tau_{xy}^2 - (c - \sigma_x \tan \varphi)^2 \le 0$$
(2.4)

und

(4b) Trennbruch in der Lagerfuge

$$\tau_{xy}^{2} + \sigma_{x} \left[\sigma_{x} + 2c \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right) \right] \le 0$$
(2.5)

Im dreidimensionalen Spannungsraum wird diese Bruchbedingung durch zwei elliptische Kegel, zwei Kreiszylinder und eine Ebene dargestellt, siehe Bild 2.2.

Im Bild 2.2 ist auch der Verlauf der Druckfestigkeit in Funktion der Lagerfugenneigung α dargestellt. Bei verschwindender Hauptspannung σ_1 wird dieser Verlauf durch die Kurve ABCDEF bestimmt. Punkt C stellt den Übergang vom Regime (3) ins Regime

(4a) dar. Der minimale Wert der Festigkeit wird bei einer Lagerfugenneigung von $\pi/4 + \varphi/2$ erreicht (Punkt D). Eine vereinfachte Darstellung der einachsigen Druckfestigkeit wurde in die SIA Norm 177/2 [60] integriert.



Bild 2.2 - Bruchbedingung für unbewehrtes Mauerwerk nach Ganz [17]

Sowohl die erwähnte Bruchbedingung als auch entsprechende Bedingungen für bewehrtes Mauerwerk und für unbewehrtes Mauerwerk mit Zugfestigkeit sind in [17] im Detail beschrieben und diskutiert.

Die Bruchbedingung von Ganz [17] untersucht die Frage der Kraftübertragung bei mangelndem Kontakt der Stossfugen nicht weiter. Da derartige Brüche aber tatsächlich beobachtet wurden [25, 44], liefert die vorliegende Arbeit in den Kapiteln 4 und 5 entsprechende Ergänzungen.

Mann und Müller [39] entwickelten eine Theorie für Mauerwerk unter Druck- und Schubbeanspruchung auf dem Niveau der zulässigen Spannungen. Die untersuchten Regimes umfassen:

(1) Überschreiten der aufnehmbaren Druckspannung

$$-\sigma_{x} \leq \sigma_{adm} - \tau_{xy} \frac{h}{b}$$
(2.6)

(2) Klaffen der Lagerfuge

$$-\sigma_{x} \leq 2\tau_{xy}\frac{h}{b}$$
 (2.7)

(3) Versagen der Lagerfuge auf Abscheren

$$\tau_{xy} \le c - \sigma_x \tan \phi \tag{2.8}$$

und

(4) Versagen des Steines infolge der Steinquerkraft

$$\tau_{xy} \le \frac{1}{2ht} V_{b, adm}$$
(2.9)

In den obigen Gleichungen werden Länge, Höhe und Breite des Steins mit b, h und t bezeichnet. Die von Mann und Müller angenommene Verteilung der am Stein angreifenden Spannungen sowie eine Darstellung des zulässigen Spannungsbereichs im $\sigma_x - \tau_{xy}$ Koordinaten-System sind dem Bild 2.3 zu entnehmen. Das Bild enthält auch einen typischen Schnitt der Bedingung von Ganz mit einer Ebene $\sigma_y =$ konstant.



Bild 2.3 - Bruchbedingung nach Mann und Müller [39]

Die Bruchbedingung von Mann und Müller liefert einen interessanten Ansatz für die Verteilung der am Stein angreifenden Spannungen. Dieser Ansatz wird im Kapitel 4 mit diskontinuierlichen Spannungsfeldern für die Spannungsverteilung im Steininneren weiter entwickelt.

Aufgrund von 33 einachsigen Druckversuchen an Mauerwerksprismen mit und ohne Füllmörtel [30] schlugen *Hamid und Drysdale* [31] eine Bruchbedingung für Zementsteinmauerwerk vor. Die Bruchbedingung unterscheidet drei Bruchregimes:

(1) Spaltzugversagen des Steines

$$a_{1}\sigma_{x}^{2} + a_{2}\sigma_{y}^{2} + a_{3}(\sigma_{x} - \sigma_{y})^{2} + a_{4}\sigma_{x} + a_{5}\sigma_{y} + a_{6}\tau_{xy}^{2} = 0$$
(2.10)

(2) Gleiten entlang der Lagerfugen

$$\tau_{yx} \le c_x - \sigma_x \tan \varphi_x \tag{2.11}$$

und

(3) Gleiten entlang der Stossfugen

$$\tau_{xy} \le c_y - \sigma_y \tan \varphi_y \tag{2.12}$$

Die Koeffizienten a_1 bis a_6 in der Gleichung (2.10) sind aus Standardversuchen (einachsige Zug- und Druck- sowie Schubversuche) zu bestimmende Materialparameter. Die je zwei weitere Parameter enthaltenden Gleichungen (2.11) und (2.12) stellen Coulombsche Reibungsgesetze für die x- und y-Richtung dar. Für den Fall von Mauerwerk ohne Füllmörtel ist der Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse im Bild 2.4 dargestellt.

Hamid und Drysdale schlugen auch eine entsprechende Bruchbedingung für Backsteinmauerwerk vor, welche anhand von 18 Versuchen verifiziert wurde [32]. Anstatt Gleichung (2.10) werden die Bedingungen $-\sigma_{2u} \le f_x$ für kleine α und $-\sigma_{2u} \le f_y$ für grosse α verwendet, wobei f_x und f_y die Mauerwerksfestigkeiten bei Druckbeanspruchung senkrecht zu den Lager- bzw. Stossfugen bezeichnen. Im Bild 2.4 ist auch diese Bruchbedingung zusammen mit entsprechenden Versuchsresultaten dargestellt.



Bild 2.4 - Bruchbedingungen nach Hamid und Drysdale [31, 32]

Eine umfangreiche Versuchsserie an Backsteinmauerwerk aus Modellsteinen wurde von *Page* durchgeführt [47]. Insgesamt wurden 208 zweiachsig beanspruchte Körper geprüft. Die Bruchspannungen bei 102 Versuchen befanden sich im Druck/Druck-Bereich; der Rest der Versuchskörper versagte bei Druck/Zug-Spannungszuständen. Bild 2.5 enthält eine Darstellung der Versuchsergebnisse der zweiachsig gedrückten Körper in Abhängigkeit der normierten Hauptspannungen und des Fugenneigungswinkels. Die im Bild eingetragenen Kurven stellen jeweils Mittelwerte der Versuchsresultate bei einem

bestimmten Neigungswinkel dar. Die Werte wurden mit der nach der australischen Norm [63] definierten Druckfestigkeit f_{ref} normiert.



Bild 2.5 - Bruchbedingung nach Page [47]

2.1.2 Schubwände

Die im Abschnitt 2.1.1 beschriebene Bruchbedingung von Ganz wurde auch auf die Berechnung der Traglast von mit Scheibenkräften beanspruchten Mauerwerkswänden angewendet [17, 22]. Unter der Annahme eines starr-ideal plastischen Materialverhaltens wurden mit Hilfe von Spannungsfeldern untere Grenzwerte der Traglast ermittelt, und durch Betrachten verschiedener Bruchmechanismen ergaben sich entsprechende obere Grenzwerte. Für allgemeine Belastungen durch Normal- und Schubkräfte wurden auf diese Weise Interaktionsdiagramme hergeleitet (Bild 2.6). Die theoretischen Arbeiten wurden durch Versuche an fünf unbewehrten und zwei mit einer Lagerfugenbewehrung bewehrten Wänden aus Backsteinmauerwerk [21], siehe Bild 2.7, sowie an drei unbewehrten Wänden aus Zementsteinmauerwerk verifiziert [38]. Die Prüfwände zeigten ein erstaunlich grosses Verformungsvermögen, und die theoretische Traglast wurde bei allen Wänden ausser der Wand W6 erreicht.



Bild 2.6 - Theoretische Interaktion von Schubkraft und Normalkraft [17]



Bild 2.7 - Schubkraft-Schiebungs-Beziehungen der Versuchswände [21]

Die Resultate der oben erwähnten experimentellen und theoretischen Untersuchungen wurden in die Norm SIA 177/2 [60] aufgenommen (Bild 2.8). Nach dieser Norm kann der Nachweis der Tragsicherheit einer Schubwand mit der Vorstellung einer einachsig beanspruchten Druckstrebe durchgeführt werden. Die Tragsicherheit ist erfüllt, wenn

$$-N_{xd} \le f_{yd} l_{red} t \cos^2 \alpha \tag{2.13}$$

ist, wobei

$$\alpha = \tan^{-1}(-V_d/N_{xd}) \le \varphi_d \tag{2.14}$$

und

$$l_{red} = l + \frac{2M_{zd}^{int}}{N_{xd}}$$
 (2.15)



Bild 2.8 - Schubwand mit geneigter Druckstrebe [60]

Hendry und Sinha [34] prüften zwei grosse Schubwände, welche aus je drei nebeneinander gemauerten und mit Flanschen getrennten, 2.5 x 3.0 m grossen Wänden aus Backsteinmauerwerk aufgebaut waren. Eine Schubwand wurde mit Öffnungen ausgeführt. Fünf der sechs Wände versagten durch Ausbildung eines treppenförmigen Risses. Ausser Grossversuchen wurden auch entsprechende Modellversuche durchgeführt, und es wurde festgestellt, dass sich beide Serien fast gleich verhielten. Allerdings waren die Verformungen der Modellversuchskörper bei hohen Schubspannungen verhältnismässig viel grösser als die entsprechenden Verformungen der Grossversuchskörper. In [34] wurde anhand der Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen eine lineare Beziehung (Regressionsgerade) zwischen der zulässigen Schubspannung und der aufgebrachten Normalspannung vorgeschlagen.

Lurati und Thürlimann [38] führten Versuche an drei Schubwänden aus Zementsteinmauerwerk durch. Die Wände zeigten ein grosses Verformungsvermögen. Eine Analyse mittels Spannungsfeldern ergab eine gute Übereinstimmung von theoretischen und experimentellen Ergebnissen. Es wurde ebenfalls ein Vergleich der nach SIA 177/2 [60] berechneten und beobachteten Bruchbeanspruchungen gemacht. Die mit Hilfe des Bemessungsverfahrens aus der Norm ermittelten Werte erwiesen sich als sehr konservativ. Dabei ist zu bemerken, dass die Versuchswände mit seitlichen Flanschen versehen waren, was im Normverfahren nicht berücksichtigt ist.

Vermeltfoort et al. [66] prüften 12 Schubwände, wovon sechs eine Öffnung in der Wandmitte aufwiesen. Die Versuchsergebnisse dienten einer Parameteranalyse, welche mit Hilfe der Methode der Finiten Elemente sowie der Distinct Element-Methode (DEM) durchgeführt wurde. Bei der letztgenannten Methode werden Steine und Mörtelfugen separat modelliert, und bei der Berechnung wird das nichtlineare Verhalten berücksichtigt. Die in [66] dargestellten Ergebnisse der DEM zeigten eine gute Übereinstimmung mit der Last-Verformungs-Kurve; für den Bruchwert der unter konstanter Vertikallast monoton gesteigerten Horizontallast ergab sich jedoch keine befriedigende Nachrechnung. Die Autoren führten diese Abweichung auf das Stoffgesetz der Steine zurück, welches ohne Entfestigung angenommen wurde.

Woodward und Rankine [67] untersuchten 32 Schubwände aus Zementsteinmauerwerk. Anhand der Versuchsergebnisse wurde eine lineare Interaktions-Beziehung (Regressionsgerade) zwischen der vertikalen und der horizontalen Last vorgeschlagen.

Vor kurzem wurde von *Schwegler* [58] an der EMPA in Dübendorf eine Versuchsserie an sieben mit durch Kohlenstoffaserlamellen bzw. Kohlenstoffasergewebe verstärkten Mauerwerksschubwänden abgeschlossen. Ziel dieser Versuche war die Entwicklung neuer Methoden zur Verstärkung von erdbebenbeanspruchten Mauerwerkswänden im Sinne einer Duktilitäts- und Tragwiderstandserhöhung. Die geprüften Wände zeigten tatsächlich einen erhöhten Tragwiderstand, insbesondere diejenigen, bei welchen die Verstärkungen in den Decken oben und unten verankert waren. Verankerte Lamellen lösten sich bei hohen Verformungen von der Mauerwerkswand ab; sie konnten aber dank der Verankerungen auch im abgelösten Zustand weiterhin ihre Tragfunktion gewährleisten. Die mit aufgeklebtem Gewebe verstärkten Wände zeigten einen geringeren Anstieg des Tragwiderstandes und verhielten sich sehr spröd; die Gewebe waren nicht in den an die Wand anschliessenden Decken verankert.

2.2 Beanspruchung durch exzentrische Normalkraft

Diese Beanspruchungsart wurde an der ETH Zürich in verschiedenen Arbeiten experimentell [15, 16, 23, 56] und theoretisch [14, 55] untersucht. Insgesamt wurden 44 Rotationsversuche an Backsteinwänden [15], 16 Versuche an Kalksandsteinwänden [16], 19 Versuche an Zementsteinwänden [56] und 6 Versuche an Wänden aus Porenbetonmauerwerk [23] durchgeführt.

2.2.1 Untersuchungen von Furler

Ausgehend von drei unterschiedlichen Materialgesetzen leitete *Furler* auf theoretischem Wege Exzentrizitäts-Krümmungs- und Biegemoment-Normalkraft-Interaktions-Beziehungen für Mauerwerk her [14]. Die betrachteten Idealisierungen umfassen linear elastisches Material mit und ohne Zugfestigkeit sowie linear elastisch-ideal plastisches Material ohne Zugfestigkeit. Dabei ist auch der Einfluss der Steinform (Lochung) untersucht worden. Die Bilder 2.9 und 2.10 zeigen die Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen und die Biegemoment-Normalkraft-Interaktion für den Fall eines Vollquerschnittes mit linear elastischem Material mit Zugfestigkeit. Aus den in den Versuchen [15] ermittelten Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen ist eine weitere, bilinear elastisch-ideal plastische Spannungs-Dehnungs-Beziehung für Backsteinmauerwerk bestimmt worden (Bild 2.11).



Bild 2.9 - Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen und Stoffgesetz [14]

Bei der Betrachtung des Tragverhaltens werden zwei Beanspruchungsarten diskutiert. Bei der ersten greift eine monoton wachsende Achsiallast an einer durch ein Lager vorgeschriebenen Stelle am Wandende an, und bei der zweiten wird die Wand unter konstanter Normalkraft einer aufgezwungenen Verdrehung am unteren Wandende unterworfen.



Bild 2.10 - Biegemoment-Normalkraft-Interaktion [14]



Bild 2.11 - Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen und Stoffgesetz [14]

Die Differentialgleichung für die Durchbiegung eines exzentrisch gedrückten Stabes wird für den Fall eines linear elastischen Stoffgesetzes und eines Vollquerschnittes analytisch gelöst. Die in Wirklichkeit vorkommenden Materialgesetze und Querschnittsformen werden mit numerischen Verfahren behandelt. Diese numerische Berechnung erfolgt an einem Starrkörper-Feder-Modell und basiert auf der Methode der Gleichgewichtskurven oder Stützenbiegelinien (Column-Deflection-Curves, CDC), siehe Bild 2.12. Die Mörtelfugen werden als Federn mit einem nichtlinearen Stoffgesetz modelliert, und die Steine werden als starre Körper angenommen, siehe Bild 2.13. Damit werden alle Nichtlinearitäten in den Lagerfugen zusammengefasst.

Von den Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen ausgehend können Gleichgewichtskurven für eine konstante Achsiallast berechnet werden. Die Berechnung erfolgt im allgemeinen durch eine numerische Integration unter der Annahme, die Krümmung zwischen zwei Integrationspunkten sei konstant (Bild 2.12).



Bild 2.12 - Berechnung der Gleichgewichtskurven (CDC) [14]

Mit der bekannten Exzentrizität in einem Integrationspunkt kann aus der Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehung die entsprechende Krümmung ermittelt werden, und durch numerische Integration kann die Exzentrizität im nächsten Punkt berechnet werden:

$$e_{i+1} = e_i - \theta_i \Delta x - \chi_i \frac{(\Delta x)^2}{2}$$
 (2.16)

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \chi_i \Delta x \tag{2.17}$$

Bei dem von Furler dargestellten Modell sind die Krümmungen in den Federn konzentriert. Dadurch wird die CDC polygonal und weist Knicke an den Federstellen auf. Der Zusammenhang zwischen der Krümmung χ und der Rotation ϕ der Feder ist im Bild 2.13 angegeben.



Bild 2.13 - Starrkörper-Feder-Modell [14]

Die errechneten Gleichgewichtskurven ermöglichen die Berechnung des Tragverhaltens von Mauerwerkswänden mit einer nichtlinearen Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehung unter Berücksichtigung der Effekte 2. Ordnung. Auf diese Weise sind von Furler Endexzentrizitäts-Endverdrehungs-Beziehungen ermittelt und anschliessend mit experimentell bestimmten Beziehungen verglichen worden [14], siehe Bild 2.14.



Bild 2.14 - Endexzentrizitäts-Endverdrehungs-Beziehungen [14]

Aus den in [14] beschriebenen Untersuchungen ist ein Bemessungsverfahren entstanden, welches in der Praxis durch die Empfehlung SIA 177/1 [59] zur Anwendung gekommen ist. Bild 2.15 zeigt zwei entsprechende Bemessungsdiagramme für Kalksandsteinmauerwerk.



Bild 2.15 - Typische Bemessungsdiagramme aus der Empfehlung SIA 177/1 [59]

2.2.2 Untersuchungen von Schwartz

In der Arbeit von *Schwartz* [55] wird das Tragverhalten der Mauerwerkswände weiter untersucht. Anders als in [14] werden nicht Spannungs-Dehnungs-Beziehungen des Mauerwerks als Grundgrössen angenommen, da die nachfolgenden numerischen Berechnungen der Exzentrizitäts-Krümmungs-Kurven sehr aufwendig sind und im allgemeinen die Bemessung erschweren. Stattdessen werden die Exzentrizitäts-Krümmungs-Kurven mit Hilfe von Versuchsdaten kalibriert. Die Versuchsparameter, die den analytischen Verlauf der Kurve bestimmen, sind die Anfangsbiegesteifigkeit und charakteristische Exzentrizitätswerte [55]. Zwei nichtlineare Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen werden betrachtet (Bild 2.16), nämlich eine durch trigonometrische Funktionen definierte und eine parabolische Beziehung:

$$\chi \cdot \frac{-\pi B}{2Ne_{ref}} = \tan\left(\frac{\pi}{2}\eta\right) \cdot \left[1 + \tan^2\left(\frac{\pi}{2}\eta\right)\right]$$
(2.18)

$$\chi \cdot \frac{-2B}{Ne_{ref}} = (1 - \eta)^{-3}$$
 (2.19)

Diese idealisierten Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen werden durch zweimaliges Ableiten aus zwei analytischen Lösungen für Gleichgewichtskurven gewonnen:

$$\eta = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\eta_{\rm m}\right) \sin\left(\frac{\pi x}{\rm h}\right) \right]$$
(2.20)

$$\eta = 1 - \left[1 - \frac{4\eta_m x}{h} (2 - \eta_m) \left(1 - \frac{x}{h}\right)\right]^{0.5}$$
(2.21)

Dabei wird mit B die Anfangsbiegesteifigkeit und mit e_{ref} eine Bezugsexzentrizität bezeichnet. Die Grösse η_m stellt den Scharparameter der Gleichgewichtskurven dar.



Bild 2.16 - Theoretische Ansätze nach Schwartz [55]

Ausserdem wird eine Kombination von linear elastischen und parabolischen Beziehungen eingeführt. Als Spezialfälle umfassen diese Beziehungen sowohl eine linear elastisch - ideal plastische als auch eine starr - ideal plastische e- χ Beziehung. Ferner wird eine Kombination der trigonometrischen und parabolischen Beziehung mit dem Spezialfall einer elastisch - ideal plastischen e- χ Beziehung betrachtet. Für alle diese Ansätze werden die Gleichgewichtskurven analytisch berechnet. Im allgemeinen erfolgt die Berechnung der CDC-Scharen jedoch durch eine numerische Integration unter der Annahme, die Krümmung zwischen zwei Integrationspunkten sei konstant.

Für die praktische Bemessung wird eine durch einen ideal plastischen Ast begrenzte, nicht lineare e- χ Beziehung vorgeschlagen [61], deren nicht linearer Teil mit e_{ref} = 3t/4 durch (2.18) charakterisiert ist:

$$\chi = \frac{-3\mathrm{Nt}}{2\pi\mathrm{B}} \mathrm{tan}\left(\frac{2\pi\mathrm{e}}{3\mathrm{t}}\right) \left[1 + \mathrm{tan}^2\left(\frac{2\pi\mathrm{e}}{3\mathrm{t}}\right)\right] , \qquad 0 \le \mathrm{e} \le 0.45\mathrm{t} \qquad (2.22)$$

$$\chi \ge \chi(0.45t)$$
, $e = 0.45t$ (2.23)

Die in (2.22) auftretende Anfangsbiegesteifigkeit B kann aus

$$B = EI \sqrt{1 - \frac{\nu}{2}} \quad \text{mit} \quad \nu = \frac{-N}{Af_x}$$
(2.24)

bestimmt werden, wobei E den Anfangsmodul und I das Trägheitsmoment des Bruttowandquerschnittes bezeichnen. Die Beziehung (2.24) wurde aufgrund einer parabolischen Spannungs-Dehnungs-Beziehung für einen Vollquerschnitt hergeleitet [55]. Somit ergeben sich für verschiedene Werte der Anfangsbiegesteifigkeit bzw. für verschiedene Normalkraftniveaus, Elastizitätsmoduli und Festigkeiten des Mauerwerks zur e-Achse affine e- χ Kurven. Sowohl der theoretische Ansatz für die e- χ Beziehung als auch ein Vergleich der kalibrierten theoretischen Kurve mit Versuchsergebnissen sind in den Bildern 2.17 und 2.18 dargestellt.



Bild 2.17 - Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehung [55]

In der Arbeit von Schwartz wurde auch das Bruchverhalten der Mauerwerkswände untersucht (Bild 2.19). Von drei möglichen Bruchregimes ausgehend leitete Schwartz eine Momenten-Normalkraft-Interaktion ab, welche in normierter Form im Bild 2.20 dargestellt ist.



Bild 2.18 - Vergleich mit Versuchen [55]

Beim Regime I ist die Normalkraft klein; Zugbeanspruchungen des Steins werden nicht massgebend. Die Normalkraft verschiebt sich gegen den Rand des Querschnitts, und es entsteht eine sehr schmale Druckzone in der Lagerfuge. Es kann eine Festigkeit in der Grössenordnung der Steindruckfestigkeit f_b erreicht werden. Die entsprechende Momenten-Normalkraft-Interaktion ist durch die Gleichung

$$v = \frac{f_b}{f_x} \left(1 - \frac{2e}{t} \right)$$
(2.25)

bestimmt.

Regime II stellt sich bei einer mittelgrossen Normalkraft ein. Infolge unterschiedlicher Querdehnungszahlen von Stein und Mörtel ergibt sich in der Mörtelfuge Querdruck, während der Stein quer auf Zug beansprucht wird. Mit wachsender Normalkraft führt diese Zugbeanspruchung zu einem Spaltbruch des Steins.



Bild 2.19 - Bruchregimes nach Schwartz [55]

Regime III veranschaulicht das Kräftespiel bei einer fast zentrisch wirkenden Normalkraft. Wie Regime II wurde auch Regime III nur qualitativ beschrieben [55]; im Bild 2.20 sind zwei entsprechende Kurven dargestellt.



Bild 2.20 - Normierte M-N-Interaktion [55]

Unter der Annahme, Mauerwerk sei ein starr - ideal plastisches Material ohne Zugfestigkeit und mit einer Druckfestigkeit f_x , erhält man für einen Vollquerschnitt die Beziehung

$$v = 1 - \frac{2e}{t} \tag{2.26}$$

welche im Bild 2.20 ebenfalls eingetragen ist [55].

Für die Bemessung wurde vorgeschlagen, die Exzentrizität e auf den Wert 3t/8 zu beschränken, um die Toleranzen bei der Ausbildung der Lagerfugen zu berücksichtigen und eine einfachere Herleitung der Bemessungsdiagramme zu ermöglichen. Damit und unter der Annahme einer Bezugsexzentrizität e_{ref} von 0.65t ergibt sich durch Anwendung der Gleichung (2.18) folgende nichtlinear elastisch - ideal plastische e- χ Beziehung:

$$\chi \frac{h_{\rm E}^{2}}{t} = 4.1 \tan\left(2.4 \frac{e}{t}\right) \left[1 + \tan^{2}\left(2.4 \frac{e}{t}\right)\right] \qquad \text{mit} \quad h_{\rm E}^{2} = \frac{\pi^{2} B}{-N}, \qquad \frac{e}{t} \le \frac{3}{8}, \quad (2.27)$$

wobei h_E die Knicklänge bezeichnet, welche der aufgebrachten Kraft N eines an beiden Enden gelenkig gelagerten Druckstabes mit einer Anfangsbiegesteifigkeit B entspricht. Da die Exzentrizität beschränkt ist, weisen Wände mit einer Normalkraft kleiner als $0.25Af_x$ ein sehr grosses Verformungsvermögen auf, und ein Bruch durch Materialversagen ist nicht mehr möglich. Diese vereinfachten Beziehungen sind in die Norm SIA 177/2 [60] aufgenommen worden (Bild 2.21); die entsprechenden Nachweise erfolgen auf dem sogenannten Bemessungsniveau.



Bild 2.21 - Vereinfachte Beziehungen gemäss der Norm SIA 177/2 [60]

Mit den Vereinfachungen gemäss Bild 2.21 und mit Hilfe der CDC leitete Schwartz [55] die Endexzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen für die unbewehrten Rotationsversuchswände her und verglich sie mit den Versuchsresultaten. Ferner entwickelte er eine Reihe von Bemessungsdiagrammen für die Nachweise der Tragsicherheit und der Gebrauchstauglichkeit von Mauerwerkswänden, welche in die Norm SIA 177/2 [60] aufgenommen wurden (Bild 2.22).

Insgesamt wurden sechs Bemessungsdiagramme für verschiedene Randbedingungen der Wand entwickelt. Je drei Diagramme betreffen den Nachweis der Tragsicherheit und jenen der Gebrauchstauglichkeit. Die Diagramme für den Tragsicherheitsnachweis enthalten eine Schar der normierten Endexzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen. Als Scharparameter ist die normierte Wandhöhe h/h_E eingeführt. Dieser Parameter stellt den Einfluss des Normalkraftniveaus dar,

$$\frac{h}{h_E} = \sqrt{\frac{-N}{N_E}}$$
(2.28)

wobei N_E die Eulersche Knickkraft eines an beiden Enden gelenkig gelagerten Druckstabes mit der Länge h und mit einer Anfangsbiegesteifigkeit B ist. Diese Kurvenschar wird für den Nachweis der Stabilitätssicherheit einer Wand angewendet. Die andere Kurvenschar im Bemessungsdiagramm stellt Linien gleicher Exzentrizität der Normalkraft im Querschnitt mit maximalem Moment dar. Diese Kurven beschreiben den Bruch infolge eines lokalen Materialversagens der Wand und sind somit Begrenzungslinien der Endexzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen. Der Gebrauchstauglichkeitsnachweis wird entsprechend durchgeführt. Dabei wird die Schar der Linien gleicher Exzentrizität der Normalkraft im Querschnitt mit maximalem Moment als eine Schar von Kurven gleicher Rissbreiten dargestellt; zu diesem Zweck werden die aus den Krümmungen zwischen den Mitten benachbarter Steine sich ergebenden Verformungen in den dazwischenliegenden Lagerfugen konzentriert.



Bild 2.22 - Beispiel eines Bemessungsdiagrammes aus der Norm SIA 177/2 [60]

Die Diagramme sind für Nachweise der Tragsicherheit auf dem sogenannten Bemessungsniveau konzipiert, d. h. die Einwirkungen sind mit entsprechenden Lastfaktoren zu multiplizieren, und die Festigkeiten und Steifigkeiten sind durch einen Widerstandsbeiwert $\gamma_{R} = 2$ zu dividieren.

2.2.3 Weitere Untersuchungen



Bild 2.23 - e₀- ϑ -Beziehungen aus Versuchen an Porenbetonmauerwerk [23]

In den Forschungsarbeiten von Furler und Schwartz wurde Porenbetonmauerwerk nicht miteinbezogen. Aus diesem Grund sind die in der Norm SIA 177/2 für Porenbetonmauerwerk angegebenen Rechenwerte der Mauerwerksfestigkeit und der Verformungsgrössen vorsichtig angesetzt, und ein allgemeiner Tragsicherheitsnachweis nach der Theorie 2. Ordnung wird ausgeschlossen, da keine entsprechenden Biegemoment-Normalkraft-Krümmungs-Beziehungen vorliegen. Um diese Situation zu verbessern, wurde vor kur-

zem eine Versuchsserie an sechs Wänden und neun Kleinkörpern aus Porenbetonmauerwerk durchgeführt [23]. Das Trag- und Bruchverhalten der Versuchswände war demjenigen der in [55] beschriebenen Versuche ähnlich (Bild 2.23). Deshalb wurde empfohlen, auch für Porenbetonmauerwerk den allgemeinen Tragsicherheitsnachweis nach der Theorie 2. Ordnung zuzulassen [23].

Frisch-Fay [12, 13] entwickelte eine analytische Methode zur Untersuchung des Tragverhaltens von Mauerwerkswänden, die einer aufgezwungenen Endverdrehung unterworfen werden. Grundlage der Methode ist ein nichtlineares Stoffgesetz, welches der bereits eingeführten Beziehung von Furler (Bild 2.11) entspricht. Anstatt einer bilinearen Beziehung wurde eine hyperbolische Funktion für den Spannungs-Dehnungs-Verlauf angenommen. Damit wurde für einen Vollquerschnitt die Endexzentrizitäts-Fussverdrehungs-Beziehung hergeleitet und anhand der Versuche von Furler [16] überprüft. Die Übereinstimmung der theoretischen mit entsprechenden Versuchsresultaten kann als befriedigend bezeichnet werden. Die analytische Methode ergibt eine maximale Exzentrizität, welche derjenigen aus den Versuchen entspricht; Abweichungen sind aber beim Verlauf der Exzentrizitäts-Endverdrehungs-Beziehung festzustellen, was auf die von Frisch-Fay vorgenommene Idealisierung des Querschnittes und der Randbedingungen am unteren Wandende zurückzuführen ist.

Drysdale und Sallam [10] führten zehn Versuche an exzentrisch belasteten Zementsteinwänden durch; vier davon waren bewehrt. Es wurde versucht, die Ergebnisse mittels einer Finite Elemente-Berechnung nachvollzuziehen. Dabei wurde für die Berechnung eine aus Hilfsversuchen stammende, nicht lineare Spannungs-Dehnungs-Beziehung des Mauerwerks ohne Zugfestigkeit eingesetzt. Während die Übereinstimmung der Ergebnisse für die bewehrten Versuchswände sehr gut war, ergaben sich für die unbewehrten Wände zum Teil grosse Abweichungen zwischen theoretischen und experimentellen Bruchlasten.

Sahlin [52] berechnete eine Schar Parameter-Kurven, welche die Rotationswinkel des Wandendes mit dem Normalkraftniveau verknüpft. Seine Arbeit stützt sich auf die von *Angervo* [2] hergeleitete Lösung der Differentialgleichung eines exzentrisch gedrückten Stabes ohne Zugfestigkeit. Sahlins Diagramme enthalten zwei Kurvenscharen: Eine stellt Kurven konstanter Endexzentrizität dar, und die andere ist eine Schar von Kurven konstanter Randspannung. Die Diagramme ermöglichen somit die Bestimmung der maximalen Spannung im Querschnitt für gegebene Normalkraft, Fussverdrehung und Wandgeometrie.

2.3 Beanspruchung durch Biege- und Drillmomente

Die bisherigen Forschungsarbeiten im Bereich des querbelasteten Mauerwerks wurden vor allem in zwei Richtungen vorangetrieben.

Einerseits wurden aufgrund der Plastizitätstheorie Bruchbedingungen für vorwiegend biegebeanspruchtes Mauerwerk und für kombinierte Beanspruchung durch Momente und Scheibenkräfte hergeleitet und an Elementversuchen überprüft [4, 7, 9, 26, 27, 64].

Andererseits wurden Versuche an Balken und Platten sowie querbelasteten Wänden durchgeführt und mit Hilfe der Elastizitäts- und der Plastizitätstheorie interpretiert [3, 8, 11, 36, 46, 62].

2.3.1 Theoretische Ansätze

Das Biegetragverhalten von Mauerwerk wurde vor allem von Baker [5, 6, 9] intensiv erforscht. Er entwickelte eine Bruchbedingung für zweiachsige Biegung [4, 7, 9]. Die Entwicklung erfolgte schrittweise: In einem ersten Schritt wurde aufgrund von verschiedenen Versuchen für einachsig auf Biegung beanspruchte Elemente eine empirische Beziehung zwischen dem Bruchmoment und der Neigung der Lagerfugen zur Richtung der Hauptmomente hergeleitet. In einem zweiten Schritt wurde für zweiachsig auf Biegung beanspruchte Elemente mit Hauptmomenten parallel und senkrecht zu den Lagerelliptische Interaktionsfigur aufgestellt. überprüfte seine fugen eine Baker Bruchbedingung anhand von 310 Versuchen an sogenannten "single joint" Körpern [4], siehe Bild 2.24. Theoretische und experimentelle Ergebnisse stimmten im allgemeinen gut überein, einige Versuchspunkte lagen jedoch auf der unsicheren Seite der Bruchbedingung. Durch Kombination der beiden erwähnten Schritte gelangte Baker schliesslich zu der im Bild 2.24 dargestellten, allgemeinen Bruchbedingung. Die elliptische Bruchbedingung ist durch zwei Materialparameter σ_{1u} und σ_{2u} bestimmt, welche vom Lagerfugenneigungswinkel abhängen.



Bild 2.24 - Bruchbedingung nach Baker [9]

Guggisberg und Thürlimann [26, 27, 64] schlugen eine Bruchbedingung für kombinierte Scheiben- und Biegebeanspruchung vor. Das Mauerwerk wurde, ähnlich wie in der Arbeit von Ganz [17], in zwei Komponenten, d. h. in Stein und in Mörtelfugen, aufgeteilt. Ferner wurde der Stein als orthotrope Komponente modelliert; sein Querschnitt wurde in einen parallel zur Wandebene zweiachsig beanspruchten Teil und einen senkrecht zu den Lagerfugen einachsig beanspruchten Teil aufgeteilt. Demzufolge teilten Guggisberg und Thürlimann den Mauerwerksquerschnitt in zwei Elemente A und ein dazwischenliegendes Element B auf, siehe Bild 2.25.



Bild 2.25 - Bruchbedingung nach Guggisberg und Thürlimann [26, 27]

Die Bruchbedingung im sechsdimensionalen Raum der Spannungsresultierenden folgt durch Linearkombination der Bruchbedingungen für die einzelnen Komponenten. Die Bruchbedingung des Elementes A wird, ähnlich wie in [40], durch

$$n_{xyA}^{2} - (n_{xA} - \omega t f_{yA})(n_{yA} - \omega t f_{yA}) \le 0$$

(1 + \omega)^{2} n_{xyA}^{2} - (\omega n_{xA} - n_{yA} + \omega t f_{yA})(\omega n_{yA} - n_{xA} + \omega t f_{yA}) \le 0
(2.29)
 $n_{xyA}^{2} - (n_{xA} + t f_{yA})(n_{yA} + t f_{yA}) \le 0$

beschrieben, wobei

$$n_{xA} = \frac{n_x}{2} \pm \frac{m_x}{d}$$

$$n_{yA} = \frac{n_y}{2} \pm \frac{m_y}{d}$$

$$n_{xyA} = \frac{n_{xy}}{2} \pm \frac{m_{xy}}{d}$$
(2.30)

und t und d die Dicke, bzw. den Abstand der Mittelebenen der äusseren Lamellen bezeichnen. Der Koeffizient ω ist gleich dem Verhältnis von Zug- und Druckfestigkeit des Steinmaterials. Die Bruchbedingung des Elementes B wird wie folgt definiert:

$$4(1+\omega)^{2}f_{yB}^{2}m_{x}^{2} - (n_{x} + kf_{yB})^{2}(n_{x} - \omega kf_{yB})^{2} \le 0$$
(2.31)

Die neu eingeführten Festigkeitswerte der Elemente, f_{yA} und f_{yB} , stehen mit den auf den Bruttoquerschnitt bezogenen Werten f_x und f_y in folgendem Zusammenhang:

$$2tf_{yA} + kf_{yB} = (2t + k)f_{x}$$

$$2tf_{yA} = (2t + k)f_{y}$$
(2.32)

Ein dreidimensionaler Schnitt durch die sechsdimensionale Hyperfläche der Bruchbedingung liefert eine dreidimensionale Bruchfigur, wie z. B. im Bild 2.25 dargestellt. Es ist zu beachten, dass die dargestellte Bruchbedingung keine Regimes enthält, welche durch Versagen der Lager- oder Stossfugen charakterisiert sind. Im Abschnitt 2.3.3 werden die Versuche von Guggisberg und Thürlimann [24, 26, 27], welche zur Überprüfung der Bruchbedingung durchgeführt wurden, näher erläutert.

Ein weiterer Vorschlag, welcher sich auf die Arbeit von Mann und Müller [39] abstützt, wurde von *Pfeifer* vorgestellt [48]. Pfeifers Vorschlag geht von getrennten Bruchbedingungen für Lagerfuge und Stein aus. Es wird vorausgesetzt, die Stossfugen seien aus der Tragwirkung ausgeschlossen. Die Bruchbedingung für die Lagerfuge beinhaltet eine kugelförmige Interaktion zwischen dem senkrecht zur Lagerfuge wirkenden Drillmoment und den beiden in der Lagerfugenebene wirkenden Querkraftkomponenten. Die Bedingung für den Stein, welcher als Scheibe modelliert wird, folgt einer modifizierten Bruchbedingung von Mann und Müller [39]. In [48] wird kein Vergleich mit Versuchsergebnissen gezeigt.

2.3.2 Plattenversuche

Baker [3, 8] machte Bruchversuche an insgesamt 37 Mauerwerksplatten aus Backsteinen mit verschiedenen Auflagerbedingungen. Die Platten wurden einer monoton wachsenden, gleichmässig verteilten Last unterworfen. Für die rechnerische Bestimmung der Bruchlast wurden in einer ersten Phase [3] die Elastizitätstheorie, die Fliessgelenklinienmethode und die von Baker entwickelte Streifenmethode [3] eingesetzt; diese Methode setzt eine Unterteilung der Platte in zwei orthogonale Streifenscharen (parallel und senkrecht zu den Lagerfugen) voraus und ermittelt den Widerstand der Platte als Summe der Widerstände der einzelnen Streifen. In einer zweiten Phase [8] wurde zusätzlich die im Abschnitt 2.3.1 dargestellte Bruchbedingung von Baker für die Nachrechnung der Versuchsresultate eingesetzt.

Lawrence [36] führte 27 Versuche an stockwerkshohen Wänden mit fünf verschiedenen Auflagerbedingungen durch. Die Versuchsergebnisse wurden mit Hilfe der Elastizitätstheorie, der Fliessgelenklinienmethode und der Streifenmethode von Baker [3] nachgerechnet. Die Versuchsresultate lagen zwischen den Werten, welche mit Hilfe der Fliessgelenklinienmethode und der Streifenmethode gewonnen wurden. *Nag und Davies* [46] setzten die Methode der finiten Differenzen für die Lösung der Biegedifferentialgleichungen von Mauerwerksschalen ein. Es wurden auch Membrankräfte in die Rechnung miteinbezogen. Nach der Bestimmung der Achsial- und Biegesteifigkeiten wurden die partiellen Differentialgleichungen nach den Verschiebungen gelöst. Um den theoretischen Ansatz prüfen zu können, führten sie Versuche an einer Platte und einer Zylinderschale durch. Die Versuchskörper waren in der Stossfugenrichtung bewehrt und mit einer gleichmässig verteilten Last beansprucht. Es wurde eine gute Übereinstimmung von experimentellen und rechnerischen Durchbiegungen festgestellt.

Sinha [62] benutzte eine von ihm entwickelte, modifizierte Version der Fliessgelenklinienmethode, um die Bruchlast von orthotropen Platten unter gleichmässig verteilter Belastung zu ermitteln. Die auf diese Art berechneten Bruchlasten stimmten gut mit den in sechs Experimenten beobachteten Bruchlasten überein.

Frederiksen [11] berichtet über 16 Versuche an Platten, welche aus Modellsteinen aufgebaut waren. Die Bruchlasten wurden durch Anwenden der Fliessgelenklinienmethode nachgerechnet. Da die theoretischen Werte im Vergleich zu den Versuchen eine zu tiefe Bruchlast lieferten, wurden zur Verbesserung auch Membraneffekte berücksichtigt, was eine gute Übereinstimmung mit den Versuchergebnissen brachte.

2.3.3 Elementversuche

Im Zeitraum von 1986 bis 1988 wurde an der ETH Zürich das Verhalten querbelasteter Mauerwerkskörper untersucht [26, 27, 64]. Da diese Untersuchungen nicht in Form eines Versuchsberichtes veröffentlicht wurden, wird hier eine detaillierte Beschreibung anhand der Versuchsprotokolle [24] vorgenommen.

a) Versuchsprogramm



Bild 2.26 - Versuchskörper

Die mit Q bezeichnete Versuchsserie umfasste insgesamt 12 Versuche. Die Versuchskörper massen 1.20 x 2.10 x 0.15 m. Sie wurden von einer gleichmässig verteilten Normalkraft n_x und von Momenten m_x und m_y beansprucht. In vier Versuchen wurde zusätzlich ein Drillmoment m_{xy} aufgebracht, indem an den vier Ecken des Versuchskörpers entsprechende Einzellasten $2m_{xy}$ angebracht wurden (Bild 2.26). Ziel der Versuche war, die im Abschnitt 2.3.1 beschriebene Bruchbedingung zu prüfen.

Die initial aufgebrachte Normalkraft n_x wurde während des Versuchs konstant gehalten. Biege- und Drillmomente wurden proportional bis zum Bruch gesteigert. Die Tabelle 2.1 fasst das Versuchsprogramm und die Bruchbeanspruchungen zusammen.

Versuch	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q10	Q11	Q12	Q13
n _x [kNm ⁻¹]	-267	-67	-67	-67	-67	-267	-20	-67	-67	-67	-67	-67
m _x [kN]	12.56	4.88	3.95	0.08	1.35	15.54	0.53	-4.00	0	0	1.02	1.20
m _y [kN]	1.77	0.59	1.75	1.88	1.95	1.29	1.83	1.44	0	1.25	0.49	1.35
m _{xy} [kN]	-	-	-	-	-	-	-	-	-3.51	-2.50	-1.87	-2.50

Tabelle 2.1 - Versuchsprogramm

b) Versuchskörper

Die Versuchskörper waren als Einsteinmauerwerk im Läuferverband aufgemauert. Die unterste und die oberste Steinlage bestanden aus in der Höhe halbierten Steinen.

Mit Ausnahme von Q10 waren die Versuchskörper unbewehrt. Der Versuchskörper Q10 war an den beiden senkrechten Rändern mit einer vertikalen Bewehrung, bestehend aus je 4 Stäben Durchmesser 5 mm, sowie 300 mm langen Bügeln in den Lagerfugen leicht verstärkt. Die vertikale Bewehrung wurde in die Löcher der Steine eingefädelt und mit einem Gussmörtel vergossen. Bei allen Versuchen mit Drillmoment wurde der Versuchskörper ausserdem in den Ecken mit Beton verstärkt. Die Lagerfugen waren voll verfüllt und 10 mm stark. Die Stossfugen wurden als Pressfugen mit verdecktem Spatz ausgeführt, d. h. nur die Vertiefung in der Stirnseite der Steine war mit Mörtel verfüllt, die äusseren Steinlamellen stiessen trocken aneinander. Die Versuchskörper wurden in der Versuchshalle der ETH-Hönggerberg aufgemauert und dort bis zum Versuch während mindestens 28 Tagen gelagert.

Im Bild 2.27 ist der verwendete Backstein samt Lochbild und Steinkennwerten [25, 28] dargestellt. Die Festigkeitswerte des Steins sind auf den Bruttoquerschnitt bezogen.

Der Mörtel für die Versuche enthielt 350 kg Zement pro m³ fertige Mischung. Von jeder Mischung wurden drei Proben in Standardprismenform (160 x 40 x 40 mm) hergestellt, woran Biegezug- und Würfeldruckfestigkeitsprüfungen durchgeführt worden. Die mittlere Druckfestigkeit des Mörtels betrug 27.0 MPa und die mittlere Biegezugfestigkeit 6.5 MPa.



Steinkennwerte:

Abmessungen150x300x190 mmLochflächenanteil46%Druckfestigkeit inx-Richtung (f_b)X-Richtung (f_b)37.4 MPaZugfestigkeit iny-Richtung (f_{bt})0.47 MPa

Bild 2.27 - Backstein B15 M

Die Festigkeitswerte des Mauerwerks, welche nach RILEM-Empfehlungen [1] bestimmt wurden, betrugen $f_x = 7.9$ MPa und $f_y = 2.5$ MPa. Die Fugenparameter ergaben sich zu c = 0.17 MPa und $tan\phi = 0.71$.

c) Versuchsdurchführung

Eine Ansicht der Versuchsanlage ist im Bild 2.28 gegeben.



Bild 2.28 - Versuchsanlage

Die Krafteinleitungselemente für die Kräfte in x-Richtung bestanden aus 12 Stahlplatten von 20 mm Stärke, die auf die Steine aufgemörtelt wurden. Auf die Stahlplatten wurden dann sechs kastenförmige Balken, bestehend aus je zwei U-Profilen, aufgesetzt. Je zwei dieser Balken bildeten zusammen mit zwei symmetrisch zur Mauerebene angeordneten Hydraulikzylindern ein Belastungselement, mit welchem Biegemomente m_x und Normalkräfte n_x aufgebracht werden konnten.

Die sechs Krafteinleitungselemente für die Kräfte in y-Richtung waren aus je drei U-Profilen zusammengeschraubt und bildeten einen Schuh, der den Stein umfasste.

Durch ein Bohrloch wurde eine Stahlstange durch den Stein gestossen, womit der Krafteinleitungsschuh am Stein festgezogen werden konnte. Das Moment m_y wurde mit Hilfe eines kleinen Hydraulikzylinders und eines 1 m langen Hebelarms aufgebracht.

Damit sich der Versuchskörper frei verformen konnte, wurde die Belastungseinrichtung an einem Stahlrahmen aufgehängt. Um Starrkörperbewegungen aus der Ebene zu verhindern, war die Versuchswand an drei Ecken mit langen Stahlstangen seitlich verankert. Da die Stangen biegsam waren, konnte sich der Versuchskörper trotzdem unbehindert ausbiegen. Zur Erzeugung des Drillmomentes waren bei den Versuchen mit Drillmoment drei Ecken des Körpers mit Stangen verankert, während in der vierten Ecke mittels eines Hydraulikzylinders gezogen wurde. Die durch den Hydraulikzylinder erzeugte Kraft wurde mit einem allseitig drehbaren Gelenk in den Versuchskörper eingeleitet, so dass dessen Verdrillung nicht behindert wurde.

Jede mit Hydraulikzylindern erzeugte Kraft wurde über den Öldruck und mittels unabhängiger Kraftmessdosen gemessen. Bei den Versuchen mit Drillmoment wurden zudem die Kräfte in den Verankerungsstangen mit Dehnmessstreifen erfasst.

Zur Versuchssteuerung wurde an einem der Hydraulikzylinder in x-Richtung der Kolbenweg gemessen. Bei den Versuchen mit Drillung wurde der Hydraulikzylinder zur Erzeugung des Drillmomentes ebenfalls mit einem Wegaufnehmer ausgerüstet.



Bild 2.29 - Messnetze hinten (A) und vorne (B)

Die Deformation des Versuchskörpers wurde mittels zweier Messnetze auf den Wandoberflächen erfasst (Bilder 2.28 und 2.29). Mit einem Deformeter, das jeweils die Distanz zwischen zwei auf die Oberfläche geklebten Messbolzen erfasste, wurden die Messnetze ausgemessen. Die Ausbiegung aus der Wandebene wurde mit Hilfe einer Messstange gemessen.

Eine starke Krümmung der Versuchswand in x-Richtung verursachte wegen der Verdrehung der Krafteinleitungselemente eine erhebliche Veränderung der Exzentrizität der Achsiallast und musste als Einfluss 2. Ordnung berücksichtigt werden. Die Veränderung des Hebelarms der Achsiallast wurde mit Hilfe eines speziellen Messgerätes erfasst, welches auf einem induktiven Wegaufnehmer basierte.

Am Schluss jeder Messung erfolgte die visuelle Untersuchung der Versuchswand. Risse wurden von Hand nachgezeichnet und fotografisch festgehalten. Die Rissweiten wurden gemessen und protokolliert.

d) Versuchsresultate

Die Bruchbilder der Versuchskörper sind im Bild 2.30 dargestellt. Beim Versuch Q6 wurde ein lokaler Bruch in einer Körperecke beobachtet. Der Versuchskörper Q8 erwies sich wegen eines frühzeitigen Steinanrisses (siehe Bild 2.30) als schwächer, und die Bruchlast lag tiefer als bei anderen Versuchen [24]. Beim Versuch Q12 wurde die Körperecke beim Drillungskolben abgerissen.

Zur Ausgleichung der Messfehler und zur Ermittlung der Verschiebungen der Messnetzknoten bezüglich der unverschobenen Nullage wurde ein spezielles Computerprogramm benützt. In einem weiteren Schritt wurden aus den Knotenverschiebungen des Messnetzes mittlere Verzerrungen berechnet. Dies erfolgte unter der Annahme, dass sich die Verschiebungen innerhalb der einzelnen Dreiecke bzw. Rechtecke im Netz linear verändern und die Verzerrungen deshalb konstant sind. Die ausgewerteten Verzerrungen stellen die Mittelwerte eines Teilmessbereiches in der Körpermitte dar. Zusätzlich wurden die Verzerrungen in einem Teilbereich in der Körperecke ermittelt (siehe auch Bild 2.29). Die gewonnenen Werte zeigen einen gewissen Einfluss der Randstörungen in der Krafteinleitungszone, die Verzerrungen des mittleren Bereiches können jedoch als für das Verhalten der Versuchskörper repräsentativ betrachtet werden.



Bild 2.30 - Bruchrisse der Versuchsserie Q [24, 64]

Typische Ergebnisse der Ausbiegungsmessungen sind im Bild 2.31 dargestellt.


Bild 2.31 - Ausbiegungen aus der Wandebene [26]



Bild 2.32 - Momenten-Krümmungs-Beziehungen

Die Krümmungen wurden aus den Verzerrungen an den beiden Oberflächen bestimmt, und durch Zuordnen zu den entsprechenden Momenten wurden die im Bild 2.32 dargestellten Momenten-Krümmungs-Kurven ermittelt. Momenten-Krümmungs-Beziehungen, bei welchen die Krümmungen kleiner als 2 km⁻¹ blieben, wurden nicht dargestellt.

2.4 Zusammenfassung

Kapitel 2 enthält eine Übersicht über den Stand der bisherigen Untersuchungen, unter besonderer Berücksichtigung der an der ETH Zürich erarbeiteten Beiträge.

In den letzten 20 Jahren wurde das Trag- und Bruchverhalten von Mauerwerk am Institut für Baustatik und Konstruktion der ETH Zürich intensiv erforscht. Diese Arbeiten konzentrierten sich auf die Entwicklung einer Bruchbedingung für zweiachsig beanspruchtes Mauerwerk, die Beanspruchung von Mauerwerkswänden durch zentrische Scheibenkräfte und exzentrische Normalkräfte sowie die Beanspruchung von Mauerwerkselementen durch Biege- und Drillmomente. Alle im Kapitel 2 erwähnten experimentellen und theoretischen Arbeiten beziehen sich hauptsächlich auf unbewehrtes Mauerwerk.

Zentrische Scheibenkräfte

Zunächst wird eine allgemeine Bruchbedingung für zentrisch beanspruchte Mauerwerksscheiben dargestellt. Sie wurde von *Ganz* [17] analog zu jener für Stahlbetonscheiben [40, 41, 45] theoretisch entwickelt und anhand verschiedener Versuchsserien [20, 25, 37] an insgesamt 90 Kleinkörpern geprüft. Zusätzlich diskutiert werden die Bruchbedingung von *Mann und Müller* [39], welche auf dem Niveau der zulässigen Spannungen entwickelt wurde, die Bruchbedingung von *Hamid und Drysdale* [31, 32], welche ein Spaltzugversagen der Steine unter hohen Druckspannungen und Gleiten entlang der Lager- bzw. Stossfugen berücksichtigt, sowie die Bruchbedingung von *Page* [47].

Anschliessend werden Untersuchungen dargestellt, welche die Tragfähigkeit von Schubwänden betreffen. Unter der Annahme eines starr-ideal plastischen Materialverhaltens wurden von *Ganz* [17] mit Hilfe von Spannungsfeldern untere Grenzwerte und durch Betrachten verschiedener Bruchmechanismen obere Grenzwerte der Traglast ermittelt; für allgemeine Belastungen durch Normal- und Schubkräfte leitete er entsprechende Interaktionsdiagramme her. Diese theoretischen Arbeiten wurden durch Versuche an Schubwänden aus Backsteinmauerwerk [21] (*Ganz und Thürlimann*) und aus Zementsteinmauerwerk [38] (*Lurati und Thürlimann*) verifiziert. Zur Ergänzung werden auch die theoretischen und experimentellen Arbeiten von *Hendry und Sinha* [34], *Vermeltfoort et al.* [66], *Woodward und Rankine* [67] und *Schwegler* [58] zusammengefasst.

Aus allen betrachteten Arbeiten geht hervor, dass Schubwände die ihnen zugewiesenen Lasten primär durch geneigte Druckstreben weiterleiten, und dass das Versagen durch einen treppenförmigen Riss und durch Zerstörung der höchstbeanspruchten Wandecke auftritt.

Exzentrische Normalkraft

Diese Beanspruchungsart wurde an der ETH Zürich mit insgesamt 85 Rotationsversuchen an Backsteinwänden, Kalksandsteinwänden, Zementsteinwänden und an Wänden aus Porenbetonmauerwerk untersucht [15, 16, 23, 56]. Entsprechende theoretische Arbeiten lieferten *Furler* [14] und *Schwartz* [55], wobei von zwei Beanspruchungsarten ausgegangen wurde: Bei der ersten greift eine monoton wachsende Achsiallast an einer durch ein Lager vorgeschriebenen Stelle am Wandende an, und bei der zweiten wird die Wand unter konstanter Normalkraft einer aufgezwungenen Verdrehung am Wandende unterworfen. Von bekannten Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen ausgehend können Gleichgewichtskurven für konstante Achsiallast berechnet werden, und dies ermöglicht die allgemeine Diskussion des Tragverhaltens von Mauerwerkswänden unter Berücksichtigung der Effekte 2. Ordnung. Die Darstellung dieser Arbeiten schliesst mit der Erläuterung der auf ihnen basierenden, in die Norm SIA 177/2 aufgenommenen Bemessungsdiagramme für die Nachweise der Tragsicherheit und der Gebrauchstauglichkeit von Mauerwerkswänden sowie mit einer knappen Zusammenfassung der Untersuchungen von *Frisch-Fay* [12, 13], *Drysdale und Sallam* [10] und *Sahlin* [52].

Aus allen Untersuchungen geht hervor, dass sich bei Wänden unter kleiner Normalkraft ein klaffender Riss öffnet, was in einem grossen Verformungsvermögen resultiert; andererseits verhalten sich Wände unter grosser Normalkraft eher spröd und versagen durch Materialbrüche. Die Last-Verformungs-Beziehungen lassen sich unter Verwendung geeigneter Materialparameter in beiden Fällen mit Hilfe von Gleichgewichtskurven gut voraussagen.

Biege- und Drillmomente

Die Untersuchungen über querbelastetes Mauerwerk wurden bisher vor allem in zwei Richtungen vorangetrieben. Einerseits wurden Bruchbedingungen für vorwiegend biegebeanspruchtes Mauerwerk und für kombinierte Beanspruchung durch Momente und Scheibenkräfte hergeleitet. Andererseits wurden Versuche an Balken und Platten sowie querbelasteten Wänden durchgeführt und mit Hilfe der Elastizitäts- und der Plastizitätstheorie interpretiert.

Ausser der von *Baker* [4, 7, 9] entwickelten Bruchbedingung für zweiachsige Biegung des Mauerwerks wird zunächst die von *Guggisberg und Thürlimann* [26, 27, 64] vorgeschlagene Bruchbedingung für allgemeine Beanspruchung durch Momente und Scheibenkräfte dargestellt. Anschliessend werden von verschiedenen Autoren durchgeführte Plattenversuche und deren Auswertung diskutiert [3, 8, 11, 36, 46, 62].

Abschliessend werden die 12 Elementversuche von *Guggisberg und Thürlimann* [24, 26, 27] dargestellt. Da diese Untersuchungen nicht in Form eines Versuchsberichtes veröffentlicht wurden, wird eine detaillierte Beschreibung anhand der Versuchsprotokolle vorgenommen.

3 Eigene Versuche

Als Fortsetzung der an der ETH Zürich durchgeführten Forschungsarbeiten, welche im Kapitel 2 beschrieben sind, wurde im Rahmen des Forschungsprojekts "Mauerwerk unter kombinierter Beanspruchung" eine Versuchsserie an 28 unbewehrten, bewehrten und vorgespannten Mauerwerkswänden aus Zement-, Kalksand- und Backsteinen durchgeführt [44]. Dazu wurden als Hilfsversuche 20 Kleinkörper geprüft.

3.1 Kleinkörperversuche

Als Hilfsversuche wurden insgesamt 20 Kleinkörper mit einer Höhe von 1.30 m und einer Breite von 1.29 m einer sukzessive gesteigerten zentrischen Belastung unterworfen (Bild 3.1). Durch Variation der Lagerfugenneigung (α) konnten die Mauerwerksfestigkeitswerte (f_x , f_y) und die Fugenparameter (c, φ) bestimmt werden. Das Versuchsprogramm ist in der Tabelle 3.1 zusammengefasst.



Bild 3.1 - Prinzip der Kleinkörperversuche

Zusätzlich wurde die Mauerwerksfestigkeit nach den RILEM-Empfehlungen [1] ermittelt. Folgende Grössen wurden gemessen: die aufgebrachte Vertikallast, die vertikale Verkürzung des Versuchskörpers und Verzerrungen an einer Wandoberfläche.

Aus den Bruchlasten der Kleinkörperversuche wurden mit den Gleichungen (2.1) bis (2.5) die Mauerwerksfestigkeitswerte f_x und f_y sowie die Fugenparameter c und φ bestimmt. Alle berechneten Werte sind im Bild 3.2 dargestellt.

α [°]	0	15	30	45	60	75	90
Zementstein	KZ00	KZ15	KZ30	KZ45	KZ60		
Kalksandstein	KK00	KK15	KK30	KK45	KK60		KK90
Backstein (unbewehrt)	KB00	KB15	KB30	KB45	KB60	KB75	KB90
Backstein (bewehrt)			KB30B	KB45B			

Tabelle 3.1- Bezeichnung der Kleinkörperversuche



Bild 3.2 - Einachsige Druckfestigkeiten und Mauerwerkskennwerte

Anhand der Verzerrungsmessungen wurden zudem Steifigkeitswerte, Vertikallast-Verzerrungs-Beziehungen und Verschiebungsbilder ermittelt.

Sowohl die aus [44] gewonnenen Steifigkeitswerte als auch die an RILEM-Körpern am Prüf- und Forschungsinstitut der Schweizerischen Ziegelindustrie in Sursee bestimmten Steifigkeits- und Festigkeitswerte [50] sind in der Tabelle 3.2 festgehalten. Sowohl die Elastizitätsmoduli als auch der Schubmodul wurden als Sekantenmoduli aus der Spannung bei einem Wert von 30% der Druckfestigkeit errechnet. Bei derselben Spannung wurde bei einem Fugenneigungswinkel $\alpha = 0^{\circ}$ die Querdehnungszahl v ermittelt, welche auch in Tabelle 3.2 aufgeführt ist. Die in der Tabelle aufgeführten Steine KH18 und BH18 wurden für die Versuche an den vorgespannten Wänden gebraucht.

Die Vertikallast-Verzerrungs-Beziehungen werden im Abschnitt 5.1.1 diskutiert.

Steinsorte	$\begin{array}{c} E_x \left(\alpha = 0^\circ \right) \\ [GPa] \end{array}$	$\begin{array}{c} E_y \left(\alpha {=} 90^\circ \right) \\ [GPa] \end{array}$	$\begin{array}{c} G_{xy}\left(\alpha {=} 30^\circ\right) \\ [GPa] \end{array}$	ν (α=0°)	E _x (Sursee) [GPa]	f _x (Sursee) [MPa]
Zementstein ZN15	12.4	-	4.5	0.23	14.9	13.2
Kalksandstein KN 15	10.8	5.4	4.3	0.16	9.9	10.5
Kalksandstein KH18	-	-	-	-	7.3	12.1
Backstein BN15	10.6	5.3	3.3	0.28	10.7	12.9
Backstein BH18	-	-	-	-	7.2	10.7

 Tabelle 3.2- Steifigkeitswerte



Bild 3.3 - Verschiebungsbild des Versuchs KZ45

Anhand eines Beispiels (Versuch KZ45) sind im Bild 3.3 typische Verschiebungsbilder für verschiedene Laststufen dargestellt.

3.2 Wandversuche

Bild 3.4 zeigt die den Wandversuchen zugrunde liegende Problemstellung. Die Scheibenkräfte -N und V verursachen ein unter dem Winkel α zur Vertikalen geneigtes Druckspannungsfeld. Rotation um die z-Achse führt zu den in den Wandversuchen geprüften Elementen mit unter dem Winkel α zur Horizontalen geneigten Lagerfugen.



Bild 3.4 - Druckspannungsfeld infolge Scheibenbeanspruchung



Bild 3.5 - Prinzip der Wandversuche

Die stockwerkshohen Wände (Bild 3.5) wurden zunächst einer Normalkraft Q unterworfen, die in der Folge konstant gehalten wurde. Anschliessend wurde die Fussverdrehung ϑ durch Aufbringen eines Momentes Q·e₀ sukzessive gesteigert, bis ein Versagen auftrat.

Als Versuchsparameter wurden die Steinsorte, die Wandhöhe (h), das Normalkraftniveau (Q), die Neigung der Lagerfugen (α) sowie die Verstärkung der Wände mit Bewehrung oder Vorspannung gewählt. Die vorgespannten Wände wurden mit horizontalen Fugen gemauert; die dafür verwendeten speziellen Steine waren 180 mm dick, während alle anderen Versuchskörper aus 150 mm (Z, B) bzw. 145 mm (K) dicken Steinen gemauert wurden.

Voreuch	Z					К					В																	
versuch	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	7	8	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Steinsorte		Zei	mei	ntst	ein				Ka	lksa	and	stei	n		Backstein													
h [m]			2.	60				2.60 5.					5.0	00	2.60 5.0							00						
Bewehrung				-							-				- +						-							
Vorspannung				-				-				+	-	-									+					
Q [MN]	.1	.3	.1		3	.1	.1	.3	.1	.3	.1	.3	.12	.36	.1	.3	.1	.3	.1	.3	.4	.3	.1	.3	.36	.1	2	.36
α [°]	()	1	5	3	0	()	1	5	3	0	()	()	1	5		3	0		4	5		C)	

Das experimentelle Forschungsprogramm ist in der Tabelle 3.3 zusammengefasst.

Tabelle 3.3- Wandversuche

Die Grösse der aufgebrachten Normalkraft wurde im Zusammenhang mit der Lagerfugenneigung so gewählt, dass sie zu einem Biegebruch führen sollte. Dies hat sich in den Versuchen auch verwirklicht, ausser beim Versuch B10, welcher ein Schubversagen zeigte.

Tabelle 3.4 enthält die Verhältnisse der Bruttospannungen $\sigma_{\xi} = Q_{eff}/A$ auf der Höhe des unteren Lagers und der an den entsprechenden Kleinkörpern mit gleicher Lagerfugenneigung α bestimmten Mauerwerksfestigkeiten $\sigma_{\xi u}$. Ausser der aufgebrachten Belastung beinhalten die Werte Q_{eff} zusätzlich das Eigengewicht der Wand und das Gewicht des Lastverteilträgers und der Hydraulikzylinder. Ebenfalls ist bei den Werten Q_{eff} die bei der Referenzmessung (nach dem Aufbringen der Normalkraft und vor dem ersten Fussverdrehen) wirkende initiale Vorspannkraft eingerechnet.

Während der Versuche wurden die Kräfte an den Hydraulikzylindern, welche die Normalkraft Q und die Verdrehung ϑ des unteren Wandendes erzeugten, permanent überwacht. Der Verdrehungswinkel ϑ wurde mit einem elektronischen Klinometer gemessen. Zur Versuchssteuerung und als Kontrollmessung wurde mit einem induktiven Wegaufnehmer der Kolbenweg des Zylinders gemessen, der die Verdrehung aufbrachte. Zur permanenten Versuchsüberwachung wurden sowohl dieser Kolbenweg als auch die entsprechende Verdrehungskraft mit einem x-y-Schreiber aufgezeichnet. Mit einer induktiven Messstange wurden die horizontalen Auslenkungen der Wandachse, d. h. der Abstand zu einer vertikalen Messstütze, ermittelt.

Versuch	Q _{eff} [kN]	σ _ξ [MPa]	$\sigma_\xi/\sigma_{\xi u}$	Versuch	Q _{eff} [kN]	σ _ξ [MPa]	$\sigma_\xi/\sigma_{\xi u}$
Z1	123	0.80	0.06	B1	119	0.77	0.08
Z2	352	2.28	0.18	B2	323	2.09	0.22
Z3	149	0.96	0.10	B3	123	0.80	0.11
Z4	326	2.11	0.22	B4	323	2.09	0.29
Z5	325	2.10	0.29	B5	122	0.80	0.15
Z6	124	0.80	0.11	B6	324	2.10	0.39
K1	124	0.83	0.08	B7	424	2.19	0.46
K2	326	2.18	0.21	B8	324	2.10	0.35
K3	125	0.84	0.15	B9	123	0.80	0.20
K4	326	2.18	0.40	B10	323	2.09	0.53
K5	125	0.84	0.19	B11	584	3.15	0.29
K6	325	2.18	0.49	B12	344	1.86	0.17
K7	358	1.93	0.16	B13	356	1.92	0.18
K8	598	3.23	0.27	B14	595	3.21	0.30

 Tabelle 3.4- Effektive Normalkräfte und Bruttospannungen

Auf beiden Wandoberflächen wurden Aluminiumbolzen aufgeklebt, deren Relativverschiebungen mit Deformetern gemessen wurden. Aus den Verformungen der Messnetze ergaben sich mittlere Dehnungen und Schiebungen. Krümmungen wurden aus den gemessenen Verzerrungen bestimmt. Die Messbasen an den beiden Oberflächen der Wand erstreckten sich jeweils über eine Mörtelfuge und die beiden angrenzenden Steinhälften [44].

Nach jeder Laststufe wurden die Rissbreiten mit einem Rissmassstab gemessen. Im Bild 3.6 sind die Beziehungen zwischen Rissbreiten und entsprechenden Krümmungen bei den Versuchen mit horizontalen Lagerfugen dargestellt. Die ausgefüllten Symbole stellen die Werte der Versuche mit grösserer Normalkraft (Z2, K2, B2, B11, K8 und B14) dar.

Durch die Auswertung der beschriebenen Messungen wurden folgende Beziehungen hergeleitet [44]: Die horizontalen Auslenkungen der Wandachse und der Verlauf der Exzentrizität der Normalkraft über die Wandhöhe, die Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen (unter der Annahme, dass die Normalkraft konstant ist, entsprechen diese Beziehungen Momenten-Krümmungs-Beziehungen) und die Beziehung zwischen der Exzentrizität e_0 der Normalkraft auf der Höhe des unteren Lagers und der entsprechenden Verdrehung ϑ . Die Exzentrizitäts-Endverdrehungs-Beziehungen werden im Abschnitt 5.2 diskutiert. Hier werden typische Ergebnisse der beiden anderen ausgewerteten Beziehungen dargestellt, nämlich die Entwicklung des Verlaufs der horizontalen Auslenkungen sowie der Exzentrizitäten der Normalkraft über die Wandhöhe, ebenso wie typische Exzentrizitäts-Krümmumgs-Beziehungen.



Bild 3.6 - Rissbreiten-Krümmungs-Beziehung

3.2.1 Horizontale Auslenkungen und Exzentrizitäten der Normalkraft

Bei den Rotationsversuchen an nicht vorgespannten Wänden können zwei verschiedene Fälle des Mauerverhaltens unterschieden werden. Beim ersten Fall (Versuche Z1 bis Z6, K1 bis K3, K5, B1 bis B3, B5 und B9) bildete sich nach einer kleinen anfänglichen Fussverdrehung des Stahlbetonsockels ein Riss, welcher beim weiteren Verdrehen beinahe unbegrenzt wuchs. Es entstanden grosse maximale Exzentrizitäten, welche bei einigen Wänden praktisch die Hälfte der Steinbreite erreichten.



Bild 3.7 - Auslenkungen und Exzentrizitäten der Wände Z4 und K2

Der klaffende Riss entstand entweder in einer Lagerfuge zwischen zwei der unteren Steinlagen (beim Lagerfugenneigungswinkel $\alpha = 0^{\circ}$) oder zwischen dem Stahlbetonsokkel und der untersten Steinlage (bei $\alpha > 0^{\circ}$). Je tiefer der klaffende Riss auftrat, desto grössere Auslenkungen und maximale Exzentrizitäten wurden beobachtet. Anhand der zwei Versuche K2 und Z4 sind im Bild 3.7 typische Kurven der horizontalen Auslenkungen und Exzentrizitäten der Normalkraft dargestellt.



Bild 3.8 - Auslenkungen und Exzentrizitäten der Wände K4 und B7

Beim Versuch K2 bildete sich der klaffende Riss in der Lagerfuge zwischen der zweiten und der dritten Steinlage, und beim Versuch Z4 mit einer Fugenneigung von 15°, wie bereits erwähnt, zwischen dem Stahlbetonsockel und der untersten Steinlage. In den Diagrammen ist der Wert der Fussverdrehung ϑ bei der letzten Messung und beim Bruch (ϑ_u) angegeben. Sofern kein Bruch durch Fussverdrehung erreicht werden konnte, wurde der Bruch erzeugt, indem die Normalkraft erhöht wurde.

Der zweite Fall (Versuche K4, K6, B4, B6 bis B8 und B10) ist durch spröde Brüche bei kleinen Fussverdrehungen charakterisiert. Ausnahmen stellen die Wände K4 und K6 dar, bei denen sich ein zahnförmiger Riss ausbildete [44], wodurch eine begrenzte Verformungsfähigkeit dieser Wände ermöglicht wurde. Im allgemeinen wurden kleine horizontale Auslenkungen festgestellt. Für die Versuche K4 und B7 sind in Bild 3.8 die Kurven der horizontalen Auslenkungen und Exzentrizitäten der Normalkraft dargestellt.

3.2.2 Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen



Bild 3.9 - Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehung für Kalksandsteinwand K4

Durch Zuordnen der Krümmungen zu den entsprechenden Exzentrizitäten auf der Höhe der Mörtelfuge im jeweiligen Messbereich wurden Exzentrizitäts-Krümmungs-Kurven gewonnen.

Die Kurven aller Wände mit horizontalen Lagerfugen und diejenigen der Kalksandsteinwände K4 und K6 weisen anfänglich einen linearen Verlauf auf. Danach werden die Kurven flacher und verlaufen schliesslich horizontal. Anhand des Versuchs K4 ist im Bild 3.9 eine typische Exzentrizitäts-Krümmungs-Kurve dargestellt.

Bei den anderen Versuchskörpern weisen die $e-\chi_{\eta}$ Beziehungen anfänglich ebenfalls einen linearen Verlauf auf. Danach werden die Kurven flacher und brechen abrupt ab. Bild 3.10 zeigt vier charakteristische Kurven.



Bild 3.10 - Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen für verschiedene Wände

3.2.3 Bruchverhalten

Für das Bruchverhalten der nicht vorgespannten Wände waren vor allem die Grösse der Normalkraft, die Neigung der Lagerfugen sowie die allfällige Bewehrung der Wand massgebend. Die effektiven Normalkräfte auf der Höhe des unteren Lagers sind in der Tabelle 3.4 festgehalten.

Bild 3.11 veranschaulicht den Zusammenhang zwischen der Bruchkraft und der Bruchverdrehung. Die ausgefüllten Symbole im Diagramm bezeichnen die Wände, bei welchen unter Q_{eff} und bei der maximal möglichen, durch die Versuchsanlage begrenzten Fussverdrehung von ca. 0.26 rad kein Bruch der Wand erreicht werden konnte. Diese Wände wurden durch Steigern von Q bei der erwähnten maximalen Fussverdrehung bis zum Bruch belastet. Alle Wände der Zementsteinserie ausser der Wand Z2 und alle Wände der Kalksandstein- und Backsteinserie mit kleiner Normalkraft Q_{eff} (K1, K3, K5, B1, B3, B5 und B9) wurden auf diese Weise zum Bruch geführt.

Die Wände aller Serien mit geneigten Lagerfugen zeigten ein ähnliches Bruchverhalten. Die Brüche entstanden durch Zerstörung der Druckzone am Übergang zwischen dem Stahlbetonsockel und der Wand. Die Brüche erfolgten durch vertikales Aufreissen der Steine. An der gedrückten Wandseite waren Brüche der äusseren Steinscheiben zu beobachten. Dabei konnten die Zementsteinwände mit grösserer Normalkraft (Z4 und Z5) und grösserem Lagerfugenneigungswinkel α (Z5 und Z6) beim Bruch grössere Lasten aufnehmen (siehe Bild 3.11). Die Backsteinwände konnten ebenfalls mit steigender Lagerfugenneigung α grössere Bruchlasten aufnehmen. Alle Wände zeigten ein sehr grosses Verformungsvermögen.



Bild 3.11 - Bruchverdrehung ϑ_u in Abhängigkeit von der Normalkraft $Q_{eff,u}$ beim Bruch

Bei den restlichen Wänden, die unter der beim Versuchsbeginn aufgebrachten Normalkraft Q_{eff} und unter steigendem Fussverdrehungswinkel ϑ versagten, konnte folgendes festgestellt werden: Wände mit kleinerer Fugenneigung konnten bei gleicher Normalkraft grössere Fussverdrehungen aufnehmen (siehe B2, B6, B8 und B10), und bei gleichem Fugenneigungswinkel versagten die Wände mit grösserer Normalkraft früher (siehe B6 und B7).

Die Brüche der Kalksandsteinwände K4 und K6 entstanden durch Ausbildung eines zahnförmigen Risses im unteren Teil der Wand senkrecht zur Belastungsrichtung, der durch Lager- und Stossfugen verlief [44].

Die Backsteinwände B6 bis B8 kamen durch vertikales Aufreissen der Steine über mehrere Steinlagen zu Bruch. An beiden Wandseiten waren Brüche der äusseren Steinscheiben zu beobachten. Die Backsteinwand B10 versagte schliesslich durch gleichzeitiges vertikales Aufreissen der Steine und Gleiten entlang der Lagerfuge, die von der unteren Wandecke aus verlief.

3.2.4 Vorgespannte Wände

Als Teil des in der Tabelle 3.3 dargestellten Forschungsprogramms wurden sechs Rotationsversuche an vorgespannten Mauerwerkswänden aus Kalksandstein- und Backsteinmauerwerk durchgeführt.



Bild 3.12 - Querschnitt einer vorgespannten Wand



Bild 3.13 - Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen der Wände K7 und B12

Das verwendete Vorspannsystem ist ein Patent der Firmen ZZ Ziegeleien und VSL International. Pro Wand wurden zwei Monolitzen mit einem Durchmesser von 0.6" (15.2 mm) und einer garantierten Bruchlast von 265 kN in einem Abstand von 390 mm angeordnet. Die Litzen wurden im Stahlbetonsockel am unteren Wandende und in einer Stahlbetonplatte am oberen Wandende verankert. Die Verankerungen waren wiederverwendbar. Die Monolitzen verliefen durch Stahlrohre mit einem Aussendurchmesser von 28 mm und einer Wandstärke von 1.5 mm, die aus einen Meter langen Stücken zusammengesetzt und durch die speziell grossen Steinlöcher geführt worden waren (Bild 3.12). Die Röhren schützen die Litzen vor Schmutz und ermöglichen eine einwandfreie verbundlose Vorspannung.

Die Vorspannkräfte in den Litzen wurden mit Hilfe von Kraftmessdosen gemessen, die zwischen dem Kopf der Verankerung und einer Stahlunterlagsplatte in der oberen Stahlbetonplatte eingebaut wurden. Die anfängliche Vorspannkraft betrug ca. 100 kN pro Litze. Der Verlauf der Vorspannkräfte in Abhängigkeit der Fussverdrehung während der Versuche wird im Abschnitt 5.3.2 diskutiert.



Bild 3.14 - Auslenkungen und Exzentrizitäten der Wände K7 und B13

Die vorgespannten Wände verhielten sich weniger spröd als die unbewehrten Wände. Ein sehr duktiles Verhalten zeigten die 5 m hohen Wände K7, K8, B13 und B14. Die Rissöffnungen dieser Wände waren klein und über die ganze untere Wandhälfte verteilt, siehe auch Bild 3.6.

Die Bilder 3.13 und 3.14 zeigen die Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen der Wände K7 und B12 sowie die Auslenkungen und Exzentrizitäten der Wände K7 und B13.

3.3 Zusammenfassung

Kleinkörperversuche

Das Bruchverhalten war im allgemeinen recht spröd, ausgenommen dasjenige der bewehrten Backstein-Kleinkörper. Bei einigen Versuchen erfolgte der Bruch abrupt, insbesondere bei den Kalksandstein-Kleinkörpern. Als Brucharten wurden sowohl vertikales Aufreissen der Steine als auch Fugenversagen beobachtet.

Aus den Verschiebungen des Messnetzes wurden Last-Verzerrungs-Diagramme und Steifigkeitswerte bestimmt. Das Rissbild wurde stark von der Lagerfugenneigung beeinflusst. Bei horizontalen und wenig geneigten Lagerfugen bildeten sich Risse ausschliesslich in den Steinen und Stossfugen. Bei grösserem Neigungswinkel der Lagerfugen bildeten sich Risse auch in den Lagerfugen.

Wandversuche

Das Verhalten der Wände wurde stark vom Normalkraftniveau beeinflusst. Mit wachsender Normalkraft nahm die Fussverdrehung, bei der die ersten Risse auftraten, zu, währenddem die Verdrehung, bei der die Wand brach, abnahm. Bei kleiner Normalkraft konzentrierten sich die Risse im unteren Teil der Wand. Bei grosser Normalkraft verteilten sich die entsprechend feineren Risse auf mehrere Fugen. Eine besonders gute Rissverteilung wiesen die vorgespannten Wände auf. Grösseren Normalkräften entsprachen kleinere maximale Exzentrizitäten. Da die Neigung des anfänglichen elastischen Teils der Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehung umgekehrt proportional zur Normalkraft ist, verursachten grössere Normalkräfte einen flacheren Verlauf dieser Beziehung. Mit zunehmender Normalkraft verschob sich der Ort der grössten Auslenkung gegen die Wandmitte hin.

Mit zunehmender Lagerfugenneigung wurden die Wände biegesteifer; die Fussverdrehung, bei der die ersten Risse auftraten, nahm zu, und die Verdrehung, bei der die Wand brach, nahm ab. Mit abnehmendem Fugenneigungswinkel zeigten die Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen einen flacheren Verlauf. Bei den Zement- und Kalksandsteinwänden entsprachen grösseren Neigungswinkeln grössere maximale Exzentrizitäten. Mit steigender Fugenneigung verschob sich der Ort der grössten Auslenkung gegen die Wandmitte hin. Die Backsteinwände verhielten sich meistens sehr spröd. Ein duktileres Verhalten wurde bei den Kalksandsteinwänden und bei den Zementsteinwänden mit horizontalen Lagerfugen festgestellt. Aufgrund der an Zementsteinwänden mit geneigten Fugen durchgeführten Versuche kann keine Aussage über deren Verformungsfähigkeit gemacht werden, weil sich beim Übergang zwischen Stahlbetonsockel und Wand schon bei sehr geringen Fussverdrehungen ein Riss öffnete, welcher bei der weiteren Verdrehung unbegrenzt wuchs. Die Backsteinwände erreichten grössere maximale Exzentrizitäten als die Zement- und Kalksandsteinwände.

4 Sandwichmodell

4.1 Modellbildung

Im Fall allgemeiner Beanspruchung sind Plattenelemente durch acht Schnittkräfte beansprucht: Drei Membrankräfte (n_x , n_y , n_{xy}), zwei Biegemomente (m_x , m_y), ein Drillmoment (m_{xy}) und zwei Querkräfte (v_x , v_y). Meist haben die Querkräfte v_x und v_y einen vernachlässigbaren Einfluss auf das Tragverhalten, und man kann sich auf die Betrachtung der Momente und Membrankräfte beschränken. Ferner wird im Rahmen dieser Analyse unbewehrtes, vorwiegend biegebeanspruchtes Mauerwerk unter monoton steigenden Lasten behandelt.



Bild 4.1 - Plattenbeanspruchung und Sandwichmodell

Führt man ein Sandwichelement ein, so wird das Plattenelement durch zwei Scheiben modelliert (Bild 4.1). Die am Element angreifenden Momente und Normalkräfte werden durch statisch äquivalente Membrankräfte in den beiden Sandwichscheiben ersetzt:

$$n_{x}^{inf} = \frac{n_{x}}{2} + \frac{m_{x}}{d} \qquad n_{x}^{sup} = \frac{n_{x}}{2} - \frac{m_{x}}{d}$$

$$n_{y}^{inf} = \frac{n_{y}}{2} + \frac{m_{y}}{d} \qquad n_{y}^{sup} = \frac{n_{y}}{2} - \frac{m_{y}}{d}$$

$$n_{xy}^{inf} = \frac{n_{xy}}{2} + \frac{m_{xy}}{d} \qquad n_{xy}^{sup} = \frac{n_{xy}}{2} - \frac{m_{xy}}{d}$$
(4.1)

Eine ähnliche Idealisierung wurde von Guggisberg und Thürlimann [26, 27] für die Entwicklung einer Bruchbedingung für kombinierte Membran- und Biegebeanspruchung vorgenommen (siehe Abschnitt 2.3.1). Dabei wurde dem Kern des Querschnittes ein Tragvermögen in der Stossfugenrichtung zugeteilt. Hier wird das Tragvermögen des Kerns vernachlässigt.

Da die in der Schweiz am häufigsten verwendeten Steine eine relativ grosse Lochung im Querschnitt aufweisen (siehe Bild 4.2), darf man erwarten, dass ein Sandwichmodell gute Resultate liefert, aber auch für Vollsteine dürften sich noch brauchbare Näherungen ergeben.



Bild 4.2 - Sandwichmodellbildung

Die Dicke der Sandwichscheiben hängt von der Steinform ab und wird zum Beispiel bei Backsteinmauerwerk (Bild 4.2) der Dicke der äusseren Steinlamellen gleichgesetzt.

4.2 Theoretische Grundlagen

Die notwendigen theoretischen Grundlagen für die vorliegende Analyse bietet die Plastizitätstheorie [49]. Es wird angenommen, die betrachteten Materialien verhielten sich starr - ideal plastisch.

Die Spannungszustände, welchen nur verschwindende (elastische) Verformungen entsprechen, werden durch eine mit der Fliessbedingung

$$Y(\sigma_{ii}) = 0 \tag{4.2}$$

definierte Fliessgrenze begrenzt und bilden den sogenannten aplastischen Bereich. Das Vorzeichen der Fliessfunktion Y wird dabei so festgelegt, dass negative Werte dem aplastischen Bereich entsprechen. Ausser vom Spannungszustand σ_{ij} hängt Y von Materialkonstanten ab, welche aus Versuchen zu bestimmen sind. Falls ein isotropes Material betrachtet wird, kann die Fliessfunktion als Funktion der Hauptspannungen bzw. als Funktion der Invarianten des Spannungstensors

$$\sigma_{(1)} = \sigma_{ii}$$

$$\sigma_{(2)} = \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ji} - \sigma_{ii}\sigma_{jj})$$

$$\sigma_{(3)} = \Delta \sigma$$
(4.3)

oder dessen Deviators

$$s_{(1)} = 0$$

$$s_{(2)} = \frac{1}{2} s_{ij} s_{ji}$$

$$s_{(3)} = \frac{1}{3} s_{ij} s_{jk} s_{ki}$$
(4.4)

dargestellt werden, wobei die Einsteinsche Summation nach den sogenannten stummen Indizes vorzunehmen ist. Mit $\sigma_{(1)}$, $s_{(2)}$ und $s_{(3)}$ erhält man statt (4.2)

$$Y(\sigma_{(1)}, s_{(2)}, s_{(3)}) = 0$$
(4.5)

d. h. eine dreidimensionale statt eine sechsdimensionale Fliessfigur, die überdies bestimmte Symmetrieeigenschaften aufweist [53]. Der wesentliche physikalische Inhalt lässt sich jedoch ohne Verlust an Allgemeinheit an zweidimensionalen Darstellungen gemäss Bild 4.3 erläutern.



Bild 4.3 - Fliessgrenze und aplastischer Bereich



Bild 4.4 - Fliessbedingungen nach Mohr und Coulomb

Von besonderem Interesse für die vorliegenden Betrachtungen sind die Fliessbedingungen von Mohr und als deren Spezialfall die Fliessbedingung von Coulomb. In der σ - τ -Spannungsebene umhüllen diese Bedingungen alle möglichen Spannungszustände, von welchen im Bild 4.4 einige durch Mohrsche Kreise dargestellt sind. Bei der Mohrschen Bedingung ist die kritische Schubspannung gleich einer im allgemeinen nichtlinearen Funktion der Normalspannung. Die Coulombsche Bedingung liefert demgegenüber die kritische Schubspannung als lineare Funktion der Normalspannung und wird nur mit zwei Materialparametern, nämlich der Kohäsion c und dem Winkel der inneren Reibung ϕ des Materials bestimmt.

Gemäss der Theorie des sogenannten plastischen Potentials wird postuliert, dass der aplastische Bereich konvex ist, und dass die plastischen Verzerrungsinkremente zu den Ableitungen der Fliessfunktion nach den entsprechenden Spanungskomponenten proportional sind, mithin

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial Y}{\partial \sigma_{ij}} \qquad \begin{array}{l} \lambda \ge 0 \quad \text{für } (Y = 0) \\ \lambda = 0 \quad \text{für } (Y < 0) \end{array}$$
(4.6)

Der mit (4.6) ausgedrückte Zusammenhang wird als (zugeordnetes) Fliessgesetz bezeichnet und besagt, dass plastische Verzerrungsinkremente als nach aussen gerichtete Normalenvektoren an der Fliessgrenze aufgefasst werden können, wie im Bild 4.3 dargestellt. Spannungs- und Verzerrungszustände, welche die Beziehung (4.6) erfüllen, werden als verträglich bezeichnet.

Die Verknüpfung der Fliessbedingung (4.2) mit dem Fliessgesetz (4.6) wurde von v. Mises erstmals postuliert [43]. Er führte auch die aus Bild 4.3 ersichtliche Beziehung

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*)\dot{\varepsilon}_{ij} \ge 0 \tag{4.7}$$

ein, welche als Prinzip der maximalen Dissipationsarbeit aufgefasst werden kann . Dabei ist σ_{ij}^* ein beliebiger Spannungszustand im aplastischen Bereich oder an der Fliessgrenze. Es ist noch zu bemerken, dass sich unter der Voraussetzung von (4.7) die vorher postulierte Konvexität des aplastischen Bereichs sowie die Orthogonalität der plastischen Verzerrungsinkremente als Folgerungen ergeben.

Die für lokale Spannungen und Verzerrungen aufgestellte Theorie des plastischen Potentials wurde von Prager [49] für die Analyse von starr - ideal plastischen Systemen unter Einführung verallgemeinerter Spannungen und Verformungen erweitert. Ziegler [68] zeigte, dass diese Erweiterung auch für elastisch - ideal plastische Systeme gilt. Die Behandlung solcher Systeme verlangt aber eine schrittweise Bestimmung des aplastischen Bereichs, da sich dieser im allgemeinen mit den Verformungen verändert. Bei einem starr - ideal plastischen System bleibt der aplastische Bereich hingegen unverändert, muss also nur einmal bestimmt werden.

Es ist oft von Interesse, nur die Bruchlast zu ermitteln, ohne das ganze Verhalten eines Systems im elastischen bzw. im elastisch - plastischen Bereich zu untersuchen. Dazu notwendige Werkzeuge bietet das Traglastverfahren mit seinen Grenzwertsätzen.

Der untere oder statische Grenzwertsatz der Plastizitätstheorie ist die Grundlage für die nachfolgende Analyse. Er lautet:

Jede Belastung, zu der sich ein statisch zulässiger Spannungszustand angeben lässt, die nirgends zu einem Überschreiten der Fliessgrenze führt, liegt nicht höher als die Traglast.

Unter einem statisch zulässigen Spannungszustand versteht man ein Spannungsfeld, das die Gleichgewichtsbedingungen und die statischen Randbedingungen erfüllt:

$$\sigma_{ij, j} + F_i = 0$$

$$\sigma_{ii}v_i - t_i = 0$$
(4.8)

wobei **F** und **t** Raum- und Oberflächenkräfte bezeichnen und **v** die Einheitsnormale ist, siehe Bild 4.5. Das Komma in der ersten Gleichung bedeutet partielle Ableitung nach der dem nachgestellten Index j entsprechenden Koordinate.



Bild 4.5 - Gleichgewicht und Randbedingungen

Die Gleichgewichts- und Randbedingungen (4.8) bestimmen den Spannungszustand nicht eindeutig und erlauben zudem gewisse Diskontinuitäten im Spannungsfeld. Für den Fall eines ebenen Problems müssen Normal- und Schubspannungen an der Diskontinuitätslinie stetig bleiben, während die zur Diskontinuitätslinie parallele Normalspannungskomponente einen Sprung aufweisen kann (siehe Bilder 4.6 und 4.7).

$$\sigma_{n,1} = \sigma_{n,2}$$

$$\tau_{nt,1} = \tau_{nt,2}$$

$$\sigma_{t,1} \neq \sigma_{t,2}$$
(4.9)



Bild 4.6 - Diskontinuität im Spannungsfeld



Bild 4.7 - Mohrsche Kreise und Diskontinuitätslinie

Mit den im Bild 4.8 dargestellten Fliessbedingungen der einzelnen Scheibenkomponenten kann die Fliessbedingung der Mauerwerksscheibe als Linearkombination der Fliessbedingungen der Komponenten bestimmt werden [17]. Das Steinmaterial wird als starrideal plastisches Material mit Zugfestigkeit idealisiert, welches einer Fliessbedingung von Coulomb genügt. Das Verhalten der Lagerfugen unterliegt einer modifizierten Coulombschen Fliessbedingung; die Haftzugfestigkeit an der Kontaktstelle zwischen Stein und Lagerfuge wird vernachlässigt. In den Stossfugen werden Zug- und Schubwiderstand vernachlässigt; Stossfugen können lediglich Druckspannungen übertragen.



Bild 4.8 - Fliessbedingungen der Scheibenkomponenten

4.3 Scheibenmodelle

Da das Plattenelement durch zwei Scheiben ersetzt wird, wird ein räumliches Problem auf ein ebenes zurückgeführt. Der Spannungszustand in jeder Scheibe kann durch Spannungsfelder dargestellt werden, insbesondere diskontinuierliche Spannungsfelder, welche aus Elementen mit konstantem Spannungszustand zusammengesetzt sind. Die Resultierenden solcher Felder können durch Fachwerkmodelle veranschaulicht werden. Durch Einführen des Sandwichmodells entsprechen den sechs Spannungsresultierenden je drei statisch äquivalente Membrankräfte in den beiden Scheiben. Im folgenden werden verschiedene, durch Kombinieren der Membrankräfte in den einzelnen Scheiben gegebene Belastungsfälle diskutiert. Da sich die weitere Analyse immer auf einzelne Scheiben des Modells bezieht, werden bis auf weiteres die Membrankräfte ohne die in Gleichung (4.1) verwendeten Indizes *inf* und *sup* bezeichnet.

Aus den im Abschnitt 4.2 vorausgesetzten Fliessbedingungen folgt, dass Fälle mit $n_x > 0$ aus der Analyse ausgeschlossen werden sollen. In diesem Fall wird nämlich ein Trennbruch in der Lagerfuge oder zwischen Stein und Lagerfuge auftreten. Der Grenzfall $n_x = 0$ ist nur für den Fall $n_y < 0$, $n_{xy} = 0$ möglich (siehe Tabelle 4.1, Fall **g**); im allgemeinen ist $n_x < 0$. Die möglichen Kombinationen von Membrankräften sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt, wobei Fälle mit $n_{xy} > 0$ und $n_{xy} < 0$ gleich behandelt werden und als $n_{xy} \neq 0$ zusammengefasst sind.

Fall	a	b	с	d	e	f	g
n _x	< 0	< 0	< 0	< 0	< 0	< 0	= 0
ny	> 0	< 0	> 0	< 0	= 0	= 0	< 0
n _{xy}	= 0	= 0	≠0	≠ 0	≠ 0	= 0	= 0

Tabelle 4.1 - Mögliche Scheibenbeanspruchungen



Bild 4.9 - Belastung der Scheiben des Sandwichmodells (Fälle a bis e)

Bei Elementen, die vorwiegend auf Biegung beansprucht sind, wird für die Traglastberechnung immer jene Scheibe massgebend, welche die Zugkräfte übernimmt. Aus der gewählten Bruchbedingung ist ersichtlich, dass das Versagen der Zugscheibe entweder durch Erreichen der Zugfestigkeit des Steins oder durch Erschöpfung des Widerstandes der Lagerfuge auftreten kann. Druckbrüche im Stein bzw. in der Lagerfuge können ausgeschlossen werden. Zugscheiben solcher Elemente können mit einem der Fälle **a**, **c** oder **e** gemäss Bild 4.9 behandelt werden.

Die Fälle **b** und **d** (Bild 4.9) beschreiben einerseits die Beanspruchung der Druckscheibe, welche der in den Fällen **a** und **c** beschriebenen Zugscheibe entspricht; andererseits repräsentieren sie auch Druckscheiben, bei welchen ein klaffender Riss in der zugehörigen Zugscheibe aufgetreten ist.

Somit ist es im Rahmen der getroffenen Annahmen möglich, alle durch exzentrisch wirkende Scheibenkräfte denkbaren Belastungsfälle zu behandeln. Weitere, theoretisch mögliche Kombinationen würden die vorausgesetzten Bruchkriterien verletzen.

4.3.1 Spannungsfelder

Im folgenden werden diskontinuierliche Spannungsfelder entwickelt, welche den im Bild 4.9 dargestellten Belastungsfällen entsprechen. Es wird vorausgesetzt, dass das Mauerwerk im Läuferverband ausgeführt ist. Damit wird der im Modell angenommene Spannungsfluss möglich.

1) Fall a

Bild 4.10 zeigt ein diskontinuierliches Spannungsfeld für die Zugscheibe eines durch Biegemomente m_x und m_y sowie Normalkraft n_x beanspruchten Plattenelements. Da die Stossfugen aus der Tragwirkung ausgeschlossen sind, erfolgt der zur Aufnahme von n_y notwendige Spannungsfluss über die Lagerfugen.



Bild 4.10 - Spannungsfeld für Fall a

Die Bereiche mit konstantem Spannungsverlauf können Bild 4.11 entnommen werden. Diese Spannungszustände, aufgeteilt in einzelne Elemente, sind im Bild 4.12 dargestellt.



Bild 4.11 - Elemente des Spannungsfelds

In den Elementen ① und ② herrscht ein einachsiger Druck- bzw. Zug-Spannungszustand. Ein kombinierter Druck-Zug-Spannungszustand herrscht in den Elementen ③ und ④; dabei entstehende Spannungskomponenten sind im Bild 4.12 qualitativ dargestellt.



Bild 4.12 - Spannungszustände in den Elementen



Bild 4.13 - Mohrsche Kreise der Spannungszustände

Die Spannungszustände in den Elementen ① bis ③, samt Diskontinuitätslinien (D. L.), lassen sich auch durch Mohrsche Kreise veranschaulichen, siehe Bild 4.13.

Je nach dem Neigungswinkel der Resultierenden der durch die Lagerfuge geleiteten Kräfte stellt sich die Breite b des Elementes ③ ein. Dadurch werden auch die Form und die Abmessungen anderer Elemente beeinflusst. Bild 4.14 zeigt ein Spannungsfeld für den Fall, dass 2b kleiner als die Steinlänge ist. Es entstehen nicht beanspruchte Bereiche im Stein und in der Lagerfuge.



Bild 4.14 - Elemente des Spannungsfelds

2) Fall **b**



Bild 4.15 - Spannungsfelder im Stein für Fall b

Die Scheibe unter Druckkräften n_x und n_y wird unter unserer Annahme, dass die Stossfugen lediglich Druckkräfte aufnehmen können, überall gleichmässig beansprucht, wie es im Bild 4.15 (a) dargestellt ist. Im Fall mangelnder Vermörtelung der Stossfugen müssen die Druckkräfte n_y wiederum durch die Lagerfugen mittels Schubkräften n_{xy} übertragen werden, siehe Bild 4.15 (b). Dabei werden die Elemente @ und @ (siehe auch Bild 4.12) gedrückt, wobei im Element @ ein einachsiger Spannungszustand herrscht. Ein kombinierter Druck-Druck-Spannungszustand herrscht im Element @; Element @ bleibt spannungsfrei. Die Mohrschen Kreise der Spannungszustände in den Elementen 2 und 3 sind im Bild 4.16 dargestellt.



Bild 4.16 - Mohrsche Kreise der Spannungszustände

Aus Bild 4.15 ist ersichtlich, dass mit voll vermörtelten Stossfugen ein Versagen durch einen Druckbruch im Stein entstehen müsste. Hingegen könnte bei nicht vorhandenem Kontakt in der Stossfuge je nach dem Verhältnis von n_x und n_{xy} ein Gleitversagen in der Lagerfuge eintreten. Eine mangelnde oder nicht vorhandene Vermörtelung der Stossfugen kann deshalb die Mauerwerksfestigkeit beeinflussen. Eine Bestätigung liefern die Versuche an Kleinkörpern mit geneigten Lagerfugen aus Zementsteinmauerwerk von Lurati, Graf und Thürlimann [37]. Bei diesen Versuchen waren die Stossfugen ausser in einem Fall, nämlich beim Versuch ZSW3 der in [37] dargestellten Serie, stets vollfugig oder mit verdecktem Spatz vermörtelt. Bei jenem knirsch vermauerten Versuch, der der Ermittlung von f_y diente, lag die Festigkeit um 12% unter derjenigen des Referenzversuchs ZSW2, bei dem der Mörtel als verdeckter Spatz in die Stossfugen eingebracht worden war.



Bild 4.17 - Elemente des Spannungsfelds

Ähnlich wie beim Fall **a** stellt sich je nach dem Neigungswinkel der Resultierenden der durch die Lagerfuge geleiteten Kräfte die Breite des Elementes ③ ein. Dadurch werden auch die Form und die Abmessungen anderer Elemente beeinflusst. Es entstehen wiederum nicht beanspruchte Bereiche im Stein und in der Lagerfuge, siehe Bild 4.17.

3) Fall **e**



Bild 4.18 - Steinbeanspruchung

Unter der Annahme, die Stossfugen seien aus der Tragwirkung ausgeschlossen, ergibt sich die Steinbeanspruchung wie im Bild 4.18 dargestellt. Um das Momentengleichgewicht am Stein zu erfüllen, und da dieses von der Verteilung der Kraft n_{xy} entlang der Steinlänge b nicht beeinflusst wird, muss lediglich eine geeignete Verteilung der Normalkraft n_x gewählt werden. Dazu wird ein treppenförmiger Verlauf, ähnlich wie bei Mann und Müller [39] (Bild 2.3), mit einem Sprung

$$\Delta n_x = 4 \frac{h}{b} n_{xy} \qquad \text{mit} \ (\Delta n_x \le -2n_x) \tag{4.10}$$

in der Mitte angenommen. Wenn angenommen wird, die Schubbeanspruchung n_{xy} sei affin zur Normalkraft n_x verteilt, dann ist die gesamte äussere Beanspruchung bestimmt. Eines der möglichen Spannungsfelder, welches der Belastung aus Bild 4.18 entspricht, ist im Bild 4.19 dargestellt.

Die am Stein wirkende Belastung wird durch dreieckförmige, zweiachsig gedrückte Knotenelemente ① und ⑧ am Rand der Steinscheibe aufgenommen. Die davon ausgehenden einachsig gedrückten Streben ② bis ⑤ stützen sich auf zwei an den Scheibenseiten angeordnete, kombiniert beanspruchte Knotenelemente ⑥ ab. Diese Knotenelemente werden von einem dem ganzen Stein überlagerten Zugspannungsfeld ⑦ im Gleichgewicht gehalten. Auch die Fläche, die durch die Kreuzung der Streben ② und ④ entsteht, ist kombiniert beansprucht.



Bild 4.19 - Spannungsfeld zur Beanspruchung aus Bild 4.18



Bild 4.20 - Mohrsche Kreise der Spannungszustände

Ein grösserer Teil der Beanspruchung wird direkt über die Abstützung ^② übertragen. Die restliche Beanspruchung wird durch andere einachsig beanspruchte Elemente übernommen. Da die Stossfugen aus der Tragwirkung ausgeschlossen sind, müssen die Spannungen umgeleitet werden. Dies geschieht durch Ausbilden eines Zugelementes. Der Spannungszustand im Knotenelement [©] ist im allgemeinen nicht konstant. Das Element lässt sich aber immer in mehrere Dreiecke mit konstantem Spannungszustand unterteilen, siehe [29].

Die Beanspruchung der Lagerfugen ist ähnlich derjenigen von Fall **a**, siehe Bilder 4.11 und 4.21.



Bild 4.21 - Beanspruchung der Lagerfuge

4) Fall **c**



Bild 4.22 - Steinbeanspruchung

Die im vorliegenden Fall auftretende Beanspruchung lässt sich durch Kombination der unter 1) und 3) eingeführten Beanspruchungen darstellen. Zu den unter 3) erwähnten Kräften n_x und n_{xy} wird eine Zugkraft n_y addiert. Bild 4.22 veranschaulicht diese Superposition und die daraus resultierenden, am Stein angreifenden Kräfte. Um das Momentengleichgewicht am Stein zu erfüllen, muss hier wiederum eine Umlagerung der Kraft n_x stattfinden. Es wird wie bei 3) ein treppenförmiger Verlauf mit einem Sprung Δn_x in der Mitte (siehe Bild 4.22) angenommen. Da wir hier der Schubkraft $n_{xy,b}$ die Schubkraft $n_{xy,a}$ (deren Resultierende gleich null ist) superponieren, werden die Neigungen der resultierenden Kräfte unterschiedlich.

Wie unter 3) wird die am Stein wirkende Belastung durch dreieckförmige, zweiachsig gedrückte Knotenelemente ① und ⑧ am Rand der Steinscheibe aufgenommen. Die davon ausgehenden, einachsig gedrückten Streben ② bis ⑤ stützen sich auf zwei an den Scheibenseiten angeordnete, kombiniert beanspruchte Knotenelemente ⑥ ab. Diese Knotenelemente werden durch das der Scheibe überlagerte Zugspannungsfeld ⑦ im

Gleichgewicht gehalten. Die Fläche, die durch die Kreuzung der Streben O und O entsteht, ist kombiniert beansprucht. Das Vorzeichen der Spannung der Strebe O ist von der Neigung der kleineren der am Stein angreifenden Kräfte zur Horizontale bestimmt. Im Fall, dass diese Neigung kleiner als diejenige der Strebe O ist, herrscht in Strebe O eine Zugspannung, siehe auch Detail im Bild 4.23. Dies bedeutet, dass das Vorzeichen der Spannung einerseits vom Steinformat und andererseits von der angreifenden Belastung (vor allem von der Zugkraft n_y) abhängig ist. Bild 4.23 zeigt ein Spannungsfeld mit einem gedrückten Element O.



Bild 4.23 - Spannungsfeld zur Beanspruchung aus Bild 4.22

Wie unter *3*) wird ein grösserer Teil der Beanspruchung direkt über die Strebe ^② abgestützt; die restliche Beanspruchung wird durch andere einachsige Elemente getragen. Da die Stossfugen aus der Tragwirkung ausgeschlossen sind, müssen die Spannungen umgeleitet werden. Dies geschieht durch Ausbilden eines Zugelementes ^⑦.

Die Beanspruchung der Lagerfugen ist ähnlich wie unter *3*). Da jedoch die Resultierenden der Beanspruchung nicht unter dem gleichen Winkel zur Fugenfläche stehen (Bild 4.24), werden unterschiedliche Schubkomponenten in der Fuge übertragen. Demzufolge ist der Spannungszustand in den beiden Bereichen der Lagerfuge nur qualitativ gleich.



Bild 4.24 - Beanspruchung der Lagerfuge

5) Fall **d**

Hier wird ähnlich wie bei 2) vorgegangen. Zuerst wird der Fall einer Scheibe mit voll vermörtelten Stossfugen diskutiert. Der Spannungsfluss lässt sich ähnlich wie bei 3) darstellen. Das dazu gehörige Spannungsfeld wurde bereits im Bild 4.19 gezeigt. Da nun eine äussere Druckbeanspruchung in y-Richtung vorhanden ist, werden die unter 3) beschriebenen Elemente des Feldes ① bis ⑥ und ⑧ von dieser Druckbeanspruchung im Gleichgewicht gehalten und nicht mehr von einem der ganzen Scheibe überlagerten Zugspannungsfeld ⑦, siehe auch Bild 4.19.

Im Fall mangelnder Vermörtelung der Stossfugen müssen die Druckkräfte n_y durch die Lagerfugen mittels Schubkräften $n_{xy,a}$ übertragen werden, siehe Bild 4.25 (a). Danach werden alle angreifenden Kräfte nach dem gleichen Prinzip wie bei 4) superponiert. Die daraus resultierenden Kräfte sind im Bild 4.25 (b) dargestellt.



Bild 4.25 - Steinbeanspruchung

Das Spannungsfeld, mit dem der Spannungsfluss infolge der im Bild 4.25 gezeigten Beanspruchung veranschaulicht werden kann, wurde bereits unter 4) eingeführt und im Bild 4.23 dargestellt. Da hier die Neigungen der angreifenden Kräfte infolge Wechsels des Vorzeichens der Kraft n_y geändert sind, werden die Zugspannungen im Element \bigcirc geringer, siehe auch Bild 4.23. Es ist auch offensichtlich, dass wegen der flacheren Neigung der grösseren der angreifenden Kräfte ein Gleitversagen in der Lagerfuge wahrscheinlicher wird.

4.3.2 Fachwerkmodelle

Die Elemente der Spannungsfelder können durch ihre Resultierenden ersetzt werden. Auf diese Weise kann der Fluss der inneren Kräfte mit einem Fachwerkmodell dargestellt werden. Der Vorteil dieser Darstellung liegt in ihrer Übersichtlichkeit und der viel einfacheren Berechnung der inneren Kräfte. Bild 4.26 (a) zeigt ein Fachwerkmodell, das dem Spannungsfeld im Bild 4.14 entspricht. Im Bild 4.26 (b) ist ein Fachwerkmodell dargestellt, welches dem Modell unter (a) statisch äquivalent ist; damit wird im Bild 4.26 (c) der Kraftfluss in einem Schnittkörper veranschaulicht.



Bild 4.26 - Fachwerkmodelle zu Fall a von Bild 4.9

Im Fall einer Druckkraft n_y (Fall **b**) entstehen nur Druckkräfte im Fachwerk, die dann direkt übertagen werden (siehe auch Bild 4.15).



Bild 4.27 - Fachwerkmodelle zu den Fällen e und d von Bild 4.9
Bild 4.27 (a) stellt eines der möglichen Fachwerkmodelle für die im Bild 4.9 mit Fall **e** eingeführte Beanspruchung dar. Es ist zu beachten, dass alle angreifenden Kräfte parallel zueinander verlaufen. Dies folgt aus der Annahme, dass die Verteilung der Kraft n_{xy} affin zu derjenigen der Kraft n_x ist. Im Bild 4.27 (b) ist ein Fachwerkmodell zur Scheibenbeanspruchung durch n_x (Druck), n_y (Druck) und n_{xy} (Fall **d** gemäss Bild 4.9) unter Voraussetzung einer vollfugigen Vermörtelung der Stossfuge dargestellt. Bei diesem Fachwerk sind im allgemeinen alle Stäbe gedrückt.

Dem Fall **c** von Bild 4.9 entspricht das unten abgebildete Fachwerkmodell. Wie im Abschnitt 4.3.1 erwähnt, können unter bestimmten Voraussetzungen (kleines Verhältnis von Steinhöhe zu Steinbreite, grosse aufgebrachte Zugbeanspruchung in y-Richtung) in den Fachwerkstäben, die im Bild 4.28 als C_3 bezeichnet sind, Zugkräfte entstehen.



Bild 4.28 - Fachwerkmodell zu den Fällen c und d von Bild 4.9

Mit dem Fachwerkmodell im Bild 4.28 kann auch der Fall **d** von Bild 4.9 behandelt werden. Dabei wird angenommen, in den Stossfugen sei kein Kontakt vorhanden, und demzufolge müssen die in y-Richtung wirkenden Membrankräfte durch Schubkräfte im Stein eingeleitet werden. Die daraus entstehenden, am Stein angreifenden Kräfte sind im Bild mit hellen Pfeilen angedeutet.

Der Fall **c** von Bild 4.9 kann ebenfalls mit dem im Bild 4.27 (a) dargestellten Fachwerkmodell behandelt werden.

4.4 Experimentelle Verifikation

4.4.1 Vergleich mit eigenen Versuchen

In diesem Abschnitt werden die dargestellten Modelle anhand der eigenen Rotationsversuche, die im Kapitel 3 und im Versuchsbericht [44] beschrieben sind, überprüft. Der Vergleich wird anhand der Versuche durchgeführt, welche keinen klaffenden Riss aufwiesen (K4, K6, B4, B6, B7, B8 und B10). Dabei wird das Versagen der Scheibe auf der Biegedruckseite als Bruchkriterium verwendet. Die aus der äusseren Belastung entstehende Beanspruchung dieser Scheibe kann mit Hilfe von Fall **d** gemäss Bild 4.9 modelliert werden. Die Dicken der Scheiben und entsprechende Hebelarme der Ersatzkräfte sind Bild 4.29 zu entnehmen.



alle Masse in mm

Bild 4.29 - Scheibendicken und Hebelarme des Sandwichmodells

Versuch	K4	K6	B4	B6	B7	B8	B10
Q _{eff} [kN]	326	325	323	324	424	324	323
M _{max} [kNm]	19.5	20.2	20.9	21.1	24.4	20.2	17.1
α [°]	15	30	15	30	30	30	45
m _x [kN]	17.7	14.7	18.9	15.4	17.8	14.7	8.3
m _y [kN]	1.3	4.9	1.4	5.1	5.9	4.9	8.3
m _{xy} [kN]	-4.7	-8.5	-5.1	-8.9	-10.3	-8.5	-8.3
n _x [kNm ⁻¹]	-295	-237	-293	-236	-309	-236	-157
n _y [kNm ⁻¹]	-21	-79	-21	-79	-103	-79	-157
n _{xy} [kNm ⁻¹]	79	137	78	136	178	136	157
n _x ^{sup} [kNm ⁻¹]	-302	-246	-286	-232	-286	-227	-140
n _y ^{sup} [kNm ⁻¹]	-22	-82	-21	-77	-95	-76	-140
n _{xy} ^{sup} [kNm ⁻¹]	81	142	77	134	165	131	140
n _x ^{inf} [kNm ⁻¹]	б	9	-6	-4	-23	-9	-17
n _y ^{inf} [kNm ⁻¹]	0	3	0	-1	-8	-3	-17
n _{xy} ^{inf} [kNm ⁻¹]	-2	-5	2	2	13	5	17

Tabelle 4.2 - Ersatzkräfte des Sandwichmodells

Tabelle 4.2 fasst die beim Bruch an der Stelle des maximalen Moments wirkenden Beanspruchungen sowie die gemäss (4.1) berechneten Ersatzkräfte zusammen.

Die Parameter der Bruchbedingung werden dem Versuchsbericht [44] entnommen. Der Bruch der Druckscheibe kann entweder durch Gleiten der Lagerfuge oder durch einen Druckbruch der Steinlamelle eintreten. Die entsprechenden Kennwerte sind im Bild 4.29 dargestellt. Dabei bezieht sich die Druckfestigkeit des Steins auf seine Nettofläche und berücksichtigt die Lochflächenanteile von 20% beim Kalksandstein bzw. von 41% beim Backstein.

Der angenommene Fall **d** von Bild 4.9 wird anhand des Fachwerkmodells von Bild 4.27 (b) überprüft. Die Fachwerkkräfte im Stein werden mit C_1 bis C_5 bezeichnet und die am Stein angreifenden Kräfte mit F_1 bis F_3 , siehe Bild 4.30. Ferner werden die Neigungswinkel der Kräfte F_1 und F_2 bzw. des Stabes C_2 zur Horizontalen mit θ bzw. mit β_2 bezeichnet und jene der Stäbe C_1 und C_4 bzw. C_3 mit β_1 bzw. β_3 .

Für die Fachwerkkräfte gilt

$$C_{1} = F_{1} \cdot \frac{\sin \theta - \cos \theta \tan \beta_{2}}{\sin \beta_{1} + \cos \beta_{1} \tan \beta_{2}}$$

$$C_{2} = F_{1} \cdot \frac{\sin \theta + \cos \theta \tan \beta_{1}}{\sin \beta_{2} + \cos \beta_{2} \tan \beta_{1}}$$

$$C_{3} = F_{2} \cdot \frac{\sin \theta - \cos \theta \tan \beta_{1}}{\sin \beta_{3} + \cos \beta_{3} \tan \beta_{1}}$$

$$C_{4} = F_{2} \cdot \frac{\sin \theta + \cos \theta \tan \beta_{3}}{\sin \beta_{1} + \cos \beta_{1} \tan \beta_{3}}$$

$$C_{5} = F_{3} - C_{3} \cos \beta_{3} - (C_{1} + C_{4}) \cos \beta_{1}$$

$$(4.11)$$

für die angreifenden Kräfte

$$F_{1} = \frac{b}{2\sin\theta}(-n_{x} + n_{xy}\tan\beta_{2})$$

$$F_{2} = \frac{b}{2\sin\theta}(-n_{x} - n_{xy}\tan\beta_{2})$$

$$F_{3} = -hn_{y}$$
(4.12)

und für die Neigungswinkel der Kräfte

$$\cot \theta = -\frac{n_{xy}}{n_x}$$

$$\cot \beta_1 = \frac{2}{h} \left(\frac{b}{4} - a \right)$$

$$\cot \beta_2 = \frac{b}{2h}$$

$$\cot \beta_3 = \frac{2}{h} \left(\frac{3b}{4} - a \right)$$

$$(4.13)$$

$$\left(\frac{1}{4} - a \right)$$

$$\left(\frac{1}{4} - a \right)$$



Bild 4.30 - Fachwerkmodell

Die Fachwerkgeometrie ist durch die Wahl der Längen a und c eindeutig bestimmt. Diese beiden Grössen spielen also die Rolle freier Parameter. Sie können nicht negativ sein und müssen noch der Bedingung

$$a + c \le \frac{b}{4} \tag{4.14}$$

genügen, da einerseits die Kräfte F_1 und F_2 als über die Längen 2c gleichmässig verteilt angenommen werden und andererseits $\beta_1 \leq 90^\circ$ sein sollte.

Als Kriterium zur Festlegung von a und c wird das Prinzip vom Minimum der (komplementären) Formänderungsenergie U verwendet, wobei die Längen der Fachwerkstäbe gemäss Bild 4.30 angenommen werden und deren Breiten näherungsweise gleich $2csin\beta_1$, $2csin\beta_2$, $2csin\beta_3$, $2csin\beta_1$ und h gesetzt werden (der Reihe nach für C₁ bis C₅), mithin

$$U = \frac{1}{Et} \left(\frac{h}{4c} \sum_{i=1}^{4} \frac{C_i^2}{\sin^2 \beta_i} + \frac{b - 2a}{2h} C_5^2 + \frac{a}{h} F_3^2 \right) \to Min!$$
(4.15)

wobei E und t den Elastizitätsmodul und die Dicke der Sandwichscheibe bezeichnen.

Als Bruchkriterium wird verlangt, dass die an den Kreuzungen der Fachwerkstäbe 2 und 5 sowie 2 und 3 sich ergebenden Hauptspannungen die einachsigen Festigkeitswerte $f_{bt, netto}$ und $f_{b, netto}$ nicht überschreiten, d. h.

$$\sigma_{1u} = \frac{\Sigma \sigma_{x} + \Sigma \sigma_{y}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Sigma \sigma_{x} - \Sigma \sigma_{y}}{2}\right)^{2} + \left(\Sigma \tau_{xy}\right)^{2}} \le f_{bt, netto}$$

$$\sigma_{2u} = \frac{\Sigma \sigma_{x} + \Sigma \sigma_{y}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\Sigma \sigma_{x} - \Sigma \sigma_{y}}{2}\right)^{2} + \left(\Sigma \tau_{xy}\right)^{2}} \ge -f_{b, netto}$$
(4.16)

Ferner wird kontrolliert, dass Gleiten der Lagerfugen nicht massgebend wird, d. h. ob die Relation

$$\cot\theta \le \tan\phi \tag{4.17}$$

erfüllt ist.

Für den Versuch B10 folgt gemäss (4.13_1) und Tabelle 4.2 $\cot\theta = 1$, und mit (4.12_2) , (4.13_3) und (4.14) sieht man, dass F_2 negativ würde, also einer Zugkraft entspräche, selbst dann, wenn c möglichst gross, nämlich gleich b/4 = 65 mm gewählt würde; in der Lagerfuge müsste also eine Zugkraft übertragen werden können, was unseren Voraussetzungen widerspricht. Das Problem in der Lagerfuge liesse sich durch die Wahl einer anderen Spannungsverteilung zwar beseitigen, diese würde aber eine Schubübertragung in den Stossfugen bedingen, was den getroffenen Voraussetzungen ebenfalls widerspricht. Der Versuch B10 lässt sich also mit dem Fachwerkmodell von Bild 4.30 nicht behandeln und wird deshalb vom folgenden Vergleich ausgeschlossen.

Für alle anderen Versuche ist das Modell von Bild 4.30 anwendbar. Entsprechende Berechnungsergebnisse sind in Tabelle 4.3 zusammengestellt. In allen Fällen wird das Kriterium (4.16₂) für die Kreuzung der Stäbe 2 und 5 massgebend. Das Verhältnis $-\sigma_{2u}/f_{b, netto}$ ist gleich dem Verhältnis von experimentellen und theoretischen Bruchlasten bei proportionaler Laststeigerung entsprechend dem Verhältnis M_{max}/Q_{eff} gemäss Tabelle 4.2. Wie man sieht, wurden die theoretischen Werte in je drei Versuchen überbzw. unterschritten; die extremalen Abweichungen von den theoretischen Werten betragen +19 bzw. -8%.

Versuch	K4	K6	B 4	B6	B7	B 8
h [mm]	145	145	145	145	145	145
b [mm]	260	260	260	260	260	260
a [mm]	42	27	43	27	27	27
c [mm]	23	38	22	38	38	38
F ₁ [kN]	52.7	60.7	50.1	57.2	70.6	56.0
F ₂ [kN]	28.5	13.1	27.0	12.4	15.3	12.1
F ₃ [kN]	3.1	11.9	3.0	11.2	13.8	11.0
cotθ	0.27	0.58	0.27	0.58	0.58	0.58
C ₁ [kN]	-27.7	-13.3	-26.5	-12.6	-15.5	-12.3
C ₂ [kN]	-32.8	-54.8	-30.9	-51.6	-63.7	-50.5
C ₃ [kN]	-1.2	0.5	-0.9	0.5	0.6	0.5
C ₄ [kN]	-28.3	-13.1	-26.9	-12.3	-15.2	-12.1
C ₅ [kN]	14.6	0	13.3	0	0	0
σ _{2u} [MPa]	-31.2	-32.0	-60.5	-60.3	-74.5	-59.0
f _{b, netto} [MPa]	26.9	26.9	64.1	64.1	64.1	64.1
$-\sigma_{2u}/f_{b, netto}$	1.16	1.19	0.94	0.94	1.16	0.92

Tabelle 4.3 - Berechnungen nach der statischen Methode

Versuch	K4	K6	B4	B6	B7	B8	B10
Q _{eff} [kN]	326	325	323	324	424	324	323
M _{max} [kNm]	19.5	20.2	20.9	21.1	24.4	20.2	17.1
t [mm]	145	145	150	150	150	150	150
b [m]	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03	1.03
f _{b, netto} [MPa]	26.9	26.9	64.1	64.1	64.1	64.1	64.1
M _u [kNm]	21.7	21.7	23.4	23.5	30.4	23.5	23.4
M _{max} /M _u	0.90	0.93	0.89	0.90	0.80	0.86	0.73

Tabelle 4.4 - Berechnungen nach der kinematischen Methode

Das oben geschilderte Vorgehen nach der statischen Methode der Plastizitätstheorie kann mit einer einfachen Überlegung nach der kinematischen Methode ergänzt werden. Nimmt man an, dass bei konstanter Druckkraft Q_{eff} das Biegemoment M sukzessive gesteigert wird, wie dies im Versuch tatsächlich geschah, so wird der Bruch spätestens

dann eintreten, wenn f_{b, netto} in einer möglichst dünnen Druckzone gerade erreicht wird, also

$$M \le Q_{eff} \left(\frac{t}{2} - \frac{Q_{eff}}{2bf_{b, netto}}\right) = M_u$$
(4.18)

wobei b = 1.03 m und t = 145 bzw. 150 mm die Wandbreite bzw. -dicke bezeichnen. Entsprechende Berechnungen, die übrigens dem Vorgehen nach Gleichung (2.25) entsprechen, sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Wie man sieht, liegen die experimentellen Werte M_{max} um 7 bis 27% unter den oberen Grenzwerten M_u .

4.4.2 Vergleich mit den Versuchen von Guggisberg und Thürlimann

In diesem Abschnitt werden die dargestellten Modelle auf die Elementversuche angewendet, die im Abschnitt 2.3.3 beschrieben sind. Die Parameter der Bruchbedingung werden dem Versuchsbericht [25] entnommen. Sie sind im Abschnitt 2.3.3 erwähnt und im Bild 2.27 dargestellt. Dabei bezieht sich die Zugfestigkeit des Steins $f_{bt} = 0.47$ MPa auf die y-Richtung. Diese Festigkeit, bezogen auf eine der Scheiben des Sandwichmodells, ergibt einen Widerstand von $T_b = 0.47 \cdot 190 \cdot 150 \cdot 15/50 = 4.02$ kN. Der Tangens des Winkels der inneren Reibung der Lagerfuge beträgt tan $\varphi = 0.71$.

a) Versuche Q1 bis Q8

Für die ersten acht Versuche ist die auf Zug beanspruchte Scheibe massgebend, die im folgenden mit *inf* bezeichnet wird. Die äussere Belastung der Scheibe entspricht dem Fall **a** aus Bild 4.9. Die Dicke der Scheiben des Sandwichelementes (Bild 4.31) wird gleich der Dicke der äusseren Steinlamellen, d. h. gleich 15 mm gewählt. Daraus ergibt sich der Hebelarm d = 135 mm.

Mit (4.1) und unter Verwendung des Fachwerkmodells von Bild 4.26 ergeben sich aus den in Tabelle 2.1 enthaltenen Bruchbeanspruchungen die in Tabelle 4.5 zusammengestellten Resultate.



Bild 4.31 - Scheibendicke und Hebelarm des Sandwichmodells

Der Versuch Q2 wird von diesem Vergleich ausgeschlossen. In der Tat wurde bei diesem Versuch die Haftzugfestigkeit zwischen Stein und Lagerfuge überschritten (siehe auch Bild 2.30). Ersetzt man in (4.18) Q_{eff} durch $-n_x = 67 \text{ kNm}^{-1}$ und M_u durch m_u, so erhält man unter Berücksichtigung von t = 150 mm, b = 1 m und f_{b, netto} = 37.4/(1-0.46) = 69.3 MPa (siehe Bild 2.27) ein Bruchmoment m_u = 4.99 kN, das mit dem effektiv aufgebrachten Moment m_x = 4.88 kN fast zusammenfällt.

Versuch	Q1	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8
m _x [kN]	12.56	3.95	0.08	1.35	15.54	0.53	-4.00
m _y [kN]	1.77	1.75	1.88	1.95	1.29	1.83	1.44
n _x [kNm ⁻¹]	-267	-67	-67	-67	-67	-20	-67
$n_x^{sup} [kNm^{-1}]$	-226.5	-62.8	-34.1	-43.5	-248.6	-13.9	-3.9
n _y ^{sup} [kNm ⁻¹]	-13.1	-13.0	-13.9	-14.4	-9.6	-13.6	-10.7
n _x ^{inf} [kNm ⁻¹]	-40.5	-4.2	-32.9	-23.5	-18.4	-6.1	-63.1
n _y ^{inf} [kNm ⁻¹]	13.1	13.0	13.9	14.4	9.6	13.6	10.7
C [kN]	-6.61	-2.67	-5.67	-4.56	-3.36	-2.86	-9.71
tanψ	2.31	0.25	1.77	1.22	1.44	0.34	4.44
T [kN]	5.24	5.19	5.57	5.78	3.82	5.42	4.27
T/T _b	1.30	1.29	1.39	1.44	0.95	1.35	1.06

Tabelle 4.5 - Berechnungsergebnisse gemäss Bild 4.26

In den übrigen Fällen folgt die Zugkraft T in der auf Zug beanspruchten Scheibe aus der Beziehung T = $m_y \cdot 0.4/0.135$, wie man sich anhand der Bilder 4.26 (c) und 4.31 leicht überzeugt; die Längen von 0.4 und 0.135 m in dieser Beziehung entsprechen dem doppelten Lagerfugenabstand und dem angenommenen Hebelarm der inneren Kräfte. Das in der Tabelle 4.5 angegebene Verhältnis T/T_b entspricht dem Verhältnis von experimentell und theoretisch ermittelten Bruchlasten bei proportionaler Laststeigerung. Dabei ist noch zu beachten, dass das Fachwerkmodell von Bild 4.26 für die Versuche Q3, Q5 und Q7 streng genommen nicht anwendbar ist, da in diesen Fällen lokal cot $\psi \ge tan\phi = 0.71$ ist; unter Voraussetzung einer kleinen Kohäsion in der Lagerfuge und im Sinne einer Betrachtung nach der kinematischen Methode können die Quotienten T/T_b aber auch in diesen Fällen beibehalten werden. Ferner ist zu bemerken, dass sich im Versuch Q6 ein lokaler Bruch bei einem Krafteinleitungselement ergab, und dass sich beim Versuch Q7 teilweise ein Gleitversagen in den Lagerfugen einstellte (Bild 2.30).

b) Versuche Q10 bis Q13

Der äusseren Belastung bei diesen Versuchen entsprechen Fall \mathbf{e} für den Versuch Q10 und Fall \mathbf{c} für die Versuche Q11 bis Q13 (siehe auch Bild 4.9). Um die Gültigkeitsgrenze der Beziehung (4.10) nicht zu überschreiten, darf der Hebelarm der Ersatzkräfte beim Versuch Q10 nicht kleiner als 140 mm angenommen werden. Demzufolge werden die Scheibendicken des Modells für den Versuch Q10 zu 10 mm gewählt, woraus sich ein Hebelarm von 140 mm ergibt. Bei den Versuchen Q11 bis Q13 wird, wie bei den ersten acht Versuchen, ein Hebelarm von 135 mm gewählt. Unter diesen Annahmen ergeben sich aus den beim Bruch wirkenden Belastungen (siehe Tabelle 2.1) gemäss (4.1) die in der Tabelle 4.6 festgehaltenen Ersatzkräfte des Sandwichmodells.

Versuch	Q10	Q11	Q12	Q13
m _x [kN]	0	0	1.02	1.20
m _{xy} [kN]	-3.51	-2.50	-1.87	-2.50
m _y [kN]	0	1.25	0.49	1.35
$n_x [kNm^{-1}]$	-67	-67	-67	-67
$n_x^{sup} [kNm^{-1}]$	-33.5	-33.5	-41.0	-42.4
n _{xy} ^{sup} [kNm ⁻¹]	25.1	18.5	13.9	18.5
n _y ^{sup} [kNm ⁻¹]	0	-9.3	-3.6	-10.0
n _x ^{inf} [kNm ⁻¹]	-33.5	-33.5	-25.9	-24.6
n _{xy} ^{inf} [kNm ⁻¹]	-25.1	-18.5	-13.9	-18.5
n _y ^{inf} [kNm ⁻¹]	0	9.3	3.6	10.0

Tabelle 4.6 - Ersatzkräfte des Sandwichmodells

Alle vier Versuche lassen sich mit dem im Bild 4.32 dargestellten Fachwerkmodell behandeln, wobei für Q10 $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ gilt, während für Q11 bis Q13 $\theta_1 \neq \theta_2$ ist, siehe Bild 4.27 (a) und Bild 4.28.



Bild 4.32 - Fachwerkmodell für die Versuche Q10 bis Q13

Für den Versuch Q10 gilt mit den Ersatzkräften gemäss Tabelle 4.6 für beide Scheiben des Sandwichmodells $|n_x|/|n_{xy}| = 2h/b$, und mithin verschwindet F₂. Damit verschwinden jedoch ausser C₂ = -F₁ = -12.5 kN alle Stabkräfte des Fachwerkmodells, d. h. es bildet sich in jeder Scheibe des Sandwichmodells eine einzige, unter $\theta = \arctan(2h/b) = 53.1^{\circ}$ zur Lagerfuge geneigte Druckstrebe aus. Allerdings übersteigt $\cot\theta = 0.75$ den Wert $\tan\varphi = 0.71$, und der angenommene Spannungszustand wäre deshalb wegen Gleitens der Lagerfuge nicht erreichbar.

Im Versuch Q10 wurde tatsächlich ein Versagen durch Gleiten der Lagerfuge beobachtet, und man kann sich deshalb fragen, ob das Modell von Bild 4.32 in Verbindung mit einem etwas grösseren Hebelarm der Sandwichscheiben und unter Berücksichtigung der Bedingung (4.17) nicht doch anwendbar sei. Setzt man $\cot\theta = 0.71$, so erhält man mit $3.51/(33.5 \cdot 0.71) = 147.6$ mm den theoretisch erforderlichen Hebelarm, der zwei sehr dünnen Sandwichscheiben mit einer Dicke von 2.4 mm entspricht. Einfache Gleichgewichtsüberlegungen resultieren dann in $F_1 = 12.0$, $F_2 = 0.3$, $C_1 = -0.3$, $C_2 = -11.9$, $C_3 = 0$, $C_4 = -0.3$ und T = 0.4 kN. Der Hauptteil der Belastung wird also nach wie vor durch die Druckstrebe 2 übertragen, die anderen Kräfte spielen aber auch eine Rolle. Die aus C_2 und T resultierenden einachsigen Spannungen von -41.3 und 0.8 MPa liegen einzeln und in Kombination noch innerhalb der Nettofestigkeit des Steinmaterials ($f_{b, netto} = 69.3$ MPa, $f_{bt, netto} = 1.41$ MPa).

Ob nun mit $tan\varphi = 0.71$ und Scheibendicken von 2.4 mm gerechnet wird, oder ob man mit Scheibendicken von 10 mm rechnet und $\cot\theta = 0.75$ zulässt, in jedem Fall erkennt man, dass Gleiten der Lagerfugen kritisch ist, und dass das Sandwichmodell eine befriedigende Erklärung des Verhaltens von Versuch Q10 liefert.

Der Prüfkörper Q12 versagte frühzeitig wegen eines lokalen Bruchs an einer Plattenecke [24] und wird deshalb hier nicht weiter analysiert. Bei den verbleibenden beiden Versuchen Q11 und Q13 wurde ein Zugbruch, bzw. ein Versagen durch Gleiten der Lagerfugen festgestellt (siehe Bild 2.30).

Für den Versuch Q11 erhält man zunächst aus $33.5 \cdot 0.15 \pm 18.5 \cdot 0.2 = 8.7$ bzw. 1.3 kN die Vertikalkomponenten der Kräfte F₁ und F₂. Weist man $n_{xy}^{inf} \cdot b$ völlig der Horizontalkomponente von F₁ zu, so ergibt sich der minimal mögliche Wert der Horizontalkomponente von F₂, nämlich $n_y^{inf} \cdot h = 1.9$ kN, und die Horizontalkomponente von F₁wird zu $18.5 \cdot 0.3 - 1.9 = 3.7$ kN. Die Beträge der Kräfte F₁ und F₂ sind also gleich 9.5 kN bzw. 2.3 kN, und ihre Neigungswinkel sind gegeben durch $\cot\theta_1 = 0.42$ und $\cot\theta_2 = 1.40$. Die Fachwerkkräfte folgen zu C₁ = -2.4, C₂ = -8.5, C₃ = 0.7, C₄ = -2.0 und T = 2.0 kN, und aus der Superposition der Spannungen der Stäbe 3 (Breite = 61 mm) und T (Breite = 200 mm) resultiert nach (4.16₁) $\sigma_{1u} = 1.37$ MPa, was etwa der Nettozugfestigkeit f_{bt, netto} = 1.41 MPa des Steinmaterials entspricht. Auch in diesem Fall liefert also das Sandwichmodell eine befriedigende Erklärung des Verhaltens. Allerdings ist die Berechnung der grössten Hauptzugspannung nicht ganz unbedenklich, wie ein Blick auf das diskontinuierliche Spannungsfeld von Bild 4.23 zeigt, das den Überlegungen eigentlich zugrundezulegen wäre; als Näherung darf die obige Berechnung aber sicher akzeptiert werden. Ferner ist $\cot\theta_2 > \tan\varphi$, aber $n_{xy}^{inf}/n_x^{inf} = 0.55 < \tan\varphi$. Lokal ist also die Bedingung (4.17) wie bereits für die Versuche Q3, Q5 und Q7 verletzt; offensichtlich wird diese Bedingung wie beim Versuch Q10 aber erst dann kritisch, wenn sie integral, also über die ganze Steinlänge b erfüllt ist, und dies ist hier nicht der Fall.

Beim Versuch Q13 gilt dagegen gemäss Tabelle 4.6 $n_{xy}^{inf}/n_x^{inf} = 0.75 > \tan \varphi$, Gleiten der Lagerfuge ist also wie beim Versuch Q10 erklärbar. Aus $24.6 \cdot 0.15 \pm 18.5 \cdot 0.2$ erhält man die Vertikalkomponenten der Kräfte F₁ und F₂, nämlich 7.4 kN bzw. null. Die Kraft F₂ ist also horizontal und hat den Betrag $n_y^{inf} \cdot h = 2.0$ kN. Die Horizontalkomponente der Kraft F₁ ist demnach $18.5 \cdot 0.3 - 2.0 = 3.6$ kN, ihre Neigung ist gegeben durch $\cot \theta_1 = 0.48$, und ihr Betrag ist gleich 8.2 kN. Die weitere Analyse der Fachwerk-kräfte und der entsprechenden Hauptspannungen liefert keine wesentlichen zusätzlichen Erkenntnisse. Aus der Superposition der Spannungen der Stäbe 3 und T, ähnlich wie beim Versuch Q11, resultiert nach $(4.16_1) \sigma_{1u} = 1.80$ MPa, was einem Quotienten $\sigma_{1u}/f_{bt, netto}$ von 1.28 entspricht.

4.4.3 Diskussion

Das Sandwichmodell setzt voraus, dass die Stossfugen höchstens Normal-Druckspannungen übertragen, dass die Hauptspannungen in den Sandwichscheiben gemäss (4.16) begrenzt bleiben, und dass entsprechend der Relation (4.17) Gleiten entlang der Lagerfuge nicht massgebend wird. Mit der Wahl der Scheibendicken sind die Ersatzkräfte in den Sandwichscheiben und deren Hebelarme bestimmt. Die weitere Umsetzung in Fachwerkmodelle bzw. diskontinuierliche Spannungsfelder erlaubt im Rahmen der im Abschnitt 4.3 zusammengestellten Grundlagen zwar ebenfalls noch einen gewissen Spielraum, dieser wird aber im Hinblick auf ein einheitliches und nachvollziehbares Vorgehen sinnvollerweise weiter eingeschränkt, z. B. durch Anwenden des Prinzips vom Minimum der (komplementären) Formänderungsenergie, siehe (4.15).

Die Fachwerkmodelle erlauben in sehr anschaulicher Weise das Verfolgen des Kraftflusses. Dieser wird durch die vorausgesetzte Spannungsbeschränkung an den Stossfugen wesentlich beeinflusst. Eine weitere Verschärfung dieser Voraussetzung, derart, dass an Stossfugen überhaupt keine Spannungen übertragen werden könnten, würde keine wesentlichen weiteren Probleme stellen; in der Tat lässt sich eine Druckübertragung parallel zu den Lagerfugen bei fehlendem Kontakt der Stossfugen mit Fachwerkmodellen sehr ähnlich behandeln, wie eine entsprechende Zugübertragung [siehe Bild 4.15 (b)]. Der Fall des sogenannt knirsch vermauerten Mauerwerks kann somit theoretisch behandelt werden.

Die Relation (4.17) muss offensichtlich nicht lokal, sondern lediglich integral über die Steinlänge b erfüllt sein. Dies wird durch die Nachrechnung namentlich der Versuche Q3, Q5, Q7, Q11 und Q13 illustriert. Ferner ist zu bemerken, dass die übliche Bestimmung der Lagerfugenparameter (c und φ) aus Kleinkörperversuchen recht fehleranfällig

Zusammenfassung

ist; der aus den Versuchen Q10 und Q13 resultierende Wert von $tan\phi = 0.75$ ist wohl verlässlicher als der aufgrund von Kleinkörperversuchen bestimmte Wert von 0.71.

Wie der obige Vergleich mit Versuchen [25, 44] zeigt, liefert das Sandwichmodell in Verbindung mit Spannungsbeschränkungen in den Sandwichscheiben auf die Nettofestigkeitswerte des Steinmaterials bei signifikanter Biegebeanspruchung gute Voraussagen der Bruchbeanspruchungen und des Bruchverhaltens. Für den Grenzfall einer Beanspruchung durch reine Membrankräfte wäre dies aber nicht der Fall. So gälte z. B. für die Kalksandsteinwände der eigenen Versuche [44] $2 \cdot 30 \cdot 26.9/145 = 11.1$ MPa = 1.05 f_x bzw. 1.48 f_y und für die entsprechenden Backsteinwände $2 \cdot 15 \cdot 64.1/150 = 12.8$ MPa = 1.36 f_x bzw. 3.66 f_y , d. h. die einachsigen Mauerwerksfestigkeiten würden z. T. erheblich überschätzt; dasselbe gilt für die Backsteinwände von Guggisberg und Thürlimann [25], nämlich $2 \cdot 15 \cdot 69.3/150 = 13.9$ MPa = 1.76 f_x bzw. 5.56 f_y .

Die Nachrechnung der Versuche Q1 bis Q8 (ohne Q2, der in x-Richtung auf Zug versagte) liefert eine einfache Methode zur Abschätzung von Bruchmomenten in y-Richtung. Mit dem Zugwiderstand einer Sandwichscheibe von $T_b = 4.02 \text{ kN}$ erhält man $m_{yu} = 4.02 \cdot 135/400 = 1.36 \text{ kN}$, wenn man mit einem Hebelarm von 135 mm rechnet und berücksichtigt, dass keine Zugspannungen über die Stossfugen übertragen werden können, d. h. ein Stein die über eine Höhe von 400 mm anfallenden Zugkräfte aus Biegung aufnehmen muss.

Die bei den Versuchen K4 und K6 aus der Annahme eines Hebelarms von 115 mm resultierenden Zugkräfte in der unteren Scheibe könnten durch Vergrösserung dieses Hebelarms auf 120 mm beträchtlich reduziert werden. In der Tat ergäbe sich für K4 $n_x^{inf} = -0.2 \text{ kNm}^{-1}$, und $n_y^{inf} = n_{xy}^{inf} = 0$; die entsprechenden Kräfte für den Versuch K6 wären $n_x^{inf} = 4.0 \text{ kNm}^{-1}$, $n_y^{inf} = 1.3 \text{ kNm}^{-1}$ und $n_{xy}^{inf} = -2.3 \text{ kNm}^{-1}$, und für die extremalen Hauptdruckspannungen in der oberen Scheibe erhielte man $\sigma_{2u} = -36.5 \text{ MPa}$ für K4 und $\sigma_{2u} = -37.6 \text{ MPa}$ für K6.

Der Versuch B10 liesse sich unter der Annahme einer geringen Schubkraftübertragung in den Stossfugen leicht behandeln. Dazu müssten lediglich eine horizontale Kraft F_2 von 3.9 kN in der Lagerfuge und eine entsprechende vertikale Kraft $F_4 = 3.9 \cdot 145/260 = 2.2$ kN in der Stossfuge eingeführt werden.

4.5 Zusammenfassung

Im Kapitel 4 wird das Verhalten von Mauerwerk untersucht, das durch exzentrische Scheibenkräfte beansprucht wird. Dabei wird von dem aus der Theorie der Stahlbetonplatten bekannten Sandwichmodell ausgegangen. Das Mauerwerk wird durch zwei Scheiben modelliert, und die Beanspruchungen werden durch statisch äquivalente Scheibenkräfte ersetzt. Die weitere Analyse erfolgt mit Hilfe des unteren oder statischen Grenzwertsatzes der Plastizitätstheorie an den einzelnen Scheiben. Nach einer Definition der wichtigsten Begriffe der Plastizitätstheorie werden zunächst die verschiedenen Materialmodelle dargestellt: Für die Steine wird ein starr-ideal plastisches Verhalten mit einer beschränkten Zugfestigkeit angenommen, und das Verhalten der Lagerfugen wird durch eine Coulombsche Bruchbedingung idealisiert. Schliesslich wird für die Stossfugen vorausgesetzt, dass sie Druckspannungen, aber keine Schubspannungen übertragen können, und zwar nur dann, wenn sie vollfugig vermörtelt sind.

Anschliessend werden Scheibenmodelle für verschiedene Beanspruchungsfälle untersucht. Für jeden Fall wird ein geeignetes Spannungsfeld eingeführt und erläutert. Da sich der Kraftfluss einfacher an einem Fachwerk ermitteln lässt, werden auch entsprechende, den Spannungsfeldern äquivalente Fachwerkmodelle dargestellt.

Die eingeführten Modelle werden anhand der Ergebnisse der eigenen Versuche [44] sowie der Elementversuche von *Guggisberg und Thürlimann* [24, 26, 27] verifiziert. Dazu werden zunächst die beim Bruch wirkenden Normalkräfte und Momente durch äquivalente Scheibenkräfte ersetzt, und aus diesen Kräften werden dann die Fachwerk-kräfte des Modells berechnet. Der Vergleich der für das Versagen massgebenden Fachwerkkräfte mit theoretischen Bruchkräften, welche auf den den Versuchsberichten [25, 44] entnommenen Mauerwerkskennwerten basieren, führt schliesslich zu einer allgemeinen Diskussion der vorgeschlagenen Modelle.

Es wird gezeigt, dass das vorgeschlagene, relativ einfache Modell gute Voraussagen des Bruchwiderstandes von mit exzentrisch wirkenden Membrankräften beanspruchtem Mauerwerk erlaubt, d. h. für beliebige Kombinationen von Biege- und Drillmomenten sowie Membrankräften. Die Abweichungen der gemessenen von den berechneten Bruchbeanspruchungen bewegen sich zwischen -8% und 44%.

Für den praktisch wichtigen Fall von auf zweiachsige Biegung beanspruchten Wandelementen resultiert nebenbei ein einfaches Näherungsverfahren zur Abschätzung der Bruchmomente m_{vu} parallel zu den Stossfugen.

5 Ergänzende Betrachtungen

In diesem Kapitel werden ausgewählte Ergebnisse der in [44] dargestellten Versuche diskutiert und mit theoretischen Ergänzungen erweitert.

5.1 Steifigkeit und Festigkeit von zentrisch beanspruchtem Mauerwerk

Zu den Grunddaten jeder Tragwerksanalyse und Bemessung gehören Materialkennwerte wie Festigkeiten und Steifigkeiten. Diese werden üblicherweise aus einfachen einachsigen Versuchen an standardisierten Probekörpern ermittelt.

Mauerwerk setzt sich aus den beiden Komponenten Stein und Mörtel zusammen, ist inhomogen und anisotrop. Die Modellierung des Tragverhaltens ist dementsprechend anspruchsvoll.

Es wurde mehrmals versucht, die Mauerwerkskennwerte durch eine Korrelation aus den Stein- und Mörteleigenschaften herzuleiten. Solche Versuche bezogen sich vor allem auf die Druckfestigkeit von Mauerwerk [33, 35]. Viele Gleichungen wurden vorgeschlagen, die zwar innerhalb eines klar begrenzten Parameterbereichs zuverlässige Aussagen liefern können, aber nicht allgemein gültig sind. Heute ist es deshalb weitgehend unbestritten, dass die grundlegenden Kennwerte von Mauerwerk nur aus Versuchen an Mauerwerkskörpern gewonnen werden können, wie dies mit den Kleinkörperversuchen [44] getan wurde, deren Ergebnisse im folgenden diskutiert werden.

5.1.1 Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

a) Versuchsergebnisse

Die Beziehungen zwischen den in den Kleinkörperversuchen [44] aufgebrachten Hauptspannungen σ_2 und den entsprechenden Stauchungen ϵ_{ξ} in vertikaler Richtung sind nach Mauerwerkssorte geordnet im Bild 5.1 dargestellt.

Es zeigt sich, dass das Verhalten des Zementsteinmauerwerks fast unabhängig von der Lagerfugenneigung ist. Das trotz eines Lochanteils von 20% annährend isotrope Verhalten ist gewiss auf die ähnliche Herkunft der Zuschlagstoffe und Bindemittel für Steine und Mörtel zurückzuführen. Allerdings ist zu beachten, dass keine Versuchsergebnisse für die Lagerfugenneigung α von 90° vorliegen; deshalb ist immerhin eine bestimmte Vorsicht hinsichtlich des Schlusses auf isotropes Verhalten am Platz, aber eine nichtli-

near isotrope Idealisierung ähnlich der für Beton üblicherweise angenommenen parabolischen Beziehung dürfte durchaus angemessen sein.



Bild 5.1 - Spannungs-Dehnungs-Beziehungen aus Kleinkörperversuchen [44]

Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme des Kalksandstein- und Backsteinmauerwerks zeigen eine ausgeprägte Abhängigkeit vom Lagerfugenneigungswinkel α . Mit steigendem α werden die Kurven flacher, d. h. die Körper verhalten sich weicher. Davon ausgehend ist es sinnvoll, anzunehmen, dass ein elastisch-orthotropes Modell für Kalksandstein- und Backsteinmauerwerk anwendbar wird. Bei höheren Laststufen zeigen die Kalksandsteinkörper ein nichtlineares Materialverhalten, während sich die unbewehrten Backsteinkörper im ganzen gemessenen Lastbereich, d. h. bis ca. 80% der Bruchlast, annährend linear elastisch verhalten. Näherungsweise dürfte also eine linear elastisch - orthotrope Idealisierung sowohl für Backstein- als auch für Kalksandsteinmauerwerk gute Dienste leisten.



Bild 5.2 - Kleinkörper mit Hauptachsen

Um die Frage der Isotropie weiter zu untersuchen, werden im Bild 5.3 unter Verwendung der Bezeichnungen von Bild 5.2 die in den Versuchen bestimmten Hauptrichtungen der Verzerrungen (α_{ε}) jenen der Spannungen (α_{σ}) gegenübergestellt. Der Winkel α_{σ} ist durch den Lagerfugenneigungswinkel α bestimmt und beträgt $\pi/2 - \alpha$. Im Fall eines isotropen Materials sind die Winkel α_{σ} und α_{ε} gleich gross, und der entsprechende Punkt befindet sich auf der Diagonalen des jeweiligen Diagramms. α_{ε} ist mit wachsendem Betrag der Hauptspannung σ_2 leicht veränderlich; in den Diagrammen von Bild 5.3 sind Werte von α_{ε} eingetragen, die dem Mittelwert aus allen gemessenen Laststufen entsprechen.



Bild 5.3 - Hauptrichtungen der Spannungen und Dehnungen

Die Ergebnisse der Versuche an den Zementsteinkörpern bestätigen das bereits bei der Betrachtung der Spannungs-Dehnungs-Beziehungen festgestellte isotrope Verhalten. Grössere Abweichungen vom isotropen Verhalten sind bei den Kalksandsteinkörpern festzustellen. Hingegen stimmen für das Backsteinmauerwerk α_{σ} und α_{ϵ} annährend überein, trotz des im vorherigen Abschnitt beschriebenen, bei den Spannungs-Dehnungs-Beziehungen beobachteten orthotropen Verhaltens.

b) Vergleich mit der Theorie orthotroper elastischer Körper

Die Struktur des Mauerwerks weist einerseits schwache Ebenen entlang der Stoss- und Lagerfugen auf, und andererseits ist sie durch die Steinlochung charakterisiert. Es stellt sich die Frage, ob man das Verhalten dieses komplexen Gebildes mit Hilfe der Theorie orthotroper elastischer Körper beschreiben kann.

Spannungs- und Verzerrungstensor sind für elastische Körper über das Hookesche Gesetz

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} \varepsilon_{kl} \tag{5.1}$$

verknüpft. Im allgemeinen Fall hat die Elastizitätsmatrix **D** 81 unabhängige Komponenten. Da der Spannungs- und der Verzerrungstensor symmetrisch sind, bleiben nur 36 Komponenten der Elastizitätsmatrix unabhängig. Ein Material, das durch (5.1) beschrieben wird, wird als Cauchy-Material bezeichnet. Falls angenommen werden kann, es sei ein elastisches Potential vorhanden, so gilt $D_{ijkl} = D_{klij}$, was zu einem sogenannten Green-Material führt, dessen Elastizitätsmatrix 21 unabhängige Komponenten enthält. Eine weitere Reduktion der Anzahl der unabhängigen Terme der Matrix **D** kann nur durch eine Symmetrie der Materialeigenschaften gewonnen werden. Falls Symmetrie bezüglich dreier orthogonaler Ebenen besteht, reduziert sich die Anzahl der unabhängigen Materialparameter beim Cauchy-Material auf 12 und beim Green-Material auf 9. Solche Materialien werden als orthotrop bezeichnet. Beschränkt man sich auf einen ebenen Spannungszustand mit Materialhauptachsen x und y, so lautet das Hookesche Gesetz für ein Cauchy-Material

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{1}{1 - \nu_{x}\nu_{y}} \begin{bmatrix} E_{x} & \nu_{y}E_{x} & 0 \\ \nu_{x}E_{y} & E_{y} & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu_{x}\nu_{y})G_{xy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(5.2)

Die Beziehung (5.2) ist durch fünf Materialparameter bestimmt. Unter der Bedingung, dass ein elastisches Potential vorhanden ist, d. h. für ein Green-Material, entsteht eine zusätzliche Beziehung zwischen den Materialparametern, die deren Anzahl auf vier reduziert:

$$\mathbf{E}_{\mathbf{x}}\mathbf{v}_{\mathbf{y}} = \mathbf{E}_{\mathbf{y}}\mathbf{v}_{\mathbf{x}}.$$
 (5.3)

Mit den bezüglich der Materialhauptachsen bekannten Materialparametern kann durch Koordinatentransformation die Matrix der Materialparameter in einem beliebigen Koordinatensystem dargestellt werden. Im allgemeinen ergeben sich dabei Polynome 4. Ordnung der Koordinaten. Für den Elastizitätsmodul E_{α} in einer beliebigen Richtung $\alpha = \tan^{-1} (y/x)$ erhält man so beispielsweise

$$E_{\alpha} = E_{x}(x^{2} + y^{2}) = E_{x}\sqrt{\frac{\gamma(1 + 2\tan^{2}\alpha + \tan^{4}\alpha)}{\gamma + 2\beta\tan^{2}\alpha + \tan^{4}\alpha}},$$
 (5.4)

wobei x und y der Gleichung

$$x^{4} + \frac{2\beta}{\gamma}x^{2}y^{2} + \frac{y^{4}}{\gamma} = 1$$
 (5.5)

genügen und β und γ durch

$$\gamma = \frac{E_y}{E_x}$$
 und $\beta = \frac{E_y}{2G_{xy}} - v_y$ (5.6)

gegeben sind. Die Gleichung (5.5) beschreibt eine sogenannte Direktionskurve. Mit

$$r = \sqrt[4]{x^2 + y^2}$$
(5.7)

gilt gemäss (5.4)

$$r = \frac{4}{\sqrt{E_{\alpha}/E_{x}}}$$
(5.8)

d. h. der Abstand eines Punktes der Direktionskurve vom Koordinatenursprung ist proportional zur vierten Wurzel des Verhältnisses des Elastizitätsmoduls in der entsprechenden Richtung zum Elastizitätsmodul in x-Richtung, siehe Bild 5.4.

Tabelle 5.1 stellt die elastischen Charakteristiken der geprüften Mauerwerke zusammen. Dabei handelt es sich um Sekantenmoduli bei einer Last von 30% der Bruchlast.

	E _x [GPa]	E _y [GPa]	G _{xy} [GPa]	v _x	v _y	γ	β
Z	12.4	9.0	4.5	0.26	0.19	0.73	0.81
K	10.8	5.4	4.3	0.20	0.32	0.50	0.31
В	10.6	5.3	3.3	0.26	0.17	0.50	0.63

Tabelle 5.1 - Elastische Charakteristiken der geprüften Mauerwerke

Da damit die benötigten Parameter (5.6) bestimmt sind, können die Direktionskurven (5.5) konstruiert werden, siehe Bild 5.4. Das Bild enthält auch die Werte der gemessenen Elastizitätsmoduli in verschiedenen Richtungen, welche den in den Versuchen gewählten Lagerfugenneigungen entsprechen.

Da kein Versuch zur Bestimmung von f_y bzw. E_y des Zementsteinmauerwerks durchgeführt wurde, wird angenommen, dass der Elastizitätsmodul aus dem Versuch mit einer Lagerfugenneigung α von 15° die Beziehung (5.5) erfüllt und dass auch (5.3) erfüllt ist. Daraus ergeben sich der Modul E_y und die Poissonsche Querdehnungszahl v_y , welche in der Tabelle 5.1 angegeben sind. Anhand von Bild 5.4 lässt sich feststellen, dass die an den Versuchskörpern bestimmten Elastizitätsmoduli des Zementsteinmauerwerks die Bedingung eines orthotropen Green-Materials mit kleinen Abweichungen erfüllen.



Bild 5.4 - Direktionskurven und Vergleich mit Versuchen

Aus Tabelle 5.1 und Bild 5.4 ist ferner ersichtlich, dass auch das Kalksandstein- und das Backsteinmauerwerk die Bedingungen eines orthotropen Materials näherungsweise erfüllen; allerdings sind die Abweichungen grösser als beim Zementsteinmauerwerk, und insbesondere ist die Bedingung (5.3), die für ein Green-Material verlangt wird, klar verletzt.

c) Näherungen für Spannungs-Dehnungs-Diagramme und Steifigkeitsparameter

Für einachsige Druckbeanspruchung parallel zu den Lagerfugen ($\alpha = 90^{\circ}$) empfiehlt sich für alle Mauerwerksarten die Verwendung der linearen Beziehung

$$\sigma_2 = \mathbf{E}_{\mathbf{v}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\xi}}, \tag{5.9}$$

wobei für den Elastizitätsmodul Ev die Näherung

$$\mathbf{E}_{\mathbf{v}} \approx \mathbf{c}_{1} \mathbf{f}_{\mathbf{v}} \tag{5.10}$$

verwendet werden kann, mit $c_1 = 1000$ für Zementsteinmauerwerk, $c_1 = 700$ für Kalksandsteinmauerwerk und $c_1 = 1500$ für Backsteinmauerwerk.

Für einachsige Druckbeanspruchung von Backsteinmauerwerk senkrecht zu den Lagerfugen ist ebenfalls eine lineare Beziehung angemessen,

$$\sigma_2 = \mathbf{E}_{\mathbf{x}} \boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{\xi}}, \tag{5.11}$$

wobei näherungsweise

$$E_x \approx 1000 f_x \tag{5.12}$$

verwendet werden darf.

Für einachsige Druckbeanspruchung senkrecht zu den Lagerfugen ($\alpha = 0^{\circ}$) von Mauerwerk aus Zement- und Kalksandsteinen lässt sich die Spannungs-Dehnungs-Beziehung offensichtlich gut (Bild 5.5) mit einer Parabel zweiter Ordnung annähern, d. h.

$$\sigma_2 = \mathcal{E}_x \varepsilon_{\xi} (1 + 250\varepsilon_{\xi}), \qquad (5.13)$$

wobei wiederum E_x gemäss (5.12) eingesetzt werden kann.

Verwendet man schliesslich die Näherungen

$$v_{\rm x} = v_{\rm y} = v \approx 0.25 \tag{5.14}$$

und

$$G_{xy} \approx \frac{(E_x + E_y)}{4(1 + \nu)}$$
(5.15)

so sind alle Koeffizienten der Elastizitätsmatrix in (5.2) bestimmt, und es sind bei bekannten Festigkeitswerten f_x und f_y allgemeine elastische Berechnungen möglich.

Kennt man nur einen der beiden Festigkeitswerte, so kann man sich mit der Näherung

$$f_x \approx c_2 f_y \tag{5.16}$$

behelfen, wobei $c_2 = 1.4$ für Zementsteinmauerwerk, $c_2 = 1.6$ für Kalksandsteinmauerwerk und $c_2 = 3.0$ für Backsteinmauerwerk ist.



Bild 5.5 - Vereinfachte Spannungs-Dehnungs-Beziehungen

Die Güte der eingeführten Näherungen wird in den Bildern 5.5 und 5.6 illustriert, wobei wegen des Fehlens eigener Versuche zur Bestimmung von f_y an Zementsteinmauerwerk auf [37] zurückgegriffen wird. Zu bemerken ist noch, dass die Kleinkörper zur Bestimmung von f_y ($\alpha = 90^\circ$) in x-Richtung auf 0.1 f_x vorgespannt wurden.



Bild 5.6 - Näherungen für Steifigkeitsparameter

Die Beziehungen (5.6), (5.10), (5.12), (5.14), (5.15) und (5.16) liefern zusammen mit den für die verschiedenen Mauerwerksarten vorgeschlagenen Koeffizienten c_1 und c_2 die Werte $\gamma = 0.71$ (Z), 0.44 (K) und 0.50 (B) sowie $\beta = 0.79$ (Z), 0.51 (K) und 0.58 (B). Mit (5.4) ist damit der Elastizitätsmodul E_{α} in einer beliebigen Richtung α bestimmt.

5.1.2 Mauerwerksfestigkeiten

a) Ergebnisse einachsiger Druckversuche

	Ref.	Serie	f _x [MPa]	fy [MPa]	c [MPa]	φ [°]	Lochanteil	Lochbild
	[44]	KZ	12.7	9.0	1.55	30.6	0.20	
z	[37]	ZSW	9.1	6.1	0.5	38.7	0.34	
	[37]	В	8.4	6.6	1.10	33.0	0.17	
	[44]	КК	10.6	7.5	0.38	36.9	0.20	
К	[25]	12	11.8	7.3	0.27	40.4	0.20	
	[25]	11	10.4	5.7	0.27	37.6	0.21	
	[44]	KB	9.4	3.5	0.54	47.3	0.41	
В	[25]	6	8.1	3.2	0.53	33.4	0.37	
	[25]	2	7.9	2.3	0.17	35.4	0.46	

Tabelle 5.2- Mauerwerkskennwerte

Bild 5.7 zeigt die in neun Versuchsreihen [25, 37, 44] beobachtete Abhängigkeit der einachsigen Mauerwerks-Druckfestigkeit vom Lagerfugenneigungswinkel. Die zugehörigen Kennwerte und Lochbilder können der Tabelle 5.2 entnommen werden. Alle Kurven zeigen einen ähnlichen Verlauf; eine gewisse Ausnahme stellt allerdings die Serie B [37] aus Leichtzementsteinmauerwerk dar, deren Festigkeitswerte im Vergleich zu den anderen Versuchserien nur sehr wenig variieren.



Bild 5.7 - Mauerwerksfestigkeiten

b) Einachsiger Druckspannungszustand und verträgliche Bruchmechanismen

Für einen einachsigen, unter dem Winkel α zur x-Achse geneigten Druckspannungszustand gilt

$$\sigma_{\rm x} = \sigma_2 \cos^2 \alpha \,, \, \sigma_{\rm y} = \sigma_2 \sin^2 \alpha \,, \, \tau_{\rm xy} = \sigma_2 \sin \alpha \cos \alpha \,, \, (\sigma_2 < 0 = \sigma_1) \tag{5.17}$$

und somit

$$\sigma_2 = \sigma_x + \sigma_y, \tan^2 \alpha = \sigma_y / \sigma_x, \tau_{xy}^2 = \sigma_x \sigma_y.$$
 (5.18)

Setzt man die Bruchbedingung von Ganz [17] gemäss Bild 2.2 voraus, so bewegt man sich nach der dritten Beziehung (5.18) auf der elliptischen Kegelfläche (1). Jeder Richtung α entspricht eine Mantellinie des Kegels, und die extremal möglichen, einachsigen Druckspannungszustände entsprechen Punkten auf der Linie ABCDEF, die sich aus zwei Geraden (AB und EF), zwei Ellipsen (BC und DE) sowie einer Hyperbel (CD) zusammensetzt. Die beiden Geraden AB und EF entsprechen den Grenzfällen $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi/2$. Entlang der beiden Ellipsen BC und DE bleibt σ_2 gemäss der ersten Beziehung (5.18) konstant; die entsprechenden Werte betragen f_y bzw. 2c tan($\pi/4 + \varphi/2$) = 2c cos $\varphi/(1-\sin\varphi)$. Schliesslich erhält man durch Gleichsetzen der Ausdrücke linkerhand in (2.1) und (2.4) und unter Verwendung der zweiten Beziehung (5.18) die Gleichung

$$\sigma_2 = \frac{c}{\cos^2 \alpha (\tan \varphi - \tan \alpha)} \qquad \left(\varphi < \alpha \le \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right), \tag{5.19}$$

welche Punkten auf der Hyperbel CD im Bild 2.2 entspricht.



Bild 5.8 - Einachsige Druckfestigkeit nach Ganz [17]

Bild 5.8 zeigt die diesen Überlegungen entsprechende einachsige Druckfestigkeit f_{α} in Abhängigkeit von α .

Fasst man die Ausdrücke linkerhand in (2.1) und (2.3) als Fliessfunktionen auf, so erhält man aus dem Fliessgesetz (4.6) als mit dem Regime BC von Bild 5.8 verträgliche Mechanismen [41] die im Bild 5.9 dargestellten Möglichkeiten und deren Kombinationen.



Bild 5.9 - Mit Regime BC von Bild 5.8 verträgliche Mechanismen: (a) Kollapsrissmechanismus; (b) und (c) Gleitlinienmechanismen

Der Fliessbedingung (2.1) entspricht ein einachsiger Verzerrungszustand mit $\dot{\epsilon}_1 \ge 0$ und $\dot{\epsilon}_2 = 0$ und dementsprechend der im Bild 5.9 (a) dargestellte Kollapsrissmechanismus [45]. Da die in der Hauptrichtung 2 wirkenden Druckspannungen keine Arbeit leisten, entspricht dieser Mechanismus allerdings einem wohl theoretisch, jedoch nicht praktisch möglichen Grenzfall.

Aus der Fliessbedingung (2.3) folgt mit (4.6), dass $\hat{\epsilon}_x = 0$ ist, d. h. die x-Richtung entspricht einer charakteristischen Richtung (II). Da die Hauptrichtungen die Winkel zwischen den Charakteristiken halbieren [41], ist die andere charakteristische Richtung (I) ebenfalls unter dem Winkel α zur Vertikalen (2) geneigt. Wie in den Bildern 5.9 (b) und (c) dargestellt, kann grundsätzlich jede Charakteristik die Rolle einer Gleitlinie spielen, und die Relativverschiebung der beiden durch die Gleitlinie getrennten Körper ist zur anderen Charakteristik orthogonal [41].

Wie im Bild 5.9 (a) angedeutet, entspricht der Kollapsrissmechanismus dem Grenzfall von in der Hauptrichtung 2 zusammenfallenden Charakteristiken. Da das Regime BC von Bild 5.8 der gleich benannten Kante der Fliessfigur gemäss Bild 2.2 entspricht, sind nach der Koiterschen Verallgemeinerung des Fliessgesetzes (4.6) im allgemeinen (nicht negative) Linearkombinationen der zugehörigen Grundmechanismen zu betrachten [41]. Dies bedeutet im vorliegenden Fall einfach, dass sich der von den Charakteristiken gebildete Winkel zwischen den Werten null und 2α bewegen kann. Insbesondere ist also in dem zum Fall von Bild 5.9 (a) entgegengesetzten Grenzfall von Bild 5.9 (b) ein Versagen entlang der Stossfugenflucht möglich.



Bild 5.10 - Bruchmechanismus $(0 < \beta \le \alpha)$

Aufgrund des Verträglichkeitssatzes der Plastizitätstheorie ist eine explizite Berechnung der beim Mechanismus geleisteten Arbeiten der äusseren Kräfte und der zugehörigen Dissipationsarbeiten an und für sich nicht nötig [41]. Hier soll dies gleichwohl getan werden, und zwar für den allgemeinen Fall von unter dem Winkel β ($0 < \beta \le \alpha$) zur Hauptrichtung 2 geneigten Charakteristiken. Setzt man gemäss Bild 5.10 sowohl für die Höhe des abgleitenden Keils als auch für den Betrag der Relativverschiebung eins, so liefert die Gleichsetzung der Arbeit der äusseren Kräfte mit der Dissipationsarbeit

W =
$$-\sigma_2 \tan\beta \sin\beta = D = \frac{f_y}{2} \left[1 - \sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\beta\right) \right] \frac{1}{\cos\beta}$$
, (5.20)

woraus tatsächlich

$$\sigma_2 = -f_y \tag{5.21}$$

folgt. Bei der Berechnung der Dissipationsarbeit wurde der bekannte, der sogenannten quadratischen Fliessbedingung im ebenen Spannungszustand entsprechende Ausdruck $f_y (1-\sin\gamma)/2$ für die elementare Dissipationsarbeit bei einer unter dem Winkel γ zur Gleitfläche geneigten Elementarverschiebung benützt [41].

c) Versagen entlang der Stossfugenflucht

Bei der Herleitung seiner Bruchbedingung (Bild 2.2) ging Ganz [17] von einem isotropen, lediglich druckfesten Material aus (Druckfestigkeit = f_y), das in x-Richtung auf Druck zusätzlich "bewehrt" ist (und zwar mit der Festigkeit f_x - f_y der "Bewehrung"). Die mit Bild 5.9 (b) erwähnte Möglichkeit eines Versagens entlang der Stossfugenflucht führt zumindest für den Fall einer knirschen Vermauerung der Stossfugen zur Frage nach der Bedeutung eines solches Vorgehens. In der Tat setzt man bei Verwendung von Regime BC gemäss Bild 5.8 stillschweigend voraus, dass Druckspannungen im Winkel α zur Stossfugenflucht über die Stossfugen übertragen werden können, und dass bei Auftreten eines im Grenzfall gemäss Bild 5.9 (b) möglichen Versagens entlang der Stossfugenflucht auch entlang der Stossfugen Energie entsprechend dem Ausdruck in Gleichung (5.20) dissipiert wird. Die auf Seite page 6 erwähnte Voraussetzung, dass die Schubtragfähigkeit der Stossfugen vernachlässigt wird, ist also in Wirklichkeit nicht erfüllt.

Bild 5.11 stellt am Beispiel des mit unter 30° geneigten Lagerfugen gemauerten Kleinkörpers KB30 aus Backsteinmauerwerk [44] einen typischen Bruchvorgang dar. Während der initiale Mechanismus jenem von Bild 5.9 (a) ähnlich sieht, gleicht das schlussendliche Bruchbild zumindest im oberen Wandteil dem Mechanismus von Bild 5.9 (b). Allerdings sind derartige Vergleiche nur mit grosser Vorsicht vorzunehmen, da Bruchbilder totale Verformungen zeigen, während bei der vorausgesetzten, plastizitätstheoretischen Idealisierung lediglich Verformungsinkremente beim Kollaps von Bedeutung sind. Die Berechtigung der Anwendung der Plastizitätstheorie muss in erster Linie anhand von Vergleichen experimentell beobachteter und theoretisch vorausgesagter Traglasten beurteilt werden.

Bei den Kalksandstein-Kleinkörpern KK15 und KK30 mit Lagerfugenneigungen von 15° und 30° wurde eindeutig ein Versagen durch Abscheren der Steine entlang der Stossfugenflucht beobachtet, siehe Bilder 5.12 und 5.13. Um dieses Verhalten theoretisch zu untersuchen, wird die Stossfugenflucht als Gleitlinie betrachtet, die Dissipationsarbeit in den Stossfugen wird vernachlässigt, und es wird vorausgesetzt, dass das Steinmaterial einer Coulombschen Fliessbedingung mit Kohäsion c_b und Reibungswinkel φ_b genügt. Ein ähnlicher Ansatz wurde von Hamid und Drysdale [32] für Backsteinmauerwerk gemacht [siehe (2.12)].



Bild 5.11 - Bruch des Körpers KB30



Bild 5.12 - Bruch des Körpers KK15



Bild 5.13 - Bruch des Körpers KK30



Bild 5.14 - Versagen entlang Stossfugenflucht

Gemäss Bild 5.14 resultiert analog zur Gleichung (5.20)

$$W = -\sigma_2 \tan \alpha \cos(\alpha + \phi_b) = D = \frac{c_b \cos \phi_b}{2 \cos \alpha}, \qquad (5.22)$$

woraus die zu (5.19) ähnliche Beziehung

$$\sigma_2 = \frac{c_b}{2\sin^2\alpha(\tan\varphi_b - \cot\alpha)}$$
(5.23)

folgt, die für $\alpha = \pi/4$ - $\phi_b/2$ ihren Extremalwert

$$\sigma_{2,\min} = \frac{-c_b \cos \varphi_b}{1 - \sin \varphi_b}$$
(5.24)

annimmt. Für $\alpha = 0$ und $\alpha = \pi/2 - \varphi_b$ strebt der Ausdruck rechterhand in (5.23) asymptotisch gegen unendlich. Der Faktor 1/2 rechterhand in (5.22) berücksichtigt die Tatsache, dass entlang der Stossfugenflucht nur jeder zweite Stein Dissipationsarbeit leistet. Verknüpft man (5.23) mit der zweiten und dritten Beziehung (5.17), so erhält man schliesslich die zu (2.4) analoge Bedingung

$$\tau_{xy}^2 - \left(\frac{c_b}{2} - \sigma_y \tan \varphi_b\right)^2 \le 0$$
(5.25)

die, wie im Bild 5.15 gezeigt, einer zur σ_x -Achse parallelen, schiefen Ebene entspricht.



Bild 5.15 - Bruchbedingung für unbewehrtes Mauerwerk

d) Praktische Näherungen und Vergleich mit Versuchen

Nimmt man an, dass die Coulombsche Fliessbedingung mit den Parametern c_b und ϕ_b auch für das Versagen unter einachsigem Druck in y-Richtung verantwortlich sei und setzt man

$$\tan \varphi_{\rm b} = \frac{3}{4}, \tag{5.26}$$

so gilt

$$c_{b} = \frac{f_{y}}{4}, \qquad (5.27)$$

und aus (5.23) folgt für $\alpha = \pi/4 - \varphi_b/2$ der Minimalwert des Betrages von σ_2 , nämlich $f_y/2$. Setzt man schliesslich $\varphi = \varphi_b$ und $c = f_y/25$ voraus, so ergibt sich der im Bild 5.16 dargestellte Verlauf von f_{α} in Funktion von α .



Bild 5.16 - Einachsige Druckfestigkeit [$c = 0.04f_y$, $c_b = 0.25f_y$, $\phi = \phi_b = tan^{-1} (0.75)$]

Mit den getroffenen Annahmen ist nun der im Bild 5.17 dargestellte Vergleich der in den verschiedenen Versuchsserien [25, 30, 37, 44] beobachteten einachsigen Druckfestigkeitswerte möglich. Dabei wird f_{α} mit f_{y} normiert, und es werden lediglich die Werte für $0 < \alpha < \pi/2$ eingetragen.



Bild 5.17 - Vergleich der in verschiedenen Versuchsserien beobachteten einachsigen Druckfestigkeiten mit theoretischen Voraussagen gemäss Bild 5.16

Aus Bild 5.17 ist ersichtlich, dass man die einachsige Druckfestigkeit des Kalksandsteinmauerwerks mit dem theoretischen Ansatz aus Bild 5.16 sehr gut annähern kann. Die theoretischen Voraussagen für Zementstein- und Backsteinmauerwerk sind dagegen eher konservativ, liefern aber ebenfalls eine brauchbare Näherung.

5.2 Kombiniert beanspruchtes Mauerwerk

5.2.1 Exzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen

a) Bilineare Endexzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehung

Die Exzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen der geprüften Mauerwerkswände [44] verhalten sich anfänglich linear. Nimmt man linear elastisches Verhalten des Mauerwerks an und berücksichtigt man Einflüsse 2. Ordnung, so ergibt sich zunächst für die Auslenkungen w

w =
$$e_0 \left\{ \frac{\sin[k(h-\xi)]}{\sin(kh)} - 1 + \frac{\xi}{h} \right\}$$
, $k = \sqrt{\frac{-N}{EI}} < \frac{\pi}{h}$ (5.28)

und daraus mit $\vartheta = dw/d\xi$ an der Stelle $\xi = 0$

$$e_0 = \frac{\vartheta}{\frac{1}{h} - k\cot(kh)}.$$
(5.29)

Für $-N > \pi^2 EI/(4h^2)$ tritt die maximale Exzentrizität $e = w + e_0(1-\xi/h)$ an der Stelle $\xi = h - \pi/(2k)$ auf und beträgt $e_0/[sin(kh)]$; für $-N \le \pi^2 EI/(4h^2)$ ergibt sich die maximale Exzentrizität an der Stelle $\xi = 0$ und ist gleich e_0 .



Bild 5.18 - Ausbilden des Mechanismus

Nach dem Erreichen einer maximalen Exzentrizität beginnt die Exzentrizitäts-Verdrehungs-Kurve abzufallen. Bei den Versuchswänden, die einen klaffenden Riss aufweisen, ist dieser abfallende Ast ungefähr linear bis zur maximal möglichen Fussverdrehung. Da sich durch Entstehen des klaffenden Risses ein plastisches Gelenk ausbildet, verwandelt sich das ursprüngliche System in einen Mechanismus. Durch Weiterverdrehen des Stahlbetonsockels am unteren Ende der Wand wächst die Auslenkung an der Stelle des klaffenden Risses proportional zur Verdrehung. Um das Gleichgewicht erhalten zu können, muss sich die Normalkraft gegen die Mitte des Querschnittes am unteren Ende der Wand verschieben. Je nach Lage und Grösse des klaffenden Risses wird die Exzentrizität am unteren Ende der Wand sogar negativ (Bild 5.18). Dieses Verhalten entspricht einer Entfestigung, welche durch Einflüsse 2. Ordnung bedingt ist und repräsentiert nicht eine Materialentfestigung.

Unter der Annahme, die horizontalen Auslenkungen seien nur durch den Mechanismus bestimmt, folgt gemäss Bild 5.19

 $e_{cr} = e_0 \left(1 - \frac{\xi_{cr}}{h}\right) + \vartheta \xi_{cr}$



Bild 5.19 - Idealisierte Endexzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehung

und somit

$$e_0 = \frac{e_{cr} - \vartheta \xi_{cr}}{1 - \frac{\xi_{cr}}{h}}.$$
(5.31)

(5.30)

Die Neigung des abfallenden Astes der e0v-Beziehung beträgt

$$\frac{d\mathbf{e}_0}{d\vartheta} = \frac{-\xi_{\rm cr}}{1 - \frac{\xi_{\rm cr}}{h}}.$$
(5.32)

Die Exzentrizität e_{cr} kann aus

$$e_{\rm cr} = \frac{t-x}{2} \tag{5.33}$$

bestimmt werden, wobei t die Wanddicke und x die Dicke der Druckzone bezeichnen. Nach dem Ausbilden des Mechanismus, bzw. des plastischen Gelenkes, bleibt die Höhe der Druckzone x, welche nur eine Funktion der aufgebrachten Achsiallast ist, beim Weiterverdrehen des Wandfusses mehr oder weniger konstant. Nach der Bestimmung von e_{cr} ist die idealisierte Exzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehung bis auf die Lage ξ_{cr} des plastischen Gelenkes bestimmt.

b) Vergleich mit Versuchen

Bei den Wänden, welche durch ein Verhältnis von aufgebrachten Bruttospanungen und Bruchspannungen $\sigma_{\xi}/\sigma_{\xi_u}$ von nicht mehr als 0.22 (siehe auch Tabelle 3.4) charakterisiert waren, öffnete sich ein klaffender Riss entweder in einer Lagerfuge oder am Übergang zwischen dem Wandende und dem Stahlbetonsockel. Diese Wände wiesen ein praktisch unbegrenztes Verformungsvermögen auf.

Im Bild 5.20 ist ein Vergleich der hergeleiteten idealisierten Beziehung mit den aus den Versuchen ermittelten Exzentrizitäts-Verdrehungs-Kurven dargestellt. Es wird nur der abfallende Ast bzw. die Gleichung (5.31) abgebildet, und zwar je eine Gerade pro entsprechender Höhenlage des plastischen Gelenks. Zusätzlich zu den eigenen Versuchen [44] werden auch die Ergebnisse der Rotationsversuche an den im Kapitel 2 erwähnten sechs Wänden aus Porenbetonmauerwerk betrachtet [23]. Aus den Diagrammen ist ersichtlich, dass bei den Wänden mit horizontalen Lagerfugen grössere Normalkräfte ein Ansteigen von ξ_{cr} bewirken.



Bild 5.20 - Exzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen

Bei den Versuchen mit geneigten Lagerfugen, die keinen klaffenden Riss aufwiesen (Kalksandstein- und Backsteinwände mit und ohne Lagerfugenbewehrung), wurde mit Ausnahme der Kalksandsteinwände K4 und K6 ein sprödes Verhalten festgestellt [44]. Kurz nach dem Erreichen des maximalen Wertes der Exzentrizität e₀ erlitten die Wände einen spröden Bruch, siehe Bild 5.21. Die letzten Werte der im Diagramm dargestellten Datenreihen der Exzentrizitäts-Verdrehungs-Kurven für Backsteinwände stellen die nach dem Bruch der Wände gemessenen Werte dar.

Die Versuche K4 und K6 zeigten anfänglich einen durch die Geometrie-Entfestigung bedingten sinkenden Ast. Dann fiel die Exzentrizität bei einer bestimmten Verdrehung plötzlich ab. Nach diesem Sprung (Bild 5.21) und vor dem Versagen konnten die Wände noch weitere Fussverdrehungen aufnehmen. Ausser den Rissen in den Lagerfugen traten auch Risse in den Stossfugen auf. Dadurch wurde die Ausbildung eines plastischen Gelenkes ermöglicht (Bild 5.22) und somit ein spröder Bruch vermieden.



Bild 5.21 - Exzentrizitäts-Verdrehungs-Beziehungen



Bild 5.22 - Zahnförmiger Riss (plastisches Gelenk) bei den Versuchen K4 und K6

c) Empfehlungen für praktische Anwendungen

Die einfache, bilineare e_0 - ϑ -Beziehung (Bild 5.19) vermag offensichtlich das tatsächliche Verhalten von Wänden, welche mit Normalkräften belastet sind, die etwa einen

Viertel der einachsigen Druckfestigkeit nicht übersteigen, gut nachzuvollziehen. Da solche Normalkraftniveaus in der Praxis die Regel sind, kann die erwähnte einfache Beziehung bei der Bemessung eingesetzt werden.

Die Biegesteifigkeit EI, welche den Verlauf von (5.29) bestimmt, kann näherungsweise mit der Approximation (5.12) für den Elastizitätsmodul E_x und unter Verwendung des Flächenträgheitsmomentes I_x für den Bruttoquerschnitt der Wand bestimmt werden, d. h.

$$EI \approx E_x I_x \,. \tag{5.34}$$

Die Verwendung von E_{α} gemäss (5.4) anstelle von E_x bringt, wie der im Bild 5.23 dargestellte Vergleich mit den Versuchsresultaten [44] zeigt, keine nennenswerte Verbesserung.



Bild 5.23 - Näherung für Anfangsbiegesteifigkeit und Vergleich mit Versuchsergebnissen [44]

Die Druckzonendicke x an der Stelle des klaffenden Risses kann gleich t/8 gesetzt werden, und damit wird e_{cr} gemäss (5.33) zu 7t/16. Bei den Versuchen an Zement- und Kalksandsteinwänden [44] betrug x tatsächlich etwa t/8, während bei den Backsteinwänden noch kleinere Werte festgestellt wurden.

Die Lage ξ_{cr} des klaffenden Risses ist gemäss (5.32) für die Neigung des abfallenden Astes der bilinearen e₀- ϑ -Beziehung verantwortlich. Wie die Versuche [44] zeigten, trat der klaffende Riss bei Wänden mit geneigten Lagerfugen stets am Übergang von der Wand zum Stahlbetonsockel auf. Dieses Verhalten, also das Auftreten eines klaffenden Risses zwischen Wand und Decke, wird man demnach im allgemeinen auch in der Praxis annehmen dürfen. Die von Schwartz [55] mit Hilfe von CDC durchgeführte nähere Analyse von ξ_{cr} bei Wänden mit horizontalen Lagerfugen muss hier nicht weiter verfolgt werden, da sie auf die praktische Bemessung keine Auswirkungen hat.

5.2.2 Interaktion der Schnittkräfte

In diesem Abschnitt werden Interaktionsdiagramme der Schnittkräfte unter der Annahme eines starr - ideal plastischen Verhaltens des Mauerwerks hergeleitet und mit Versuchsergebnissen verglichen.

a) M-N-Interaktion

Wie im Bild 5.24 dargestellt, wird eine rechteckige Spannungsverteilung über die Druckzone der Dicke x angenommen. Mit

$$M_{\eta} = Q_{eff} e_{u}, \qquad (5.35)$$

$$Q_{\rm eff} = f_{\alpha} x b \tag{5.36}$$

und

$$e_u = \frac{t-x}{2} \tag{5.37}$$

folgt

$$\frac{2e_{u}}{t} = 1 - v_{u}, \qquad (5.38)$$

wobei

$$v_{\rm u} = \frac{Q_{\rm eff}}{f_{\alpha} {\rm bt}}.$$
(5.39)

Das Bild 5.24 zeigt die Beziehung (5.38) im Vergleich mit den Ergebnissen der Versuche [44] an Kalksandstein- und Backsteinwänden. Die Ergebnisse der Zementsteinwände sind nicht dargestellt, weil diese Wände - ausser der Wand Z2 - nicht unter der aufgebrachten Vertikalkraft Q_{eff} durch eine Fussverdrehung zum Bruch geführt werden konnten. Es ist ersichtlich, dass (5.38) eine gute Näherung liefert, vor allem für Backsteinwände mit geneigten Lagerfugen. Der Einfluss der Fugenneigung α ist durch Ansetzen der aus den Kleinkörperversuchen gewonnenen, einachsigen Festigkeit f_{α} berücksichtigt. Die mit schwarzer Farbe ausgefüllten Symbole in den Diagrammen stellen die Versuche dar, welche nicht unter der aufgebrachten Vertikalkraft Q_{eff} durch eine Fussverdrehung zum Bruch geführt werden konnten. Sowohl bei diesen als auch bei den Zementsteinwänden bewegte sich die Bruchdruckspannung in der Grössenordnung der Bruttosteindruckfestigkeit.



Bild 5.24 - Momenten-Normalkraft-Interaktion

b) V-N-M-Interaktion

Gleich wie in der Arbeit von Ganz [17] wird starr - ideal plastisches Verhalten des Mauerwerks vorausgesetzt, und es wird von einem Vollquerschnitt ausgegangen.

1) Mittlere Normalkräfte $[f_v cos^2 \beta \le -N/(lt) \le f_x - f_y]$

Die im Bild 5.25 (a) dargestellte Wand ist durch zentrische Scheibenkräfte V und N belastet. Mit dem im Bild eingetragenen statisch zulässigen Spannungsfeld wird für gegebene Normalkraft und Wandgeometrie durch Variieren der Druckstrebenneigung β ein maximal möglicher Schubwiderstand gesucht. Der Einfluss eines Biegemomentes M_z kann, wie im Abschnitt 2.1.2 erwähnt, durch Reduzieren der Wandlänge berücksichtigt werden, was hier aber nicht weiter verfolgt werden soll. Durch Überlagerung dreier einachsiger Spannungsfelder, nämlich ABFE, BDHF und ACHF, und unter Berücksichtigung der Bruchbedingung für Mauerwerk ohne Zugfestigkeit [Gleichungen (2.1) bis (2.5)] samt der im Abschnitt 5.1.2 eingeführten Ergänzung (siehe Bild 5.15), lassen sich, analog zu Bild 2.6, Schub-Normalkraft-Interaktions-Diagramme gewinnen, siehe Bild 5.26.



Bild 5.25 - Spannungsfeld und Translationsmechanismus
Die Felder ABFE und BDHF übernehmen die Normalspannungen, wobei Feld ABFE die gesamte auf der Länge EF wirkende Spannung $-\sigma_x$ übernimmt. Das Feld BDHF übernimmt einen Teil der auf der Länge FH wirkenden Normalspannungen. Das Feld ACHF übernimmt den Rest der letzterwähnten Normalspannungen sowie die gesamten Schubspannungen. Für eine gewählte Strebenneigung β ergeben sich die Spannungszustände in den einzelnen Feldern als Funktionen der geneigten Hauptspannung σ_β der Strebe ACHF. Durch Überlagerung der Spannungszustände in den einzelnen Feldern und durch Einsetzen in die erwähnten Bruchbedingungen wird für jeden Winkel β ein minimaler Wert der $-\sigma_\beta$ gewonnen. Die entsprechende Bruchschubkraft ergibt sich zu

$$V(\beta) = -\sigma_{\beta} \sin\beta \cos\beta (1 - h \tan\beta)t, \qquad (5.40)$$

wobei noch zu beachten ist, dass die Normalspannungen $-\sigma_x$ gemäss den Gleichungen (2.1) und (2.2) durch

$$f_y \cos^2 \beta \le -\sigma_x \le f_x - f_y \tag{5.41}$$

begrenzt sind; die erste dieser beiden Relationen folgt für die Spannungen im Bereich BCHF von Bild 5.25 (a), die zweite für jene im Bereich ABF.



Bild 5.26 - Schub-Normalkraft-Interaktion (V-N-Interaktion)

Durch Optimieren der Strebenneigung β ergibt sich die bestmögliche untere Schranke für die Schubbruchkraft V_u der Scheibe. Der Bruch erfolgt im Regime (3), Gleichung (2.3), d. h. $\sigma_{\beta} = -f_y$, die optimale Neigung β ist durch

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{1}{h} \right)$$
 (5.42)

gegeben, und die entsprechende Schubbruchkraft beträgt

$$V_{\rm u} = \frac{1}{2} f_{\rm y} {\rm lt} \tan \beta \,. \tag{5.43}$$

Eine obere Schranke der Traglast V_u kann mit Hilfe des im Bild 5.25 (b) dargestellten kinematisch zulässigen Translationsmechanismus berechnet werden. Die Diskontinuitätslinie verläuft entlang der Wanddiagonalen, und die Elementarverschiebung ist horizontal. Aus der Fliessbedingung (2.3) folgt mit (4.6), dass $\dot{\epsilon}_x = 0$ ist, d. h. die x-Richtung entspricht einer charakteristischen Richtung (II). Da die Hauptrichtungen die Winkel zwischen den Charakteristiken halbieren [41], ist die andere charakteristische Richtung (I) ebenfalls unter dem Winkel β zur Hauptdruckrichtung (2) geneigt, d. h. es gilt (5.42). Gleichsetzung der Arbeit der äusseren Kräfte mit der Dissipationsarbeit liefert

W = V_u · 1 = D =
$$\frac{f_y}{2}(1 - \cos 2\beta)\frac{lt}{\sin 2\beta}$$
, (5.44)

woraus

$$V_{u} = \frac{f_{y}lt}{2} \frac{2\sin^{2}\beta}{2\sin\beta\cos\beta} = \frac{f_{y}lt}{2}\tan\beta$$
(5.45)

folgt. Ähnlich wie im Abschnitt 5.1.2 wird hier bei der Berechnung der Dissipationsarbeit der Ausdruck $f_y (1-\sin\gamma)/2$ für die elementare Dissipationsarbeit bei einer unter dem Winkel γ zur Diskontinuitätslinie geneigten Elementarverschiebung benützt [41]. Das betrachtete Spannungsfeld und der Translationsmechanismus sind offensichtlich miteinander verträglich und liefern zusammenfallende untere und obere Schranken der Traglast; die gewonnene Schubbruchkraft V_u stellt die exakte Traglast der Scheibe in dem durch (5.41) definierten Bereich dar.

2) Linearisierte V-N-Interaktion

Mit (5.41) bis (5.43) ist ein Teil der Interaktionskurve bestimmt. Die beiden restlichen Teile (für geringe, bzw. grosse Normalkräfte) werden gewonnen, indem die für V = 0 bekannten Anfangs- und Endpunkte der Interaktionskurve mit dem bereits bestimmten Teil linear verbunden werden, siehe Bild 5.26.

Die vorgenommene Linearisierung der V-N-Interaktion (Bild 2.6) schränkt die aus den Diagrammen folgenden Erkenntnisse keineswegs ein. Sie liegt auf der sicheren Seite und erleichtert weitere Berechnungen.

Der tatsächliche, gekrümmte Verlauf der Interaktionskurve im Bereich geringer und grosser Normalkräfte wurde von Ganz [17] durch Betrachtung entsprechender Spannungsfelder und Mechanismen diskutiert. Diese Überlegungen werden im folgenden kurz zusammengefasst.

3) Geringe Normalkräfte $[0 \le -N/(lt) \le f_v cos^2 \beta]$

Eine untere Schranke für die Traglast wird durch Betrachten des im Bild 5.27 (a) dargestellten Spannungsfelds gewonnen. Das Feld besteht aus einem nicht zentrierten Fächer ACGF, dessen Hauptspannungsrichtungen mit den Strahlen des Fächers zusammenfallen, und einer rechteckigen Strebe ABFE. Der Fächer übernimmt die Normalspannungen im Bereich FG und die gesamte Schubkraft der Scheibe; die Strebe ABFE übernimmt lediglich die Normalspannungen im Bereich EF. Die differentielle Schubkraft in der Scheibe ergibt sich aus Gleichgewicht [siehe auch Detail im Bild 5.27 (a)] zu

$$d\mathbf{V} = \mathbf{t}\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{r}}\mathbf{b}\,\mathbf{t}\mathbf{a}\mathbf{n}\gamma d\gamma \qquad (\boldsymbol{\beta}_0 \le \gamma \le \boldsymbol{\beta})\,,\tag{5.46}$$

wobei σ_r den Wert der Radialspannung am unteren Rand der Scheibe bezeichnet. Durch Berücksichtigung der Bruchbedingungen (2.3) bis (2.5) und unter Verwendung der Gleichgewichtsbedingungen am oberen und unteren Rand der Scheibe wird der Abstand b in Abhängigkeit von der Mauerwerksdruckfestigkeit bestimmt. Der gewonnene Abstand wird in (5.46) eingesetzt, und durch numerische Integration in den angegebenen Grenzen wird die Schubkraft berechnet. Die untere Integrationsgrenze β_0 ist ein freier Parameter bei der Bestimmung der Schubkraft; durch deren Variation wird der maximale Wert, d. h. die bestmögliche untere Schranke der Schubbruchkraft gewonnen.



Bild 5.27 - Spannungsfeld und Rotationsmechanismus für geringe Normalkräfte

Eine obere Schranke wird durch Betrachten des im Bild 5.27 (b) dargestellten kinematisch zulässigen Rotationsmechanismus bestimmt. Der obere Teil der Scheibe rotiert mit der Winkelgeschwindigkeit 1 um das Rotationszentrum, während der untere Teil in Ruhe bleibt. Die beiden Teile trennen sich entlang der Wanddiagonalen, die eine Diskontinuitätslinie im Verschiebungsfeld darstellt. Durch Gleichsetzen der Arbeit der äusseren Kräfte

$$W = 1 \cdot \left[lt \sigma_x \left(\frac{1}{2} - a \right) + V(h+b) \right]$$
(5.47)

mit der Dissipationsarbeit entlang der Diskontinuitätslinie,

$$\mathbf{D} = \mathbf{t} \int d\mathbf{D} d\mathbf{n} d\mathbf{t} \,, \tag{5.48}$$

folgt die Schubkraft als Funktion der Lage des Rotationszentrums,

$$V(a, b) = \frac{-lt\sigma_x\left(\frac{l}{2} - a\right) + t\int dD dn dt}{(h+b)}.$$
(5.49)

Unter Verwendung des Fliessgesetzes (4.6) und der Bruchbedingungen (2.3) bis (2.5) ergibt sich die elementare Dissipationsarbeit dD als Funktion der Verzerrungsinkremente und Festigkeitsparameter. Es ist noch zu bemerken, dass alle Verzerrungskomponenten in dD den Nenner dn haben, und somit kürzt sich die Dicke der Diskontinuitätslinie im Integral (5.48) weg, siehe auch Detail im Bild 5.27 (b). Diese Dicke kann somit beliebige Werte annehmen, insbesondere solche, die gegen null streben.

Eine Minimierung des Ausdrucks (5.49) nach den Werten a und b liefert die bestmögliche obere Schranke für die Schubbruchkraft; diese Minimierung ist allerdings sehr aufwendig und wird numerisch durchgeführt. Obere und untere Grenzwerte der Schubbruchkraft fallen nicht zusammen, die exakte Traglast ist also nicht bestimmt.

4) Grosse Normalkräfte $[f_x - f_y \le -N/(lt) \le f_x]$



Bild 5.28 - Spannungsfeld und Rotationsmechanismus für grosse Normalkräfte

Eine untere Schranke der Traglast wird durch Betrachten des im Bild 5.28 (a) dargestellten Spannungsfelds gewonnen. Das Feld besteht aus mehreren, unter dem Winkel β zur Vertikalen geneigten Streben, welche die gesamte Schubkraft übernehmen, und ihnen überlagerten vertikalen Streben, welche lediglich Normalspannungen übertragen. Die Anzahl der Streben ist vom Winkel β , bzw. von der Strebenbreite c abhängig. Alle Streben stehen unter einem einachsigen Spannungszustand, und somit herrschen in der ganzen Scheibe, ausser in den seitlichen dreieckförmigen Bereichen AED und BCF, zweiachsige Spannungszustände. Die Spannungen in der Scheibe werden durch Kombinieren der Spannungszustände in den schiefen und vertikalen Streben gewonnen. Aus dem Gleichgewicht in horizontaler Richtung ergibt sich die vom Winkel β abhängige Schubkraft zu

$$V(\beta) = \sum_{i=1}^{n} (\Delta l_i t \sigma_{\beta, i} \sin \beta \cos \beta), \qquad (5.50)$$

wobei ∆l_i den kleineren der Werte c und l - ic annimmt.

Da das Versagen entweder im Regime (2) oder im Regime (3) erfolgt, können die Spannungen $\sigma_{\beta,i}$ in den geneigten Streben in Funktion der Festigkeitsparameter aus den entsprechenden Gleichungen der Bruchbedingung berechnet werden. Aus (5.50) wird dann durch Variieren des Winkels β die bestmögliche untere Schranke der Schubbruchkraft gewonnen.

Die bestmögliche obere Schranke wird mit dem Mechanismus gemäss Bild 5.28 (b) analog zu (5.47) bis (5.49) bestimmt.

Die auf diese Weise berechneten oberen und unteren Schranken für die Schubbruchkraft fallen wiederum nicht zusammen, d. h. sie ergeben lediglich Näherungen für die tatsächliche Traglast der Scheibe.

5) V-N-M-Interaktion

Die im Bild 5.26 dargestellte V-N-Interaktion gilt für zentrische Scheibenkräfte, d. h. für über die Scheibendicke t gleichmässig verteilte Spannungen. Wie man leicht einsieht, bleibt die Form der Interaktionskurve auch bei exzentrischem Lastangriff erhalten, der Widerstand nimmt aber proportional zur Exzentrizität e ab und verschwindet für e = t/2. Damit ergibt sich die im Bild 5.29 dargestellte, pyramidenförmige Interaktionsfigur OABCF, wobei gemäss (5.42) $\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1}(1/h)$ gilt.



Bild 5.29 - V-N-M-Interaktion

Für eine gegebene, geringe Normalkraft erhält man durch den Schnitt der Pyramide mit der durch $v_{ref} = -N/(f_x lt)$ bestimmten Ebene die polygonale Interaktionskurve GHIJ. Die Längen der diese Kurve bestimmenden Strecken lassen sich aus der Figur direkt ablesen:

$$\overline{\rm GM} = \overline{\rm HL} = \frac{v_{\rm ref} \sin\beta}{2\cos^3\beta}$$
(5.51)

$$\overline{\mathrm{ML}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{v_{\mathrm{ref}} f_{\mathrm{x}}}{f_{\mathrm{y}} \cos^2 \beta} \right)$$
(5.52)

$$\overline{\mathrm{MK}} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\nu_{\mathrm{ref}} f_{\mathrm{x}}}{f_{\mathrm{x}} - f_{\mathrm{y}}} \right)$$
(5.53)

$$\overline{\mathrm{MJ}} = \frac{1}{2}(1 - v_{\mathrm{ref}})$$
(5.54)

$$\overline{IK} = \frac{v_{\text{ref}} f_y \tan\beta}{2(f_x - f_y)}.$$
(5.55)

6) Vergleich mit eigenen Versuchen



Bild 5.30 - Fiktive Schubwand

Geht man davon aus, dass die kritischen Spannungsverhältnisse am Fuss der Rotationsversuchswände [44] jenen im höchstbeanspruchten Bereich am Fuss einer fiktiven Schubwand gemäss Bild 5.30 ähnlich sind, so erhält man deren Abmessungen aus

$$l = \frac{b_{w}}{\cos\alpha} + 2h_{w}\sin\alpha \qquad , \quad h = h_{w}\cos\alpha , \qquad (5.56)$$

wobei b_w und h_w die Breite (1.03 m) und die Höhe (2.60 m) der Versuchswände bezeichnen. Die maximalen Beanspruchungen der Rotationsversuchswände lassen sich dann näherungsweise mit analog zu Bild 5.29 konstruierten Interaktionsdiagrammen ver-

gleichen. Entsprechende Berechnungen werden in Tabelle 5.3 durchgeführt, und die zugehörigen Ergebnisse sind im Bild 5.31 dargestellt. Zu beachten ist dabei, dass zur Bestimmung des Normalkraftniveaus $v_{ref} = -Q_{eff} \cos\alpha/(f_x lt)$ gesetzt wurde. Die Festigkeit f_v für Kalksandsteinwände wird gemäss (5.24) bestimmt.

Versuch	K4	K6	B4	B6	B7	B8	B10
α [°]	15	30	15	30	30	30	45
t [mm]	145	145	150	150	150	150	150
f _x [MPa]	10.6	10.6	9.4	9.4	9.4	9.4	9.4
f _y [MPa]	4.4	4.4	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5
l [m]	2.41	3.79	2.41	3.79	3.79	3.79	5.13
h [m]	2.51	2.25	2.51	2.25	2.25	2.25	1.84
β [°]	21.9	29.6	21.9	29.6	29.6	29.6	35.1
$\frac{f_y \cos^2 \beta}{f_x} \ [-]$	0.36	0.31	0.32	0.28	0.28	0.28	0.25
1-f _y /f _x [-]	0.58	0.58	0.63	0.63	0.63	0.63	0.63
Q _{eff} [kN]	326	325	323	324	424	324	323
ν _{ref} [-]	0.085	0.048	0.092	0.053	0.069	0.053	0.032
$\frac{v_{\rm ref} \sin\beta}{2\cos^3\beta} \ [-]$	0.020	0.018	0.021	0.020	0.026	0.020	0.017
$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{v_{ref} f_x}{f_y \cos^2 \beta} \right) [-]$	0.38	0.42	0.36	0.41	0.38	0.41	0.44
$\frac{\nu_{ref}f_ytan\beta}{2(f_x-f_y)} \ [\text{-}]$	0.012	0.010	0.011	0.009	0.012	0.009	0.007
$\frac{1}{2} \left(1 - \frac{v_{ref}f_x}{f_x - f_y}\right) \text{[-]}$	0.43	0.46	0.43	0.46	0.45	0.46	0.47
$\frac{1}{2}(1 - v_{ref})$ [-]	0.46	0.48	0.45	0.47	0.47	0.47	0.48
ν _{ref} tanα [-]	0.023	0.028	0.025	0.030	0.040	0.030	0.032
e _u /t [-]	0.41	0.43	0.43	0.43	0.38	0.42	0.35

 Tabelle 5.3- Berechnungen für Bild 5.31

Die rechnerischen Interaktionskurven liegen zum Teil deutlich auf der sicheren Seite, was zu erwarten ist, da sie für einen Vollquerschnitt hergeleitet wurden [17], und da sie zudem die oben erwähnte Linearisierung enthalten. Die Herleitung der Diagramme ist recht einfach und für praktische Anwendungen geeignet. Zur weiteren experimentellen Abstützung wären allerdings noch zusätzliche Versuche an Schubwänden wünschenswert; der näherungsweise Vergleich der Rotationsversuche [44] mit einer fiktiven Schubwand gemäss Bild 5.30 ist nicht ganz unanfechtbar, was sich z. B. in der Abweichung der Winkel α und β zeigt.



Bild 5.31 - Näherungsweiser Vergleich der theoretischen V-N-M-Interaktion mit Ergebnissen der Rotationsversuche [44]

5.3 Bewehrtes Mauerwerk

Die unbewehrten Mauerwerkswände besitzen praktisch keine Zug- bzw. Biegezugfestigkeit. Als Folge führt eine geringe, quer zur Wandebene wirkende Belastung bei einer nicht genügend grossen Auflast zu einer Rissbildung, welche die Gebrauchstauglichkeit solcher Wände ungünstig beeinflusst. Um die unerwünschte Rissbildung zu vermeiden, und um gleichzeitig eine erhöhte Biegetragfähigkeit zu bewirken, können die Mauerwerkswände durch eine Bewehrung oder eine Vorspannung verstärkt werden.

5.3.1 Schlaff bewehrtes Mauerwerk

In der Schweiz wurden zwei Bewehrungssysteme für Mauerwerkswände entwickelt und patentiert, siehe Bild 5.32.

Das erste System, *murfor*[®] *RE*, verwendet Bewehrungskörbe aus profiliertem, feuerverzinktem Netzarmierungsstahl S550 mit einem Durchmesser von 5 bzw. 6 mm. Jede zweite Lagerfuge ist horizontal bewehrt. Im Bereich zwischen den bewehrten Fugen überlappen sich die Bügel von je zwei Körben. Das Bewehrungssystem verlangt speziell gefertigte Steine, siehe auch Tabelle 5.4.

Beim zweiten Bewehrungssystem, *ARMO*[®], werden vertikal durchgehende Bewehrungsstäbe mit einem Durchmesser von 8, 10 oder 12 mm verwendet. Die für dieses System speziell entwickelten Backsteine weisen zwei runde, exzentrisch angeordnete Löcher auf. Die Löcher haben vorbereitete Schlitze (Sollbruchstellen) zum Einfahren der Steine in die bereits stehende Vertikalbewehrung, siehe Bild 5.32. Die vertikalen Bewehrungsstäbe lassen sich mit einer üblichen Lagerfugenbewehrung kombinieren; somit wird das Mauerwerk orthogonal bewehrt.



alle Masse in mm

Bild 5.32 - Bewehrungssysteme murfor[®] RE und ARMO[®]

Das Aufmauern der Wand kann bei Verwendung des Systems *ARMO*[®] auf zwei verschiedene Arten erfolgen: Entweder werden die Schlitze herausgebrochen und danach die Steine durch Einfahren um die Stahlstäbe versetzt, oder die Wand wird zuerst ohne Bewehrung aufgemauert, wobei beachtet werden muss, dass die Bewehrungslöcher von Mörtel frei bleiben. Bewehrungsstäbe und Umhüllungsmörtel werden bei der zweiten Methode nachträglich von oben eingebracht. Das System *ARMO*[®] erlaubt ein- oder beidseitiges Bewehren der Wände mit einem Stababstand, welcher ein Vielfaches von 150 mm ist (300, 450, 600 mm).

Am Prüf- und Forschungsinstitut der Schweizerischen Ziegelindustrie in Sursee wurden verschiedene Biegeversuche an bewehrten Mauerwerkswandstreifen durchgeführt [51]. Ziel dieser Versuche war es, den Biegewiderstand der beiden beschriebenen Bewehrungssysteme zu bestimmen und das Tragverhalten bewehrter Mauerwerkswände zu beobachten. Tabelle 5.4 enthält die wichtigsten Daten der bisher durchgeführten vier Versuchsserien.

Sowohl die Versuche mit dem Bewehrungssystem *murfor*[®] *RE* als auch jene mit dem System *ARMO*[®] wurden an stehenden Wandstreifen mit Hilfe einer Biegeprüfeinrichtung durchgeführt. Die Versuchskörper der Serien mit *murfor*[®] *RE* Bewehrung wurden aus Backsteinen und aufgebohrten Kalksandsteinen aufgebaut und mit Körben bewehrt,

siehe Tabelle 5.4. Für die *ARMO*[®] Versuchsserie wurden Backsteine und durchgehende Bewehrung eingesetzt. Das statische System und die Belastungsanordnung sind im Bild 5.33 dargestellt. Die hinter den Auflagern überstehenden Körperteile ermöglichten eine einwandfreie Verankerung der Bewehrung.

Serie	Statisches System	Körper -anzahl	Körper- breite	Bewehrung	Stein	Lochbild	Biege- widerstand
1	А	3	1185 mm	murfor [®] RE 75/15 (\$5@150 mm)	BH 15/19 RE 300x150x190	X	10.4 kN
2	А	2	1040 mm	<i>murfor[®] RE</i> 75/13 (\$5@125 mm)	KN 15/19 RE 250x145x190	8	14.0 kN
3	В	2	1050 mm	<i>murfor[®] RE</i> 53/13 (\$5@125 mm)	KN 12/13.5 RE 250x120x135		10.2 kN
4	С	3	915 mm	φ10@300 mm	BN 15 ARMO 290x150x190		18.9 kN

Tabelle 5.4- Versuchsdaten [51]



Bild 5.33 - Statische Systeme und Abmessungen [51]

Das Bild 5.34 zeigt die experimentell ermittelten Zusammenhänge zwischen der Mittendurchbiegung w und den aufgebrachten Lasten F (Mittelwerte aus zwei oder drei Versuchen) zusammen mit theoretischen Voraussagen, die unter der Annahme eines linear elastisch - ideal plastischen Verhaltens der Bewehrung resultieren (E = 205 GPa, $f_y = 550$ MPa), sowie unter der Voraussetzung, dass die Steindruckfestigkeit gegen unendlich geht (Druckzone = 0); für die *murfor*[®] *RE* Bewehrung wird dabei noch angenommen, dass sie im Viertelspunkt der Steindicke t positioniert ist, und für die *ARMO*[®] Bewehrung wird vorausgesetzt, dass die Bewehrungsstäbe 37.5 mm (t/4) vom gezogenen Steinrand entfernt sind. Der aus den Versuchen ermittelte, mittlere Biegewiderstand ist in Tabelle 5.4 festgehalten.

Bei den Versuchen mit Backsteinmauerwerk und *murfor*[®] *RE* (Serie 1) wurde ein Schlupf im Mörtelzapfen beobachtet; die Bewehrung erreichte keine plastischen Deformationen. Bei den Versuchen mit grossen Kalksandsteinen (Serie 2) konnte hingegen kein Schlupf festgestellt werden; die Bewehrung riss nach plastischer Deformation und Einschnürung. Die Versuchskörper mit kleineren Kalksandsteinen (Serie 3) versagten nach einer Zerstörung der Mörtelzapfen durch Knicken der Bewehrungskörbe; auch hier wurde keine Einschnürung beobachtet. Bei allen Serien mit *murfor*[®] *RE* Bewehrung trat der Bruch in einer der bewehrten Lagerfugen ein.

Bei den Versuchen an den Wänden mit durchgehenden Bewehrungsstäben (Serie 4) waren die Risse im Bereich zwischen den beiden Einzellasten gleichmässig verteilt. Beim Bruch des ersten Körpers der Serie wurde ein Schlupf der Bewehrung im Verankerungsbereich beobachtet. Nach einer Verbesserung der Verankerung versagten die beiden restlichen Körper durch Einschnürung der Bewehrung.



Bild 5.34 - Theoretische und experimentelle Last-Mittendurchbiegungs-Beziehungen für die vier Versuchsserien an bewehrtem Mauerwerk [51]

Der Vergleich im Bild 5.34 zeigt, dass die theoretische Traglast bei beiden Systemen erreicht wurde. Wegen des aufgetretenen Schlupfes der Bewehrung verhielten sich die Wände weicher als theoretisch vorausgesagt. Eine feinere Analyse, mit Berücksichtigung des tatsächlichen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens der Bewehrung sowie unter Einbezug eines geeigneten Verbundspannungs-Schlupf-Gesetzes, würde das tatsächliche Verhalten besser nachvollziehen.

Beide dargestellten Bewehrungssysteme bieten offensichtlich die Möglichkeit, querbelastetes Mauerwerk ingenieurmässig zu bemessen und dementsprechend sein Potential voll auszunutzen. Es sind aber noch weitere Versuche notwendig, um das Tragverhalten von bewehrten Mauerwerkswänden vertieft zu untersuchen und damit die Grundlagen für eine sichere Bemessung zu erarbeiten. Dabei sollte Fragen des Verbundverhaltens besondere Aufmerksamkeit geschenkt werden.

5.3.2 Vorgespannte Wände

Vorspannung wird sowohl bei bestehenden als auch bei neuen Mauerwerksbauten immer öfter eingesetzt [18, 19, 54].

Durch Vorspannung wird einerseits das zum Rissöffnen benötigte Moment, bzw. die entsprechende äussere Belastung grösser. Die entstehenden Risse werden zudem entlang der Wand besser verteilt, und deren Öffnungen werden kleiner. Bei den eigenen vorgespannten Wänden [44], welche einer erzwungenen Fussverdrehung unterworfen wurden, verteilten sich die Risse bis zur Hälfte der Wandhöhe. Bei den unbewehrten Wänden konzentrierten sich die Risse hingegen im unteren Teil der Wand, und bei steigender Fussverdrehung bildete sich bei den Wänden mit geringerer Auflast ein klaffender Riss aus.



Bild 5.35 - Abhängigkeit des aufgebrachten Fussmomentes M_0 von der totalen Normalkraft sowie M-w Beziehung auf der Höhe $\xi = 1.57$ m

Vorspannung erhöht andererseits die Biegetragfähigkeit der Mauerwerkswände. Das Momenten-Normalkraft-Interaktions-Diagramm zeigt auf, dass die Vorspannung eine Verschiebung des Diagrammursprungs bewirkt, was bedeutet, dass der Querschnitt für die gleiche Auflast ein grösseres Moment aufnehmen kann. Da die in den eigenen Versuchen geprüften Wände zentrisch vorgespannt wurden [44], bezieht sich die genannte Verschiebung des Ursprungs lediglich auf eine Verschiebung entlang der N-Achse.

Bild 5.35 zeigt die Abhängigkeit des in den Versuchen aufgebrachten maximalen Momentes M_0 am Wandfuss von der entsprechenden Normalkraft; Wände mit grösserer Normalkraft konnten grössere Momente M_0 aufnehmen. Bild 5.35 enthält auch die Momenten-Auslenkungs-Kurven für alle Wände auf der Höhe von 1.57 m, gemessen ab unterem Lager. Aus dem Bild ist ersichtlich, dass die Auslenkungen mit wachsender Normalkraft abnehmen, d. h. die Wände verhalten sich mit zunehmender Normalkraft steifer.

Tabelle 5.5 fasst wesentliche Eigenschaften der geprüften Wände zusammen. Die Schlankheit A ist durch das Verhältnis von Wandhöhe h zu Wanddicke t gegeben und stellt ein Mass der Systemsteifigkeit dar. Die in der Tabelle 5.5 angegebenen Anfangsbiegesteifigkeiten B stammen aus den in den Versuchen ermittelten Exzentrizitäts-Krümmungs-Beziehungen und stellen jeweils einen Mittelwert aller Messungen der entsprechenden Mauerwerkssorte dar. Mauerwerksfestigkeit f_x und Elastizitätsmodul E_x stammen aus [50].

	f _x [MPa]	E _x [GPa]	B [MNm ²]	Λ	Lochanteil	Lochbild
K7, K8	12.1	7.3	3.3	27.6	0.18	•••
B11, B12	10.7	7.2	5.8	14.7	- 0.41	
B13, B14	10.7	1.2	5.0	27.6		

 Tabelle 5.5- Eigenschaften der vorgespannten Wände

Die Wände wurden nach der Erhärtung des Mauerwerks mit je zwei 0.6" Litzen ohne Verbund vorgespannt. Die anfängliche Vorspannkraft betrug ca. 100 kN pro Litze. Der Verlauf der Vorspannkräfte in Abhängigkeit der Fussverdrehung ist im Bild 5.36 dargestellt. Die Endwerte bei den Versuchen K7, B11, B12 und B13 stellen die Vorspannkräfte nach dem Wandbruch dar. Die Vorspannkräfte der kürzeren Wände B11 und B12 nahmen schneller zu, was durch die grössere Systemsteifigkeit dieser Wände bedingt war. Bild 5.37 zeigt die aus den Versuchen ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen. Aus diesen Beziehungen wurden sowohl die in der Tabelle 5.5 angegebenen Anfangsbiegesteifigkeiten als auch die für die Errechnung der Auslenkungskurven benötigten Sekantensteifigkeiten bestimmt. Dazu ist zu bemerken, dass die Messwerte vor allem bei den Versuchen mit kleiner Normalkraft eine relativ grosse Streuung aufweisen.



Bild 5.36 - Veränderung der totalen Vorspannkraft pro Wand mit zunehmender Fussverdrehung



Bild 5.37 - Momenten-Krümmungs-Beziehungen der vorgespannten Wände

Unter Berücksichtigung der Theorie 2. Ordnung und unter der Annahme, das Mauerwerk folge einer linear elastischen Momenten-Krümmungs-Beziehung, lassen sich die Auslenkungen der Wandachse durch die Lösung der Differentialgleichung eines exzentrisch gedrückten Stabes mit den im Bild 5.38 dargestellten Randbedingungen in folgender Form berechnen

w =
$$e_0 \left(1 + \frac{P}{N}\right) \left\{ \frac{\sin[k(h-\xi)]}{\sin(kh)} - 1 + \frac{\xi}{h} \right\},$$
 (5.57)

wobei der Koeffizient $k = \sqrt{-N/(EI)}$, welcher schon in der Gleichung (5.28) eingeführt wurde, nur von der Normalkraft N abhängig ist; die Vorspannkraft P trägt nicht zum Zuwachs der Auslenkungen infolge geometrischer Nichtlinearität bei, weil die Litzen gleich wie die Wand ausgelenkt werden.

Derart errechnete Auslenkungen der Wände B11, K8 und B13 werden in den Bildern 5.38 und 5.39 mit den aus den Versuchen gewonnenen Auslenkungen der Wandachse verglichen. Dabei wurde für die Bestimmung des Koeffizienten k jeweils die Sekantensteifigkeit gemäss Bild 5.37 benützt. Wie aus den Bildern ersichtlich ist, wird eine gute Übereinstimmung mit den gemessenen Auslenkungen im ungerissenen Zustand erzielt. Grössere Abweichungen entstehen im gerissenen Zustand; die grösste Auslenkung im Versuch verschiebt sich gegen den Wandfuss, während die berechneten Auslenkungen weiterhin affin zu jenen des ungerissenen Zustandes bleiben. Um dieses Verhalten besser zu erfassen, müsste ausser der geometrischen auch die materielle Nichtlinearität berücksichtigt werden.



Bild 5.38 - Idealisierung der Wand und Auslenkungen beim Versuch B11

Dafür eignet sich das im Kapitel 2 beschriebene Starrkörper-Feder-Modell, wobei die Federsteifigkeiten mit einem nichtlinearen Gesetz zu beschreiben sind. Dieses Gesetz, welches das Moment mit der Federkonstanten verknüpft, kann aufgrund der experimentell ermittelten Momenten-Krümmungs-Beziehungen hergeleitet werden. Die heute auf dem Markt erhältlichen Computerprogramme können solche Nichtlinearitäten ebenfalls berücksichtigen.

Aufgrund der bisherigen Überlegungen kann geschlossen werden, dass das Tragverhalten der vorgespannten Wände im Gebrauchszustand mit der Elastizitätstheorie unter Berücksichtigung der Einflüsse 2. Ordnung gut erfasst werden kann. Abweichungen vom linear elastischen Verhalten sind durch die Anwendung der Sekantensteifigkeit zu berücksichtigen. Für Berechnungen im gerissenen Zustand muss ein feineres Modell, wie zum Beispiel das erwähnte Starrkörper-Feder-Modell, eingesetzt werden, welches das tatsächliche Verhalten der Wände nachvollziehen kann.



Bild 5.39 - Auslenkungen der Wände K8 und B13

5.4 Zusammenfassung

Steifigkeit und Festigkeit von zentrisch beanspruchtem Mauerwerk

Aufgrund einer eingehenden Betrachtung der aus Kleinkörperversuchen gewonnenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen und entsprechender Vergleiche mit der Theorie orthotroper, elastischer Materialien wird zunächst ein Satz von Näherungen vorgeschlagen, mit welchen die elastischen Charakteristiken beliebiger Mauerwerke aus deren einachsigen Druckfestigkeitswerten bestimmt werden können. Es zeigt sich, dass sich Zementsteinmauerwerk annährend isotrop und ähnlich wie Beton verhält, während Kalksandstein- und vor allem Backsteinmauerwerk ein ausgeprägt orthotropes Verhalten aufweisen; eine linear elastisch orthotrope Idealisierung ist für Berechnungen im Gebrauchszustand für alle Mauerwerksarten gut geeignet.

Die Bruchbedingung von *Ganz* [17] für zentrisch beanspruchte Scheibenelemente wird um ein Regime erweitert, um dem in den Versuchen an Kalksandsteinkleinkörpern beobachteten Versagen entlang der Stossfugenflucht [44] Rechnung zu tragen. Ähnlich wie für ein potentielles Versagen entlang der Lagerfugen wird eine Bruchbedingung von Coulomb benutzt, und für die entsprechenden Reibungswinkel und Kohäsionsbeiwerte werden einfache Näherungen eingeführt. Während die Druckfestigkeit von Kalksandsteinmauerwerk mit diesen Näherungen sehr gut erfasst wird, ergeben sich für Zementstein- und Backsteinmauerwerk etwas mehr auf der sicheren Seite liegende Werte.

Kombiniert beanspruchtes Mauerwerk

Das Verhalten von Wänden, die durch exzentrische Normalkräfte beansprucht sind, welche etwa einen Viertel der einachsigen Druckfestigkeit nicht übersteigen, kann mit einer bilinearen Beziehung gut erfasst werden, welche einerseits das elastische Verhalten und Effekte 2. Ordnung berücksichtigt und andererseits das Auftreten eines klaffenden Risses zwischen Wand und Decke in die Betrachtung einbezieht. Entsprechende Näherungen für die Biegesteifigkeit und die Druckzonendicke an der Stelle des klaffenden Risses werden vorgeschlagen.

Für die Interaktion von Biegemomenten und Normalkräften im Bruchzustand erhält man unter der Annahme einer rechteckförmigen Spannungsverteilung in der Druckzone und unter Zugrundelegung der vom Winkel zwischen Druck- und Lagerfugenrichtung abhängigen Festigkeit eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsresultaten, insbesondere für Backsteinmauerwerk. Für die Interaktion von Normal- und Schubkräften in Schubwänden mit entsprechenden Biegemomenten wird die bereits von *Ganz* [17] diskutierte, linearisierte Interaktionsfigur erneut erörtert und einem näherungsweisen Vergleich mit den Ergebnissen der eigenen Rotationsversuche an kombiniert beanspruchten Mauerwerkswänden [44] unterzogen.

Bewehrtes Mauerwerk

Biegeversuche an 10 mit zwei unterschiedlichen Bewehrungssystemen bewehrten Plattenstreifen aus Backstein- und Kalksandsteinmauerwerk [51] werden mit theoretischen Voraussagen verglichen, die sich unter der Annahme eines linear elastisch - ideal plastischen Verhaltens der Bewehrung sowie unter Voraussetzung einer verschwindenden Dicke der Druckzone ergeben. Die Übereinstimmung zwischen Versuchen und Theorie ist befriedigend, eine Verbesserung wäre aber durch Berücksichtigung des tatsächlichen Spannungs-Dehnungs-Verhaltens der Bewehrung sowie unter Einbezug eines geeigneten Verbundspannungs-Schlupf-Gesetzes noch möglich. Entsprechende, weitere Versuche sind nötig, um das offensichtlich vorhandene Potential des bewehrten Mauerwerks in Zukunft voll ausnutzen zu können.

Die eigenen Versuche an vorgespannten Wänden [44] werden mit Hilfe der Elastizitätstheorie und unter Berücksichtigung der Einflüsse 2. Ordnung nachgerechnet, und es wird gezeigt, dass damit das Verhalten im Gebrauchzustand gut erfasst werden kann. Auch für vorgespanntes Mauerwerk besteht noch ein erhebliches Potential, da einerseits die Risslast vergrössert und die Rissverteilung verbessert und andererseits die Biegetragfähigkeit vergrössert wird.

6 Schlussfolgerungen

Die vorliegende Arbeit liefert

- eine ausführliche Zusammenfassung der bisherigen Untersuchungen des Tragverhaltens von Mauerwerk unter der Einwirkung zentrischer Scheibenkräfte, exzentrischer Normalkräfte sowie allgemeiner kombinierter Beanspruchungen (Kapitel 2);
- einen Überblick über die eigenen Versuche an kombiniert beanspruchten Mauerwerkswänden [44] (Kapitel 3);
- ein neues Sandwichmodell zur Bestimmung des Bruchwiderstandes von kombiniert beanspruchten Mauerwerkselementen samt Vergleichen mit entsprechenden Versuchsresultaten (Kapitel 4); sowie
- eine eingehende Erörterung wichtiger Aspekte des Tragverhaltens unbewehrter, schlaff bewehrter und vorgespannter Mauerwerkswände unter zentrischer, exzentrischer und kombinierter Beanspruchung, verbunden mit verschiedenen, für die Bemessungspraxis geeigneten Näherungen und Ergänzungen bisheriger Erkenntnisse (Kapitel 5).

Eine Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse wird an jedem Kapitelende sowie in einer Kurzfassung gegeben und soll hier nicht wiederholt werden.

Zukünftige theoretische und experimentelle Forschungsarbeiten sollten sich namentlich der Frage des Einflusses der sogenannten "knirschen" Vermauerung der Stossfugen sowie insbesondere dem Tragverhalten von bewehrtem Mauerwerk widmen. Für beide Problemkreise kann auf den in dieser Arbeit geschaffenen Grundlagen aufgebaut werden.

Kurzfassung

In der vorliegenden Arbeit wird ein theoretisches Modell dargestellt, mit welchem das Tragverhalten von kombiniert beanspruchtem Mauerwerk erfasst werden kann. Die Leistungsfähigkeit dieses Modells wird anhand eigener und fremder Versuche nachgewiesen. Aufgrund einer eingehenden Auseinandersetzung mit den bisherigen Untersuchungen sowie der eigenen experimentellen und theoretischen Arbeiten werden ferner verschiedene Ergänzungen der vorhandenen Kenntnisse über das Verhalten von zentrisch, exzentrisch und kombiniert beanspruchtem Mauerwerk in einer für praktische Anwendungen geeigneten Art formuliert.

Die Arbeit gliedert sich in drei Teile. Die Ausführungen im ersten Teil (Kapitel 2 und 3) beziehen sich auf die bisherigen Untersuchungen sowie auf eigene Versuche an kombiniert beanspruchtem Mauerwerk. Im zweiten Teil (Kapitel 4) wird ein neues Sandwichmodell zur Bestimmung des Bruchwiderstandes von kombiniert beanspruchten Mauerwerkselementen dargestellt und mit Versuchen verifiziert. Der dritte Teil (Kapitel 5) enthält ergänzende Betrachtungen zum Tragverhalten von Mauerwerk und liefert verschiedene Empfehlungen für dessen praktische Bemessung.

Der erste Teil stellt eine Übersicht über den Stand der bisherigen Untersuchungen dar und fasst die wichtigsten Ergebnisse der eigenen Versuche zusammen. Die bisherigen Untersuchungen konzentrierten sich auf die Entwicklung einer Bruchbedingung für zweiachsig beanspruchtes Mauerwerk, die Beanspruchung von Mauerwerkswänden durch zentrische Scheibenkräfte und exzentrische Normalkräfte sowie die Beanspruchung von Mauerwerkselementen durch Biege- und Drillmomente. Die eigenen experimentellen Untersuchungen umfassten Versuche an 28 unbewehrten, bewehrten und vorgespannten Mauerwerkswänden aus Zement-, Kalksand- und Backsteinen sowie 20 einachsige Druckversuche an entsprechenden Kleinkörpern.

Im zweiten Teil wird anhand eines Sandwichmodells das Verhalten von Mauerwerk untersucht, das durch exzentrische Scheibenkräfte beansprucht wird. Die Analyse erfolgt mit Hilfe der statischen Methode der Plastizitätstheorie, wobei für die Steine ein starrideal plastisches Verhalten mit einer beschränkten Zugfestigkeit angenommen und das Verhalten der Lagerfugen durch eine Coulombsche Bruchbedingung idealisiert wird; für die Stossfugen wird vorausgesetzt, dass sie lediglich Druckspannungen übertragen können, und zwar nur dann, wenn sie vollfugig vermörtelt sind. Für die verschiedenen, möglichen Beanspruchungsfälle der einzelnen Sandwichscheiben werden diskontinuierliche Spannungsfelder und entsprechende, statisch äquivalente Fachwerkmodelle entwickelt, und damit wird die Behandlung beliebiger Kombinationen von Biege- und Drillmomenten sowie Membrankräften ermöglicht. Der Vergleich mit den Ergebnissen eigener und fremder Versuche zeigt, dass das vorgeschlagene, relativ einfache Modell gute Voraussagen des Bruchwiderstandes von mit exzentrisch wirkenden Membrankräften beanspruchtem Mauerwerk erlaubt.

Im dritten Teil werden zunächst Näherungen vorgeschlagen, mit welchen die elastischen Charakteristiken beliebiger Mauerwerke aus deren einachsigen Druckfestigkeitswerten bestimmt werden können, und die Bruchbedingung für zentrisch beanspruchte Scheibenelemente wird um ein Regime erweitert, um einem potentiellen Versagen entlang der Stossfugenflucht Rechnung zu tragen. Anschliessend wird gezeigt, dass das Verhalten von exzentrisch beanspruchten Wänden mit einer einfachen, bilinearen Beziehung gut erfasst werden kann, sofern die Normalkraft etwa einen Viertel der einachsigen Druckfestigkeit nicht übersteigt, was in der Praxis die Regel ist. Für die Interaktion von Biegemomenten, Normal- und Schubkräften in Mauerwerkswänden werden linearisierte Bruchbedingungen erörtert, die sich für praktische Anwendungen eignen und im Vergleich mit Versuchsresultaten vernünftige, auf der sicheren Seite liegende Resultate liefern. Schliesslich werden erste Versuche an schlaff bewehrten Plattenstreifen sowie an vorgespannten Wänden analysiert, und das Potential von bewehrtem und vorgespanntem Mauerwerk für künftige Entwicklungen wird hervorgehoben.

Résumé

Ce travail de thèse présente un modèle théorique qui permet de modéliser le comportement de murs en maçonnerie sous sollicitations combinées. La qualité de ce modèle est vérifiée à l'aide d'essais effectués par l'auteur et par d'autres chercheurs. Différents compléments pour le comportement de maçonneries sous sollicitations centrées, excentrées et combinées ont été formulés sur la base de l'étude détaillée des recherches antérieures et du travail expérimental et théorique de l'auteur. Ces compléments ont été formulés de manière à faciliter leur utilisation pratique.

Le travail se compose de trois parties. La première partie (chapitres 2 et 3) expose les recherches antérieures et les essais de l'auteur concernant les murs en maçonnerie sous sollicitations combinées. La deuxième partie (chapitre 4) présente un nouveau modèle sandwich pour la détermination de la résistance à la rupture d'éléments en maçonnerie soumis à des sollicitations combinées et sa vérification par des essais. La troisième partie (chapitre 5) contient des considérations complémentaires pour le comportement des murs en maçonnerie et donne différentes recommandations pour le dimensionnement pratique.

La première partie présente un aperçu des recherches antérieures et résume les résultats principaux des essais de l'auteur. Les recherches antérieures se sont concentrées sur la détermination d'une condition de rupture pour des éléments en maçonnerie sollicités de manière biaxiale, et sur l'évaluation du comportement de murs en maçonnerie soumis à des efforts membranaires, des efforts normaux excentrés et des combinaisons de moments de flexion et de torsion. Les recherches expérimentales de l'auteur comprennent 28 essais sur des murs non armés, armés et précontraints en maçonnerie composés de briques en ciment, de briques silico-calcaire et de briques en terre cuite ainsi que 20 essais de compression simple sur des échantillons correspondants.

Dans la deuxième partie, le comportement de murs en maçonnerie sollicités par des efforts normaux excentrés a été analysé avec un modèle sandwich. L'analyse s'effectue à l'aide de la méthode statique de la théorie de la plasticité dans laquelle un comportement idéal rigide-plastique, avec une résistance à la traction limitée, a été adopté pour les briques. Le comportement des joints d'assise a été modélisé par un critère de rupture de Coulomb; pour les joints de bout, il a été admis qu'ils peuvent uniquement supporter des contraintes de compression et cela à la condition qu'ils soient remplis complètement de mortier. Pour les différentes combinaisons possibles de sollicitations des éléments sandwich, des champs de contraintes discontinus et des modèles de treilli correspondants ont été développés afin de permettre le traitement des différentes combinaisons de moments

de flexion, de torsion et des efforts membranaires. La comparaison détaillée avec les résultats des essais montre que le modèle relativement simple proposé permet une bonne estimation de la capacité portante de murs en maçonnerie soumis à des efforts normaux excentrés.

Dans la troisième partie, des approximations sont tout d'abord proposées pour déterminer les caractéristiques élastiques des différents types de maçonnerie à partir des valeurs de la résistance à la compression simple. Une condition supplémentaire pour le critère de rupture des éléments en maçonnerie soumis à des efforts membranaires est ajoutée pour tenir compte de la rupture potentielle le long des joints de bout. Ensuite, il est montré que le comportement des murs sollicités de manière excentrée peut être convenablement approché par une simple relation bilinéaire, tant que la force normale ne dépasse pas environ un quart de la résistance à la compression simple, ce qui est généralement le cas en pratique. Pour l'intéraction des moments de flexion, des efforts normaux et de cisaillement des conditions linéaires de rupture sont discutées. Ces conditions se prêtent à une utilisation pratique et donnent des résultats raisonnables, du côté de la sécurité, en comparaison avec les résultats des essais. Finalement, les premiers essais des éléments en maçonnerie armés ainsi que des parois précontraintes sont analysés, et le potentiel des murs en maçonnerie armés et précontraints pour les développements futurs est mis en évidence.

Summary

The present thesis provides a theoretical model capable of predicting the response of masonry subjected to combined actions. The accuracy of the model is verified by comparisons with own tests on masonry walls subjected to combined actions and with previous tests on clay brick masonry plate elements. In addition, based on a thorough discussion of former research, various aspects of previous work on the structural behaviour of masonry walls are supplemented and corresponding recommendations, suitable for design practice, are made.

The thesis is subdivided into three parts. The first part (Chapters 2 and 3) provides a summary of both the previous research and the own tests on masonry walls subjected to combined actions. The second part (Chapter 4) introduces a new sandwich model to predict the strength of masonry wall elements subjected to combined moments and membrane forces. Further considerations on the behaviour of masonry are given in the third part (Chapter 5) of the thesis.

The first part of the thesis presents a state-of the art discussion of structural masonry research and summarises the main results of the own experiments. Previous investigations concentrated on developing a failure criterion for biaxially loaded masonry, and on evaluating the behaviour of masonry walls subjected to in-plane membrane forces, eccentric normal forces, and combined bending and twisting moments. The own experimental investigations comprised tests on 28 masonry walls subjected to combined in-plane loads and imposed deformations and 20 compression tests on wall elements; masonry types included concrete and calcium-silicate blocks as well as clay bricks and, apart from unreinforced walls, several walls were either reinforced in the bed joints or post-tensioned perpendicularly to the bed joints.

The second part of the thesis deals with the strength of masonry elements subjected to combined membrane forces and bending and twisting moments. The analysis is based on the lower-bound theorem of the theory of plasticity. For the masonry blocks a rigid-perfectly plastic behaviour with a limited tensile strength is assumed. The bed joints are modelled using Coulomb's failure criterion and the head joints are considered to transfer compressive normal stresses only. Possible load combinations acting on the sandwich model plates are considered and appropriate stress fields and truss models are developed. Detailed comparisons with test results demonstrate that the proposed rather simple sandwich model is capable of predicting the failure load of masonry subjected to combined actions with sufficient accuracy.

Summary

Selected test results are further discussed in the third part of the thesis. Approximations are given for determining the elastic characteristics of masonry (in plane stress) from known uniaxial strength parameters. The failure criterion for masonry elements subjected to membrane forces is extended by one regime to account for a potential sliding failure along the head joints. A bilinear end eccentricity-end rotation relationship is shown to adequately describe the response of walls subjected to imposed deformations and normal forces not exceeding 25% of the uniaxial compressive strength. A linearised failure criterion is proposed to be used for the interaction of bending moments, axial load and shear forces in masonry shear walls; it is shown that this simple criterion lies on the safe side and is fairly well confirmed by tests on clay brick and calcium-silicate block walls. Finally, preliminary tests on reinforced masonry plate strips are presented and the results of the own tests on post-tensioned masonry walls are discussed; the potential of reinforced and post-tensioned masonry for future developments is emphasized.

Literatur

- [1] 24-BW Committee Load-bearing Walls and Masonry, "General Recommendations for Methods of Testing Load Bearing Walls," *Materials and Structures*, Réunion Internationale des Laboratoires d'Essais et de Recherches sur les Matériaux et les Constructions (RILEM), Vol. 13, No. 78, Nov.-Dec. 1981, pp. 431-445.
- [2] Angervo, K., "Über die Knickung und Tragfähigkeit eines exzentrisch gedrückten Pfeilers ohne Zugfestigkeit," Staatliche Technische Forschungsanstalt, Finnland, Publ. Nr. 26, Helsinki, 1954, 64 pp.
- [3] Baker, L.R., "Die Biegefestigkeit von Mauerwerkstafeln," *Proceedings*, 3rd International Brick Masonry Conference, Essen, April 1973, pp. 378-383.
- Baker, L.R., "A Failure Criterion for Brickwork in Bi-Axial Bending," *Proceedings*, 5th International Brick Masonry Conference, Washington D.C., Oct. 1979, pp. 71-78.
- [5] Baker, L.R., "Measurement of the Flexural Bond Strength of Masonry," *Proceedings*, 5th International Brick Masonry Conference, Washington D.C., Oct. 1979, pp. 79-83.
- [6] Baker, L.R., "Some Factors Affecting the Bond Strength of Brickwork," *Proceedings*, 5th International Brick Masonry Conference, Washington D.C., Oct. 1979, pp. 84-89.
- Baker, L.R., "A Principal Stress Failure Criterion for Brickwork in Biaxial Bending," *Proceedings*, 6th International Brick Masonry Conference, Rome, May 1982, pp. 121-130.
- [8] Baker, L.R., "An Elastic Principal Stress Theory for Brickwork Panels in Flexure," *Proceedings*, 6th International Brick Masonry Conference, Rome, May 1982, pp. 523-537.
- Baker, L.R., Gairns, D.A., et al., "Flexural Behaviour of Masonry Panels A State of the Art," *Proceedings*, 7th International Brick Masonry Conference, Melbourne, Feb. 1985, pp. 27-55.
- [10] Drysdale, R.G., and Sallam, S.E., "Design of Masonry Walls and Columns for Combined Axial Load and Bending Moment," *Proceedings*, 1st Canadian Masonry Symposium, Calgary, 1976, pp. 394-408.

[11]	Frederiksen, V.T., "Membrane Effect in Laterally Loaded Masonry Walls: A Second Order Phenomenon," <i>Proceedings</i> , 6th Canadian Masonry Symposium, Saskatoon, Saskatchewan, June 1992, pp. 537-547.
[12]	Frisch-Fay, R., "Quasi-Analytical Method for the Analysis of a Masonry Column with a Non-Linear Stress-Strain Law," <i>International Journal of Masonry Construction</i> , Vol. 2, No. 1, 1981, pp. 41-46.
[13]	Frisch-Fay, R., "The Interaction Between a Rotating Support and a Masonry Wall Having a Non-Linear Stress-Strain Response," <i>International Journal of Masonry Construction</i> , Vol. 2, No. 2, 1982, pp. 83-87.
[14]	Furler, R., "Tragverhalten von Mauerwerkswänden unter Druck und Bie- gung," <i>Bericht</i> No. 109, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Feb. 1981, 142 pp.
[15]	Furler, R., und Thürlimann, B., "Versuche über die Rotationsfähigkeit von Backsteinmauerwerk," <i>Bericht</i> No. 7502-1, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Sept. 1977, 95 pp.
[16]	Furler, R., und Thürlimann, B., "Versuche über die Rotationsfähigkeit von Kalksandstein-Mauerwerk," <i>Bericht</i> No. 7502-2, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Sept. 1980, 44 pp.
[17]	Ganz, H.R., "Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Schub," <i>Bericht</i> No. 148, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Sept. 1985, 133 pp.
[18]	Ganz, H.R., "New Post-Tensioning System for Masonry," <i>Proceedings</i> , 5th Canadian Masonry Symposium, Vancouver, June 1989, pp. 165-175.
[19]	Ganz, H.R., "Post-Tensioned Masonry Structures," VSL Report Series, No. 2,VSL International, Bern, 1991, 35 pp.
[20]	Ganz, H.R., und Thürlimann, B., "Versuche über die Festigkeit von zweiach- sig beanspruchtem Mauerwerk," <i>Bericht</i> No. 7502-3, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Feb. 1982, 61 pp.
[21]	Ganz, H.R., und Thürlimann, B., "Mauerwerksscheiben unter Normalkraft und Querkraft," <i>Bericht</i> No. 7502-4, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Mai 1984, 102 pp.
[22]	Ganz, H.R., and Thürlimann, B., "Design of Masonry Walls Under Normal Force and Shear," <i>Proceedings</i> , 8th International Brick/Block Masonry Conference, Dublin, Ireland, Sept. 1988, pp. 1447-1457.
[23]	Gerber-Balmelli C., und Marti, P., "Versuche an Porenbeton-Mauerwerk," <i>Bericht</i> No. 206, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Nov. 1994, 34 pp.

- [24] Guggisberg, R., "Versuche an querbelastetem Mauerwerk, Versuchsprotokolle Q1 bis Q13," persönliche Mitteilung.
- [25] Guggisberg, R., und Thürlimann, B., "Versuche zur Festlegung der Rechenwerte von Mauerwerksfestigkeiten," *Bericht* No. 7502-5, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Dez. 1987, 96 pp.
- [26] Guggisberg, R., and Thürlimann, B., "Failure Criterion for Laterally Loaded Masonry Walls," *Proceedings*, 5th North American Masonry Conference, Urbana-Champaign, Illinois, June 1990, pp. 949-958.
- [27] Guggisberg, R., and Thürlimann, B., "Failure Criterion for Laterally Loaded Masonry Walls," *The Masonry Society Journal*, V. 9, No. 2, Feb. 1991, pp. 82-88.
- [28] Guggisberg, R., Pralong J., und Thürlimann, B., "Zugversuche an Mauerwerkswänden aus Backstein und Kalkstein mit Murfor-Lagerfugenbewehrung," *Bericht* No. 8201-1, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, April 1984, 54 pp.
- [29] Hajdin, R., "Computerunterstützte Berechnung von Stahlbetonscheiben mit Spannungsfeldern," *Bericht* No. 175, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Aug. 1990, 115 pp.
- [30] Hamid, A.A., and Drysdale, R.G., "Concrete Masonry Under Combined Shear and Compression Along the Mortar Joints," ACI Journal, V. 77, No. 5, Sept.-Oct. 1980, pp. 314-320.
- [31] Hamid, A.A., and Drysdale, R.G., "Proposed Failure Criteria for Concrete Block Masonry Under Biaxial Stresses," ASCE Journal of Structural Engineering, V. 107, No. ST8, Aug. 1981, pp. 1675-1687.
- [32] Hamid, A.A., and Drysdale, R.G., "Proposed Failure Criteria for Brick Masonry Under Combined Stresses," *Proceedings*, 2nd North American Masonry Conference, College Park, Maryland, 1982, pp. 9-1 to 9-11.
- [33] Hendry, A., *Structural Masonry*, Macmillan, London, 1990, 284 pp.
- [34] Hendry, A., and Sinha, B, "Shear Tests on Full-Scale Single-Story Brickwork Structures Subjected to Precompression," *Civil Engineering and Public Works Review*, Dec. 1971, pp. 1339-1344.
- [35] Khalaf, F., Hendry, A., and Fairbairn, D., "Study of the Compressive Strength of Blockwork Masonry," ACI Structural Journal, V. 91, No. 4, July-Aug. 1994, pp. 367-375.
- [36] Lawrence, S.J., "Design of Masonry Panels for Lateral Loading," *Technical Record 460*, Experimental Building Station, Chatswood, N. S. W., Australia, Nov. 1980, 20 pp.

[37]	Lurati, F., Graf, H., und Thürlimann, B., "Versuche zur Festlegung der Festigkeitswerte von Zementsteinmauerwerk," <i>Bericht</i> No. 8401-2, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Jan. 1990, 85 pp.
[38]	Lurati, F., und Thürlimann, B., "Versuche an Mauerwerkswänden aus Zementstein," <i>Bericht</i> No. 8401-3, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, April 1990, 51 pp.
[39]	Mann, W. und Müller, H., "Bruchkriterien für querbeanspruchtes Mauer- werk und ihre Anwendung auf gemauerte Windscheiben," <i>Die Bautechnik</i> , V. 50, Heft 12, Dez. 1973, pp. 421-425.
[40]	Marti, P., und Thürlimann, B., "Fliessbedingung für Stahlbeton mit Berück- sichtigung der Betonzugfestigkeit," <i>Beton- und Stahlbetonbau</i> , V. 72, Heft 1, Jan. 1977, pp. 7-12.
[41]	Marti, P., "Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton," <i>Bericht</i> No. 104, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Okt. 1980, 176 pp.
[42]	Minkowski, H., "Aus dem Nebel der Vergangenheit steigt der Turm zu Babel," Deutsche Heraklith AG, Simbach, 1959, 117 pp.
[43]	von Mises, R., "Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen," <i>Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik</i> , Band 8, Heft 3, Juni 1928, pp. 161-185.
[44]	Mojsilović, N., und Marti, P., "Versuche an kombiniert beanspruchten Mau- erwerkswänden," <i>Bericht</i> No. 203, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, April 1994, 91 pp.
[45]	Müller, P., "Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken," <i>Bericht</i> No. 83, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Juli 1978, 160 pp.
[46]	Nag, K., and Davies, S.R., "Plates and Shells of Hollow Blocks," <i>Proceedings</i> , 5th International Brick Masonry Conference, Washington D.C., Oct. 1979, pp. 535-539.
[47]	Page, A.W., "An Experimental Investigation of the Biaxial Strength of Brick Masonry," <i>Proceedings</i> , 6th International Brick Masonry Conference, Rome, May 1982, pp. 3-15.
[48]	Pfeifer, M., "A General Failure Theory for Masonry Walling Subjected to Arbitrary Loading," <i>Proceedings</i> , Fifth North American Masonry Conference, Urbana-Champaign, Illinois, June 1990, pp. 455-466.
[49]	Prager, W., An Introduction to Plasticity, Addison-Wesley, Reading, Massa- chusetts, 1959, 148 pp.

- [50] Prüf- und Forschungsinstitut der Schweizerischen Ziegelindustrie, Prüfungsprotokolle, Sursee, persönliche Mitteilung.
- [51] Prüf- und Forschungsinstitut der Schweizerischen Ziegelindustrie, Untersuchungsberichte zum bewehrten Mauerwerk, Sursee, persönliche Mitteilung.
- [52] Sahlin, S., "Structural Interaction of Walls and Floor Slabs," *Bulletins of the Division of Building Statics and Structural Engineering at the Royal Institute of Technology*, No. 33, Stockholm, Sweden, 1959, 201 pp.
- [53] Sayir, M., "Zur Fliessbedingung der Plastizitätstheorie," *Ingenieur-Archiv*, Band 39, 1970, pp. 414-432
- [54] Schultz, A.E., and Scolforo, M.J., "An Overview of Prestressed Masonry," *The Masonry Society Journal*, V. 10, No. 1, Aug. 1991, pp. 6-21.
- [55] Schwartz, J., "Bemessung von Mauerwerkswänden und Stahlbetonstützen unter Normalkraft," *Bericht* No. 174, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Okt. 1989, 141 pp.
- [56] Schwartz, J., und Thürlimann, B., "Versuche über die Rotationsfähigkeit von Zementsteinmauerwerk," *Bericht* No. 8401-1, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Sept. 1986, 114 pp.
- [57] Schwartz, J., and Thürlimann, B., "Masonry Walls Under Centric or Eccentric Normal Force," *Proceedings*, 8th International Brick/Block Masonry Conference, Dublin, Ireland, Sept. 1988, pp. 420-434.
- [58] Schwegler, G., "Verstärken von Mauerwerk mit Hochleistungsfaserverbundwerkstoffen," EMPA Dübendorf, 1993, 111 pp.
- [59] "SIA 177/1: Bemessung von Mauerwerkswänden unter Druckbeanspruchung," *Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein*, Zürich, 1983, 56 pp.
- [60] "SIA 177/2: Bemessung von Mauerwerkswänden," *Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein*, Zürich, 1992, 32 pp.
- [61] "SIA D 053: Bemessung von Mauerwerkswänden, Einführung in die Empfehlung SIA V 177/2," Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Zürich, 1990, 154 pp.
- [62] Sinha, B.P., "An Ultimate Load Analysis of Laterally Loaded Brickwork Panels," *International Journal of Masonry Construction*, V. 1, No. 2, 1980, pp. 57-61.
- [63] Standards Association of Australia, "AS 1640: Brickwork Code," *Standards Association of Australia*, Sydney, 1974, 126 pp.

[64]	Thürlimann, B., and Guggisberg, R., "Failure Criterion for Laterally Loaded Masonry Walls: Experimental Investigation," <i>Proceedings</i> , 8th International Brick/Block Masonry Conference, Dublin, Sept. 1988, pp. 699-706.
[65]	Thürlimann, B., and Schwartz, J., "Design of Masonry Walls and Reinforced Concrete Columns with Column-Deflection-Curves," <i>Proceedings</i> , International Association for Bridge and Structural Engineering, V. 108, 1987, pp. 17-24.
[66]	Vermeltfoort, A., Raijmakers, Th., and Janssen, H., "Shear Tests on Masonry Walls," <i>Proceedings</i> , 6th North American Masonry Conference, Philadelphia, Pennsylvania, June 1993, pp. 1183-1193.
[67]	Woodward, K., and Rankine, F., "Shear Resistance of Unreinforced Hollow Concrete Block Masonry Walls," <i>Proceedings</i> , 3rd North American Masonry Conference, Arlington, Texas, June 1985, pp. 38-1 to 38-15.
[68]	Ziegler, H., "Über den Zusammenhang zwischen der Fliessbedingung eines elastisch - plastischen Körpers und seinem Fliessgesetz," Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik, Vol. 12, 1961, pp. 53-68.

Bezeichnungen

Lateinische Grossbuchstaben

- A Bruttoquerschnittsfläche
- B Backstein, Anfangsbiegesteifigkeit
- C Druckkraft
- D Dissipationsarbeit, Koeffizienten der Elastizitätsmatrix
- **D** Elastizitätsmatrix
- E Elastizitätsmodul
- F Einzellast
- **F** Raumkraft
- G Schubmodul
- I Trägheitsmoment
- K Kalksandstein
- M Biegemoment
- N Normalkraft
- P Vorspannkraft
- Q Vertikalkraft
- T Zugkraft
- U Formänderungsenergie
- V Querkraft
- W Arbeit der äusseren Kräfte
- Y Fliessfunktion
- Z Zementstein

Lateinische Kleinbuchstaben

- a Abstand
- b Breite, Abstand
- c Kohäsion, Breite, Keoffizient
- d Hebelarm der inneren Kräfte
- e Exzentrizität der Normalkraft
- f Festigkeit, Funktion
- h Höhe
- k Proportionalitätsfaktor, Abstand
- 1 Länge
- m Moment pro Einheitslänge
- n Membrankraft pro Einheitslänge
- r Betrag des Bestimmungsvektors
- s Invariante des Deviators
- t Wanddicke, Element- bzw. Scheibendicke

- t Oberflächenkraft
- **u** Verschiebungsvektor
- v Verschiebung in y-Richtung, Querkraft pro Einheitslänge
- x Koordinate, Höhe der Druckzone
- y Koordinate
- z Koordinate
- w Verschiebung in z-Richtung, Rissbreite
- I,II charakteristische Richtung

Griechische Grossbuchstaben

- Δ Differenz, Determinante
- Λ Schlankeit

Griechische Kleinbuchstaben

- α Winkel
- β Koeffizient, Winkel
- γ Schiebung, Koeffizient, Winkel
- ε Dehnung
- ε Verzerrungstensor
- ζ Koeffizient
- η Koordinate, Koeffizient
- θ Verdrehung, Winkel
- θ Fussverdrehung bei Wandversuchen
- λ Schlankheit, Faktor
- V Querdehnungszahl, Koeffizient, normierte Normalkraft
- v Einheitsnormale
- ξ Koordinate
- σ Normalspannung, Grundinvariante des Spanunngstensors
- **σ** Spannungstensor
- τ Schubspannung
- φ Winkel der inneren Reibung, Knotenverdrehung
- χ Krümmung
- ψ Winkel
- ω Koeffizient

Fusszeiger

- E Euler
- R Widerstand
- a Anteil
- b Stein, Anteil
- cr Riss
- d Bemessungsniveau
- i Index
- j Index
- k Index
- 1 Index
- m Parameter, Mörtel
- n Richtung
- r Rand, Abstand, Richtung
- t Zug, Richtung
- u Bruch
- x Koordinate
- y Koordinate, Fliessen
- z Koordinate
- w Wand
- 0 Werte auf der Höhe des unteren Lagers, Anfangswert
- 1, 2 Hauptwerte, Orte
- (i) Invariante
- adm zulässig
- eff effektiv
- krit kritisch
- max maximal
- min minimal
- red reduziert
- ref Bezugsgrösse
- ser Gebrauchsniveau
- α Richtung
- β Richtung
- ϵ die Dehnung betreffend
- ξ Koordinate
- σ die Spannung betreffend
- η Koordinate

Kopfzeiger

- inf unten
- sup oben

•

- * beliebig
 - Ableitung