

Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern

Report

Author(s):

Sigrist, Viktor

Publication date:

1995

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-001492371>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Originally published in:

IBK Bericht 210

Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern

Viktor Sigrist

Institut für Baustatik und Konstruktion
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Juli 1995

Vorwort

Der vorliegende, als Promotionsarbeit verfasste Bericht entstand im Rahmen des von mir geleiteten Forschungsprojekts "Verformungsvermögen von Massivbautragwerken". Die Zielsetzung dieses 1992 begonnenen Projekts besteht darin, eine allgemeine, auf einwandfreien theoretischen Grundlagen beruhende und experimentell abgesicherte Theorie des Verformungsvermögens von Massivbautragwerken zu entwickeln und damit die heute üblichen Bemessungsverfahren zu ergänzen, die sich weitgehend auf die statische Methode der Plastizitätstheorie stützen.

Herr Sigrist betrachtet diskontinuierliche Spannungsfelder für Stahlbetonträger in Verbindung mit relativ einfachen Stoffgesetzen für den Beton, die Bewehrung und den Verbund. Damit gelingt es ihm, die wichtigsten Einflüsse auf das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche zu diskutieren und ein entsprechendes, für die Bemessungspraxis geeignetes Näherungsverfahren abzuleiten.

Die Arbeit liefert einerseits wichtige Hinweise für die Konzeption, die konstruktive Durchbildung und die Dimensionierung von Stahlbetonträgern. Andererseits ergeben sich aus der Kombination kontinuumsmechanischer und bruchmechanischer Erwägungen wertvolle Ansätze für weitere Forschungsarbeiten.

Das Forschungsprojekt "Verformungsvermögen von Massivbautragwerken" wird vom Schweizerischen Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung sowie von der Stiftung für wissenschaftliche, systematische Forschungen auf dem Gebiet des Beton- und Eisenbetonbaus des Vereins Schweizerischer Zement-, Kalk- und Gips-Fabrikanten finanziell unterstützt. Dafür möchte ich aufrichtig danken.

Zürich, im Juni 1995

Prof. Dr. Peter Marti

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Problemstellung	1
1.2	Zielsetzung und Übersicht	2
1.3	Abgrenzung	3
2	Grundlagen	4
2.1	Verhalten von Stahl und Beton	4
2.1.1	Stoffgesetze	4
2.1.2	Bewehrungsstahl	5
2.1.3	Beton	10
2.2	Zusammenwirken von Stahl und Beton	27
2.2.1	Verbund	27
2.2.2	Zugbeanspruchung	37
2.2.3	Druckbeanspruchung	46
2.2.4	Zweiachsige Beanspruchung	56
2.3	Plastische Bemessung von Stahlbeton	65
2.3.1	Einführung	65
2.3.2	Die Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie	67
2.3.3	Statische und kinematische Methode	68
2.3.4	Diskontinuitäten	69
3	Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern	71
3.1	Einführung	71
3.2	Zur Entwicklung von Spannungsfeldern	73
3.2.1	Grundelemente der Bemessung	73
3.2.2	Neigung der Druckfelder	83
3.3	Rechenmodell	91
3.3.1	Plastische Verformungsbereiche	91
3.3.2	Verformungen des Steges	100
3.3.3	Statisch unbestimmte Systeme	102
3.4	Parameterstudie	107
3.4.1	System und Belastung	107
3.4.2	Materialkennwerte und Verbund	108
3.4.3	Druckfeldneigung und Stegbrüche	111
3.4.4	Geometrie der Träger	113
3.5	Versuchsergebnisse	117
3.5.1	Nachrechnung von Versuchen	117
3.5.2	Plastische Gelenkwinkel	122

4	Zur Bemessung von Stahlbetonträgern	129
4.1	Ermittlung der Schnittkräfte	129
4.2	Näherungsverfahren für den Verformungsnachweis	133
5	Zusammenfassung und Folgerungen	138
5.1	Zusammenfassung	138
5.2	Folgerungen und Ausblick	141
	Summary	143
	Résumé	145
	Riassunto	147
	Begriffe	149
	Bezeichnungen	152
	Literatur	154

1 Einleitung

1.1 Problemstellung

Die Bemessung von Stahlbetontragwerken umfasst das Festlegen der Betonabmessungen und der Bewehrungsquerschnitte sowie die konstruktive Durchbildung. Dabei ist der Nachweis zu erbringen, dass die an das Tragwerk gestellten Anforderungen bezüglich Tragsicherheit, Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit erfüllt sind. Bei der Lösung dieser Aufgabe versucht der Ingenieur das Trag- und Verformungsverhalten des Systems rechnerisch zu erfassen, wobei er Modelle verwendet, die es ermöglichen, das tatsächliche Verhalten des Tragwerks angemessen zu beschreiben. Das Ergebnis der Bemessung und die Qualität des Tragwerks hängt in hohem Mass von der Umsicht und Sorgfalt der beteiligten Ingenieure ab, die in erster Linie darum bemüht sind, Wesentliches von Unwesentlichem zu trennen, um dann die wichtigsten Einflüsse besonders eingehend zu untersuchen. Etliche Entscheide werden allerdings nicht allein anhand der Berechnungen gefällt; die Technik der Bauausführung, die Wirtschaftlichkeit und auch die Erfahrung bestimmen oft über die schliesslich gewählte Lösung.

Bei der Bemessung und auch bei der Beurteilung bestehender Tragwerke kommt der Frage der Tragsicherheit besondere Bedeutung zu. Es muss gewährleistet werden, dass das Bauwerk für die Benützer keine Gefährdung darstellt. Ein Versagen des Tragwerks muss demzufolge ausgeschlossen werden können, oder aber, es muss sichergestellt sein, dass ein Einsturz nicht unerwartet erfolgt. Dies zu beurteilen ist keine einfache Aufgabe, da anhand von Rechenergebnissen Aussagen über das Tragwerksverhalten in Extremsituationen gemacht werden müssen, die in der Regel ausserhalb des direkt erschlossenen Erfahrungsbereichs liegen.

Für den rechnerischen Nachweis der Tragsicherheit haben sich die Methoden der Plastizitätstheorie als taugliche, in vielen Fällen sogar als einzig mögliche Grundlage erwiesen. Die berechneten Tragwiderstände können allerdings nur dann aufgebaut werden, wenn sich die hierzu erforderlichen Verformungen tatsächlich einstellen können, respektive wenn alle Tragwerksteile über ein ausreichendes Verformungsvermögen verfügen. Das Verformungsvermögen beinhaltet die gesamten bis zum Bruch auftretenden Verformungen, im speziellen bezieht es sich aber auf diejenigen Verformungsanteile, die infolge von Plastifizierungen, insbesondere des Stahls, entstehen. In diesem engeren Sinn beschreibt das Verformungsvermögen die Duktilität des Tragsystems. Begrenzungen des Verformungsvermögens ergeben sich aufgrund der beschränkten Verformbarkeit der Materialien und als Folge von konstruktiven Mängeln (z.B. ungenügende Verankerung der Bewehrung).

In der Praxis versucht man durch geeignete konstruktive Massnahmen ein ausreichendes Verformungsvermögen sicherzustellen, und man führt in der Regel für den Versagenszustand keinen Verformungsnachweis durch. Ein solches Vorgehen ist zwar meist

unbedenklich, grundsätzlich aber unbefriedigend. Oft ergeben sich Unsicherheiten bei der Beurteilung der Frage, ob sich ein der Bemessung oder der Nachrechnung zugrundegelegter Gleichgewichtszustand tatsächlich einstellen kann, zumal man über keine geeigneten Hilfsmittel verfügt, dies zu überprüfen.

Zum Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche wurden in den vergangenen 30 Jahren zahlreiche experimentelle und theoretische Arbeiten durchgeführt [z.B. ASCE-ACI (1965), Bachmann (1967), CEB (1993)]. Damit liegen wertvolle Ergebnisse vor, die sich aber, aufgrund der Vielzahl der Einflüsse, denen das Verformungsverhalten von Stahlbeton unterliegt, nach wie vor nicht verallgemeinern lassen. Obwohl verschiedentlich Anstrengungen unternommen wurden, das Verformungsvermögen, respektive die Duktilität, rechnerisch zu erfassen, begnügte man sich letztendlich meist mit einer qualitativen und pauschalen Beschreibung der wichtigsten Zusammenhänge [CEB (1978)]. Erst in neuerer Zeit, mit der Entwicklung nichtlinearer Berechnungsverfahren, ergab sich diesbezüglich ein vertiefter Einblick. Konsistente, auf klaren physikalischen Grundlagen basierende Rechenmodelle wurden aber bisher keine entwickelt.

Verschiedene materialtechnologische Entwicklungen und solche, welche die Bauweise und die Bauverfahren betreffen, erfordern eine kontinuierliche Überprüfung der grundlegenden Annahmen in bezug auf das Verhalten von Stahlbeton. So haben sich beispielsweise die duktilitätsrelevanten Eigenschaften üblicher Betonstähle im Verlauf der letzten Jahre stark verändert. Aber auch die Verwendung hochfesten Betons sowie die Entwicklung neuer Verbundbauweisen führen dazu, dass traditionelle Konstruktionsregeln neu bewertet werden müssen.

1.2 Zielsetzung und Übersicht

Ziel der vorliegenden Untersuchungen ist es, einen Beitrag zum besseren Verständnis des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetontragwerken zu leisten. Zu diesem Zweck werden die grundlegenden Aspekte des Verhaltens von Stahlbeton verhältnismässig eingehend dargestellt. Darauf aufbauend werden einfache physikalische Modelle entwickelt, die es ermöglichen sollen, die wesentlichsten Zusammenhänge und Abhängigkeiten darzulegen und zu diskutieren. Der Bemessungspraxis sollen damit Hilfsmittel zur Beurteilung des Verformungsvermögens von Stahlbetonträgern zugänglich gemacht und Folgerungen für die Bemessung und konstruktive Durchbildung aufgezeigt werden. Nicht zuletzt soll mit dieser Arbeit aber auch eine solide Grundlage für zukünftige Forschungsarbeiten geschaffen werden.

Die Arbeit gliedert sich in zwei Teile. Die Ausführungen im ersten Teil (Kapitel 2) beziehen sich auf das Verformungsverhalten von Stahl und Beton sowie auf das Zusammenwirken dieser beiden Materialien, während im zweiten Teil (Kapitel 3) das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche von Stahlbetonträgern behandelt wird.

Bei den hier gezeigten Untersuchungen bezüglich des Verhaltens von Beton stehen die Verformungslokalisierung und die Materialentfestigung im Vordergrund. Die entwickelten Modelle gestatten es, Bruchprozesse in geeigneter Weise zu berücksichtigen;

diese haben im Hinblick auf das Versagen von Tragwerken eine fundamentale Bedeutung. Die Verformungen von Zuggliedern und Trägern unterliegen sehr stark den Einflüssen aus dem Verformungsverhalten des Stahls und dem Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton. Die entsprechenden Grundlagen werden deshalb relativ eingehend diskutiert, und es wird ein Modell zur rechnerischen Berücksichtigung der Verbundwirkung vorgestellt. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Vorabklärungen werden bei der Behandlung von Druckgliedern und Scheibenelementen verwendet; daraus ergeben sich zum Teil neuartige Folgerungen für die Anwendung der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton.

Das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche von Stahlbetonträgern wird anhand eines allgemeinen Rechenmodells diskutiert. Hintergrund für die Entwicklung des Modells ist die Analyse des Spannungszustands des Tragwerks auf der Grundlage von Spannungsfeldern. In einer Parameterstudie werden verschiedene Einflüsse untersucht, und es wird aufgezeigt, wie sich eine Variation der Rechenannahmen auf die Ergebnisse auswirkt. Die Resultate entsprechender Berechnungen werden den Ergebnissen aus Grossversuchen gegenübergestellt; hierin zeigen sich die Tauglichkeit des Modells, aber auch dessen Anwendungsgrenzen. An verschiedenen Stellen ergeben sich Folgerungen für die konstruktive Durchbildung hoch beanspruchter Tragwerksbereiche und für die Wahl der Materialien. Die entsprechenden Hinweise sind, neben den Rechenergebnissen, als gleichwertige Resultate zu betrachten; es soll dadurch zum Ausdruck gebracht werden, dass ein in jeder Hinsicht befriedigendes Tragwerksverhalten letztlich nur durch gutes Entwerfen und konstruktives Durchbilden sichergestellt werden kann.

1.3 Abgrenzung

Im Rahmen dieser Arbeit werden in erster Linie schlaff bewehrte Tragwerke behandelt; es sind dies Zug- und Druckglieder, Scheibenelemente und, besonders eingehend, Durchlaufträger mit profilierten Querschnitten. Wo dies möglich ist, werden aber auch Hinweise auf vorgespannte Tragwerke gegeben. Die Ausführungen beziehen sich ausschliesslich auf Beanspruchungssituationen bei monotoner Steigerung der Lasten. Dynamische und zyklische Einwirkungen werden nicht berücksichtigt. Es wird zudem davon ausgegangen, dass die Gleichgewichtsbedingungen am unverformten System formuliert werden können; Effekte 2. Ordnung werden somit vernachlässigt.

Die Berechnungen beziehen sich in der Regel auf angenommene mittlere Materialkennwerte. Verschiedene der verwendeten Kenngrössen basieren auf Versuchsergebnissen, die im Rahmen dieser Arbeit ausgewertet und interpretiert wurden. Sie sind zum Teil experimentell nur ungenügend abgesichert; in den Berechnungen wurden sie trotzdem benutzt, was es bei der Beurteilung der entsprechenden Rechenergebnisse zu beachten gilt.

2 Grundlagen

2.1 Verhalten von Stahl und Beton

2.1.1 Stoffgesetze

Zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Materialien verwendet der Ingenieur Stoffgesetze, die durch Beziehungen zwischen Kraft- und Verformungsgrößen dargestellt werden. Im allgemeinen ist es zweckmässig, von einer einachsigen Beanspruchung auszugehen und für komplexere Beanspruchungssituationen entsprechende Anpassungen vorzunehmen.

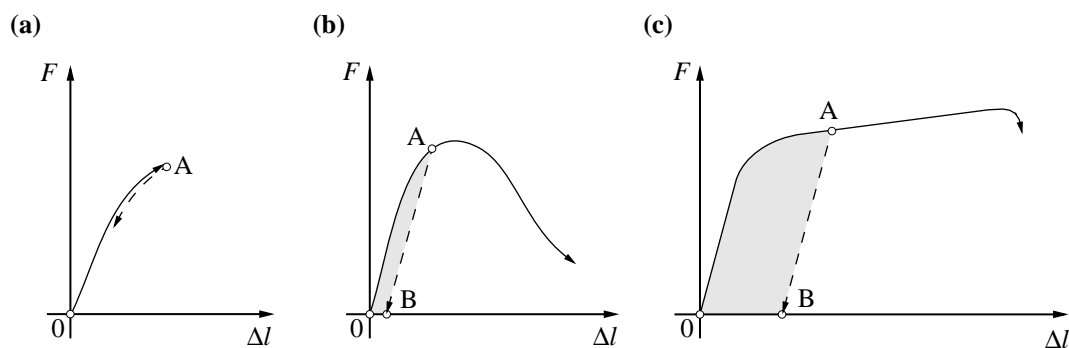


Bild 2.1: Last-Verformungs-Diagramme bei einachsiger Beanspruchung.

In Bild 2.1 sind verschiedene Last-Verformungs-Beziehungen dargestellt, wie sie aus einachsigen Zug- oder Druckversuchen gewonnen werden können. Die Diagramme zeigen sowohl monotone Vergrößerungen der Verformungen (ausgezogene Linien) als auch Entlastungsvorgänge (gestrichelte Linien). Bild 2.1(a) zeigt ein elastisches Stoffgesetz; jeder beliebigen Kraft ist eineindeutig eine Verformung zugeordnet; die Verformungen sind vollständig reversibel, und es wird keine Energie dissipiert. In den Bildern 2.1(b) und (c) werden elastisch-plastische Stoffgesetze dargestellt; die Last-Verformungs-Beziehungen sind nicht umkehrbar, und nach einer Entlastung aus den Punkten A verbleiben bestimmte plastische Verformungen. Die für den Verformungsprozess aufgebrauchte Energie wird nur teilweise zurückgewonnen; die übrige Energiemenge wird dissipiert (Flächen 0AB).

Die in Bild 2.1(b) aufgetragene Last-Verformungs-Kurve charakterisiert ein entfestigendes Materialverhalten. Nach dem Erreichen der maximal möglichen Beanspruchung nimmt das Tragvermögen bei weiterer Verformungssteigerung kontinuierlich ab. Eine

strenge Wegsteuerung ist für die experimentelle Ermittlung eines solchen Kurvenverlaufs Voraussetzung. Der entfestigende Ast des Diagramms beschreibt allerdings in der Regel nicht das Materialverhalten, sondern vielmehr das Verhalten des Prüfkörpers im Zusammenwirken mit der Prüfeinrichtung. Auf Besonderheiten eines solchen Verhaltens wird in Kapitel 2.1.3 eingegangen.

Bild 2.1(c) zeigt ein Stoffgesetz mit Verfestigung in der plastischen Phase. Nach dem Überschreiten der initialen Proportionalitätsgrenze beginnt die Verfestigungsphase, in der das Tragvermögen bei weiterer Verformungssteigerung stetig zunimmt. Wieviel der für den Verformungsprozess aufgebrauchten Energie als elastisch gespeicherte Energie erhalten bleibt, ist erst anhand einer Entlastung zu erkennen.

Bei der ingenieurmässigen Idealisierung des Stoffverhaltens ist es notwendig, dass man die im Hinblick auf die jeweilige Anwendung hervorstechenden Merkmale berücksichtigt, untergeordnete Einflüsse jedoch vernachlässigt. Im Rahmen der Strukturanalyse beschränkt man sich deshalb auf möglichst einfache Beziehungen zwischen Kräften und Verschiebungen und vernachlässigt normalerweise Einflüsse des Baustoffklimas oder der Belastungsgeschichte. Es ist zudem im allgemeinen nicht erforderlich, die Kurvenverläufe mathematisch möglichst genau zu beschreiben, da damit nur eine scheinbare Genauigkeit erzielt wird und im Rahmen der Grenzbetrachtungen bezüglich Gebrauchstauglichkeit und Tragsicherheit keine relevanten Zusatzinformationen gewonnen werden. Sollen bei der Berechnung möglichst wirklichkeitsnahe Stoffgesetze berücksichtigt werden, ist es hingegen wichtig, signifikante Steifigkeitsänderungen angemessen zu berücksichtigen und die Gesetze so zu formulieren, dass sie über den materialinternen Energiehaushalt eindeutig Auskunft geben. Solche Überlegungen sind insbesondere bei nichtlinearen Finite Elemente-Berechnungen von zentraler Bedeutung.

Drückt man die experimentell gewonnenen Zusammenhänge zwischen Kräften und Verformungen durch mittlere Spannungen und Verzerrungen aus, so entspricht dies der üblichen kontinuumsmechanischen Betrachtungsweise. Der Bruchprozess beinhaltet jedoch die Verformungslokalisierung und die Materialentfestigung, so dass die kontinuumsmechanische Vorgehensweise in denjenigen Fällen durch erweiterte Betrachtungen zu ergänzen ist, in denen diese Effekte das Verhalten dominieren.

2.1.2 Bewehrungsstahl

Bei der Bemessung im Stahlbetonbau geht man meist vereinfachend davon aus, dass der Bewehrungsstahl nur Kräfte in Stab- oder Kabellängsrichtung aufnimmt und somit einachsiger Beanspruchung ausgesetzt ist. Oft stellt man sich die Bewehrung zudem als über eine gewisse Länge oder einen Bereich verteilt vor und berücksichtigt ihre Wirkung mit entsprechenden Linien- oder Flächenkräften, in der Richtung der Bewehrungsstäbe.

In Bild 2.2 sind typische Last-Verformungs-Diagramme von Betonstählen aus einachsigen Zugversuchen aufgetragen [Sigrist und Marti (1993)]. Der Verlauf der Kurve in Bild 2.2(a) charakterisiert das Verhalten eines naturharten oder vergüteten Stahles. Dieses lässt sich in vier sehr unterschiedliche Phasen unterteilen. Bei Belastungsbeginn ver-

hält sich der Stahl annähernd linear elastisch, und das Kristallgitter des Stahls wird reversibel verformt.

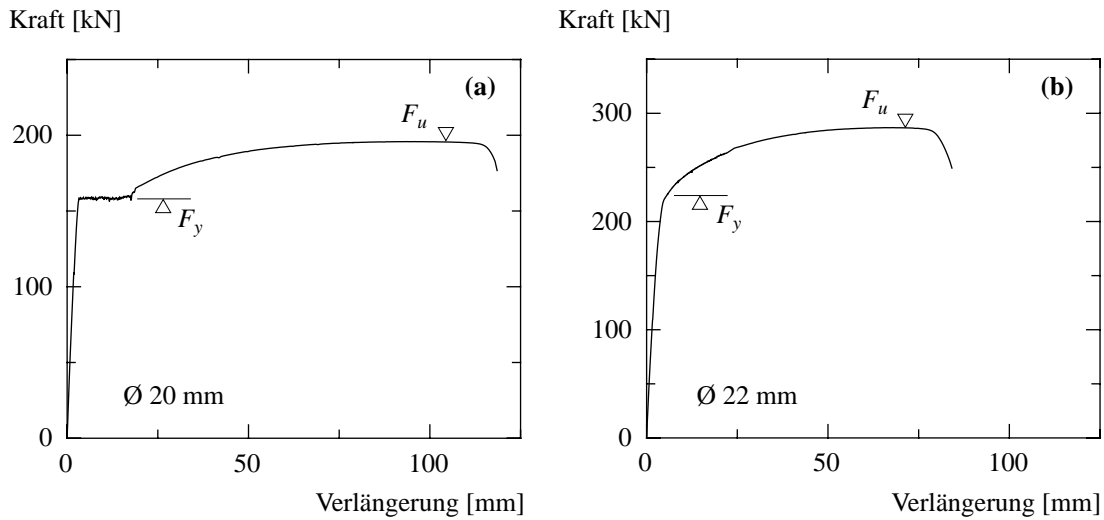


Bild 2.2: Zugversuche an Betonstahl, freie Prüflänge = 750 mm; (a) vergüteter Stahl; (b) kaltverformter Stahl.

Nach dem Erreichen der sogenannten Fließzugkraft F_y folgt eine mehr oder weniger ideal plastische Phase, während der sich der Stahlstab unter konstanter Kraft weiter verlängert. Das Fließen wird auf das Vorhandensein von Störstellen in der Kristallstruktur (Versetzungen) zurückgeführt, die unter einer kritischen Beanspruchung zu lokalem Abgleiten entlang der Kristallebenen und somit zu einer Veränderung des Kristallgitters führen. Der Zusammenhang des Gitters geht dabei nicht verloren, sondern es erfolgt eine zunehmende Verfestigung des ganzen Kristalls. Der Fließvorgang erfolgt nicht auf der ganzen Stablänge gleichzeitig, die Verformungen sind vielmehr in kleinen Stababschnitten (Lüders-Bänder) lokalisiert. Das Fließen ist abgeschlossen, wenn sich die Lüders-Bänder auf die ganze Stablänge ausgebreitet haben und sich wieder eine gleichmässige Verteilung der Verformungen eingestellt hat.

Die Verfestigungsphase kann wieder als eigentliche Kontinuumseigenschaft betrachtet werden, da sich der gesamte Stab unter Kraftzunahme weiter verlängert. Die Verlängerung erfolgt praktisch ohne Volumenreduktion, was eine Querkontraktion des Stabes, also eine Reduktion der Querschnittsfläche zur Folge hat. Dividiert man die maximal erreichte Kraft F_u durch den Ausgangsquerschnitt des Prüfstabes, so erhält man die sogenannte technische Zugfestigkeit f_t , die bis zu 50 % unterhalb der eigentlichen Zerreissfestigkeit des Materials liegen kann.

Nach dem Erreichen der Höchstlast verhält sich der Stab entfestigend, was bedeutet, dass sich die Verformungen im sogenannten Einschnürbereich an der schwächsten Stelle lokalisieren. Der Einschnürbereich erstreckt sich über eine Länge, die ungefähr zweimal dem Stabdurchmesser entspricht, und die mittlere örtliche Dehnung erreicht beim Bruch Werte von bis zu 50 %. Die übrigen Teile des Stabes werden entlastet und die dabei frei-

gesetzte elastische Energie wird in der Bruchzone dissipiert. Übersteigt die elastisch gespeicherte Energie das Dissipationsvermögen der Bruchzone, was bei üblichen Prüfkörperabmessungen ab einem gewissen Einschnürungsgrad immer der Fall ist, so entsteht ein instabiler dynamischer Prozess, und der Stab wird schlagartig in zwei Teile getrennt.

In Bild 2.2(b) ist ein für kaltverformten Stahl charakteristisches Last-Verformungs-Diagramm aufgetragen. Durch Kaltverformung bei der Herstellung bis in den Verfestigungsbereich entfällt eine eigentliche Fließphase, und die Stähle weisen einen stetigen Übergang von der elastischen in die plastisch verfestigende Phase auf. Die Fließzugkraft, oder Fließgrenze, wird ersatzshalber üblicherweise durch die 0.2 %-Dehngrenze markiert, die Kraft also, bei der bei einer Entlastung 2 ‰ plastische Dehnung verbleiben würde. Die Verformungen sind bis zum Erreichen der Höchstlast gleichmässig über die Stablänge verteilt, und erst nach deren Überschreiten erfolgt eine Verformungslokalisierung im Einschnürbereich. Ähnliche Verformungseigenschaften charakterisieren auch das Verhalten von wärmebehandelten und von manchen vergüteten Stählen. Durch gezielten Einsatz von Vergütung, Kaltverformung und Wärmebehandlung können die Festigkeitseigenschaften von Stählen erheblich verbessert werden. Die Duktilität des Materials wird dabei in der Regel jedoch vermindert.

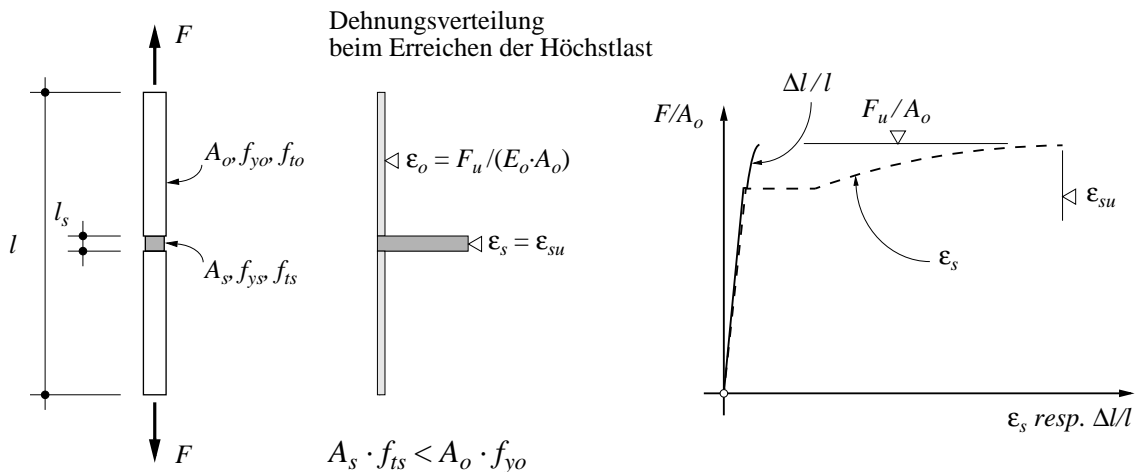


Bild 2.3: Last-Verformungs-Verhalten eines Stabes mit lokaler Störungszone.

Die Duktilität von Bewehrungsstäben, die Eigenschaft also, bis zum Versagen durch plastische Verformungen Energie zu dissipieren, wird in hohem Masse von den Verfestigungseigenschaften des Stahles bestimmt. Allein die Tatsache, dass sich eine anfänglich lokale Fließzone schliesslich auf die ganze Stablänge ausbreitet, setzt eine Materialverfestigung voraus. In Bild 2.3 ist ein einfaches Modell für einen Stab mit einer lokalen Störungszone dargestellt. Als Störungen kommen insbesondere örtliche Querschnittschwächungen und lokal verminderte Festigkeitseigenschaften in Frage. Die Bedingung für ein homogenes Fließen auf der ganzen Stablänge kann mit den im Bild angegebenen Bezeichnungen wie folgt ausgedrückt werden:

$$A_s \cdot f_{ts} > A_o \cdot f_{yo} \quad \text{respektive} \quad \frac{A_s}{A_o} > \frac{f_{yo}}{f_{ts}} . \quad (2.1 \text{ a,b})$$

Falls die Bedingung (2.1) erfüllt ist, kann das Stoffgesetz im Sinne der Kontinuumsmechanik durch mittlere Verzerrungen ausgedrückt werden. Weist ein Material hingegen grosse herstellungsbedingte oder materialspezifische Unregelmässigkeiten auf, so dass die Verfestigung nicht ausreicht, um ein Ausbreiten der Fliesszone zu ermöglichen, ist eine solche Formulierung nur noch für das lokale Kontinuum mit der Abmessung l_s zulässig. Das Verhalten des Stabes wird in diesem Fall von demjenigen der schwächsten Zone dominiert. Die kleinstmögliche Länge l_s der Störungszone müsste dabei als Baustoffkennwert experimentell ermittelt werden.

Dies bedeutet, dass für ein Material mit ideal plastischem Verhalten, respektive für ein Material ohne Verfestigung ($f_t / f_y = 1$), das Verformungsvermögen des Stabes stark reduziert wäre, da im Sinne einer probabilistischen Betrachtung immer lokale Störungszone vorhanden sind. Falls sich das Material bis zum Erreichen der Fliessgrenze linear elastisch verhält, kann die Verlängerung des Stabes in Bild 2.3 beim Erreichen der Höchstlast wie folgt berechnet werden:

$$\Delta l_u = l_s \cdot \epsilon_{su} + (l - l_s) \cdot \frac{F_u}{E_o \cdot A_o} . \quad (2.2)$$

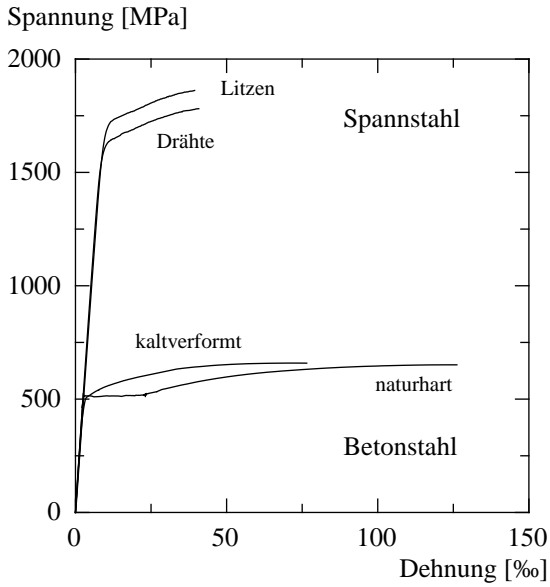
Mit der als Kenngrösse zu betrachtenden Länge l_s ergibt sich somit auch bei zunehmender Stablänge keine Vergrösserung der möglichen plastischen Verformungsanteile. Damit wird deutlich, dass die Materialverfestigung für die Duktilität von zentraler Bedeutung ist. Auf diesen Sachverhalt hat Muttoni (1990) bereits hingewiesen. Wie in Kapitel 2.2.2 noch gezeigt werden wird, sind die Verfestigungseigenschaften des Stahls, oft ausgedrückt durch das Verhältnis der Zugfestigkeit zur Fliessgrenze (f_t / f_y), auch für das Verformungsvermögen des Verbundbaustoffs Stahlbeton wichtig.

Übliche Bewehrungsstähle weisen in der Regel ausreichende Verfestigungseigenschaften auf, d.h. die Verformungen können bis zum Erreichen der Höchstlast als gleichmässig über die Länge der Prüfkörper verteilt angenommen und somit als mittlere Dehnungen ausgedrückt werden; den Wert beim Erreichen der Zugfestigkeit f_t bezeichnet man als Bruchdehnung ϵ_u . Mit Hilfe der Beziehung

$$\epsilon_u = \epsilon_g + \frac{f_t}{E} \quad (2.3)$$

kann die Bruchdehnung aus der Gleichmassdehnung ϵ_g berechnet werden; die beiden Kennwerte unterscheiden sich demzufolge um den elastischen Verformungsanteil.

In Bild 2.4 sind typische Spannungs-Dehnungs-Kurven für verschiedene Bewehrungsstähle aufgetragen. Die im Bild angegebenen Materialkennwerte sind als Mittelwerte aufzufassen, wie sie in Versuchen ermittelt werden können. Einige der heute in Europa verwendeten Stahlsorten weisen jedoch relativ stark abweichende Kennwerte auf. Insbesondere bei den duktilitätsrelevanten Grössen (Verfestigung und Bruchdehnung) werden die angegebenen Werte teilweise unterschritten. Diese Entwicklung in der



Kennwerte für gebräuchliche Stähle:

- Betonstahl:
 - Fliessgrenze $f_y = 450 \dots 550 \text{ MPa}$
 - Elastizitätsmodul $E \approx 200 \text{ GPa}$
 - Bruchdehnung $\epsilon_u = 30 \dots 130 \text{ ‰}$
 - Verfestigung $f_t/f_y = 1.05 \dots 1.30$
- Spannstahl (Litzen, Drähte):
 - Fliessgrenze $f_y = 1500 \dots 1700 \text{ MPa}$
 - Elastizitätsmodul $E \approx 190 / 200 \text{ GPa}$
 - Bruchdehnung $\epsilon_u = 30 \dots 50 \text{ ‰}$
 - Verfestigung $f_t/f_y = 1.05 \dots 1.15$

Bild 2.4: Spannungs-Dehnungs-Kurven für verschiedene Stahlsorten.

Stahlherstellung hat dazu geführt, dass heute die Duktilitätseigenschaften der Stähle in den Bemessungsnormen, beispielsweise im Eurocode 2 (1992), festgelegt werden, wobei zwischen Stählen normaler und hoher Duktilität unterschieden wird. Bei den in Bild 2.4 angegebenen Kennwerten ist zudem zu beachten, dass der Elastizitätsmodul der Litzen (7-drähtige Litzen) keinen reinen Materialkennwert darstellt, da die Verlängerung auch durch die Querkontraktion der gewickelten Drahtbündel beeinflusst wird. Solche Effekte spielen in der Seiltechnik immer eine Rolle.

Im Rahmen der Stahlbetontheorie ist es zweckmässig, die Stoffgesetze zu vereinfachen und mit idealisierten Spannungs-Dehnungs-Beziehungen zu arbeiten. Der Grad der Idealisierung kann je nach Fragestellung variieren, so dass die jeweils relevanten Eigenschaften berücksichtigt werden. In Bild 2.5 sind solche Stoffgesetze dargestellt. Für die Berechnung von Tragwiderständen ist es sinnvoll, von einem starr-ideal plastischen Fließverhalten auszugehen (Bild 2.5(a)), während bei Verformungs- und Rissbildungsproblemen die initiale Steifigkeit miteinbezogen werden muss (Bild 2.5(b)). Sollen hin-

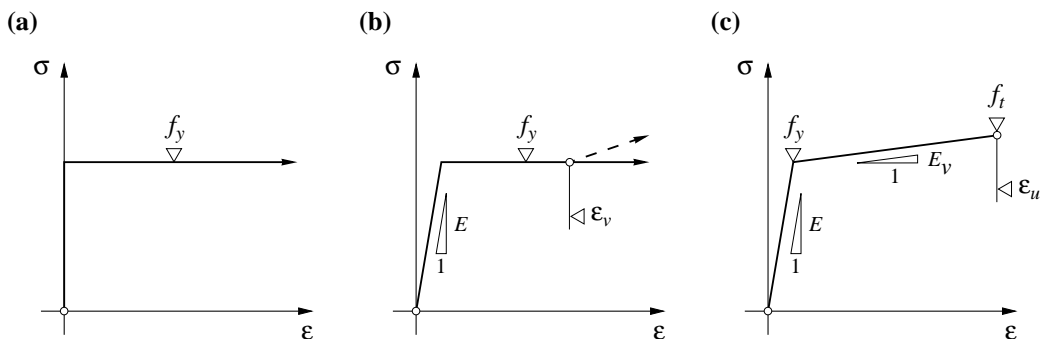


Bild 2.5: Idealisierte Stoffgesetze für Bewehrungsstahl.

gegen plastische Verformungen untersucht werden, ist es notwendig, auch die Verfestigung zu berücksichtigen (Bild 2.5(c)). Für die Modellbildung im Stahlbetonbau stellen bilineare Stoffgesetze in der Regel ausreichende Näherungen dar.

Bei Druckbeanspruchung gelten für Stahl ähnliche Spannungs-Dehnungs-Beziehungen wie bei Zugbeanspruchung. Grundsätzlich kann etwa von analogen Materialkennwerten ausgegangen werden. Bei Bewehrungsstäben wird jedoch oft das Ausknicken massgebend, und es können keine Stauchungen bis in die Verfestigungsphase erreicht werden. Geht man davon aus, dass der Stab zentrisch beansprucht ist und keine Eigenspannungen aufweist, kann das Verzweigungsproblem als Eulerscher Grundfall behandelt werden. Soll ein Stab erst in der Fliessphase ausknicken, muss die Bedingung

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{16 \cdot (l_{cr}/\varnothing)^2} \geq f_y \quad (2.4)$$

erfüllt sein. Für gebräuchliche Stähle mit $E = 200$ GPa und $f_y = 500$ MPa findet man somit eine Grenزشlankheit l_{cr}/\varnothing von ungefähr 16. Bei sehr kleinen Schlankheiten von etwa $l_{cr}/\varnothing < 2$ ergeben sich auch in der Verfestigungsphase noch stabile Zustände.

2.1.3 Beton

Einachsige Zugbeanspruchung

Das Last-Verformungs-Verhalten von Beton soll zunächst für einachsige Spannungszustände diskutiert werden. Das Verhalten von Beton unter Zugbeanspruchungen, respektive die Rissbildung in unbewehrtem Beton, war in den letzten Jahren weltweit Gegenstand umfangreicher Forschungsarbeiten. Diese Entwicklung wurde durch Fortschritte in der Versuchstechnik ausgelöst; heute stehen sehr steife Prüfmaschinen und hochpräzise Messeinrichtungen zur Verfügung. Die Entwicklung theoretischer Modelle zur Beschreibung der Rissbildung wurde insbesondere durch den Einbezug der nichtlinearen Bruchmechanik ermöglicht. Als Erweiterung des üblichen Zugfestigkeitskriteriums bezüglich des Auftretens von Rissen, geben solche Modelle Auskunft darüber, ob sich ein bestehender Riss weiter fortpflanzt und ob das Risswachstum stabil erfolgen kann. Hintergrund derartiger Berechnungen ist der Vergleich der elastisch gespeicherten Energie mit der Energiemenge, die beim Bruch (Reissen) vom Material in der Prozesszone dissipiert werden kann (Bruchenergie).

In Zugversuchen an Betonzylindern kann beobachtet werden, dass nach dem Erreichen der Betonzugfestigkeit die Prüfkörper nicht schlagartig in zwei Hälften getrennt werden, sondern dass bei einer gut kontrollierten Wegsteuerung ein entfestigendes Verhalten auftritt. Die Entfestigung ist begleitet von einer Verformungslokalisierung, wobei sich bereits vorhandene Mikrorisse zwischen Zuschlagskörnern und Zementmatrix in einer Störungszone fortpflanzen, bis sich schliesslich ein einziger Trennriss gebildet hat. Die Lokalisierung der Verformungen ist in diesem Fall besonders augenfällig, da sich nahezu die gesamte Verlängerung des Prüfkörpers in einem Riss manifestiert.

Ein einfaches physikalisches Modell für die Beschreibung der Rissbildung geht auf Hillerborg et al. (1976) zurück. Beim sogenannten “Fictitious Crack Model” [Hillerborg (1983)] geht man davon aus, dass die Verlängerung eines auf Zug beanspruchten Betonstabes durch das Verformungsverhalten des intakten Stabes und dasjenige der Risszone beschrieben werden kann. In Bild 2.6 sind die Grundbeziehungen dieses Modells zusammengestellt. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit verhält sich der Stab weitgehend elastisch, und nur geringe Energiemengen werden plastisch dissipiert. Wird die Verformung weiter vergrößert, bildet sich an der schwächsten Stelle des Stabes eine Risszone der Länge l_s .

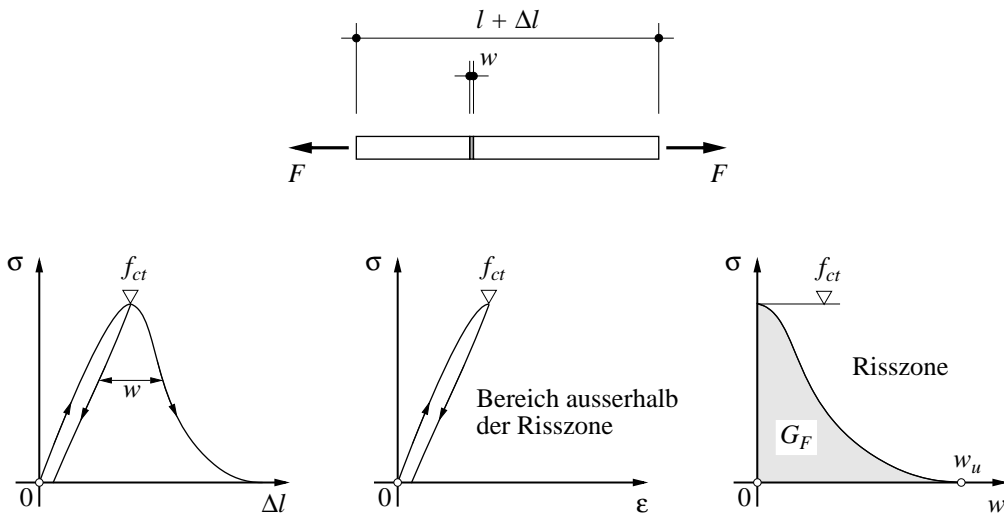


Bild 2.6: Verhalten eines auf Zug beanspruchten Betonstabes [Hillerborg (1983)].

Geht man von einer Risszone mit einer verschwindenden Anfangslänge aus ($l_s = 0$), so lokalisieren sich die Verformungen nach dem Erreichen der Zugfestigkeit f_{ct} im fiktiven Riss mit der Rissweite w , während sich die Bereiche ausserhalb der Risszone wieder elastisch verkürzen. Die Verlängerung des Stabes beträgt dann:

$$\Delta l = \varepsilon \cdot l + w \quad (2.5)$$

Da es sich beim entfestigenden Verhalten des Risses nicht um eine Kontinuumseigenschaft handelt, muss die Verformung des Risses als globale Verschiebung ausgedrückt werden. Die in der Risszone bis zur vollständigen Trennung dissipierte Energie kann anhand der Entfestigungskurve ermittelt werden und beträgt

$$W^{(p)} = A \cdot \int_0^{w_u} \sigma dw = A \cdot G_F \quad (2.6)$$

wobei A die Querschnittsfläche und G_F die (auf die Rissfläche bezogene) spezifische Bruchenergie bezeichnen.

Die spezifische Bruchenergie, respektive der Verlauf der Entfestigungskurve, kann dabei als eine von den Dimensionen des Betonkörpers unabhängige Materialkenngrösse

betrachtet werden. Obwohl bei zunehmender Grösse der Prüfkörper auch die Wahrscheinlichkeit zunimmt, dass tiefere Werte der Zugfestigkeit und der Bruchenergie das Versagen bestimmen, kann ein solcher Einfluss vereinfachend vernachlässigt werden, da diese beiden Kennwerte ohnehin grossen Streuungen unterworfen sind. Die spezifische Bruchenergie muss experimentell bestimmt werden, wobei sie in erster Linie von der Betonfestigkeit und der Korngrössenverteilung der Zuschläge abhängt [Hordijk (1992)]. Für Betone normaler Festigkeit mit Grösstkorn von 16 bis 32 mm beträgt sie etwa 80 bis 140 J/m².

Der Verlauf der globalen Spannungs-Verlängerungs-Kurve in Bild 2.6 hängt somit für einen bestimmten Beton mit gegebener Zugfestigkeit und Bruchenergie von der Länge des Prüfstabes ab. Dieses Verhalten ist in Bild 2.7 für ein vereinfachtes Stoffgesetz dargestellt.

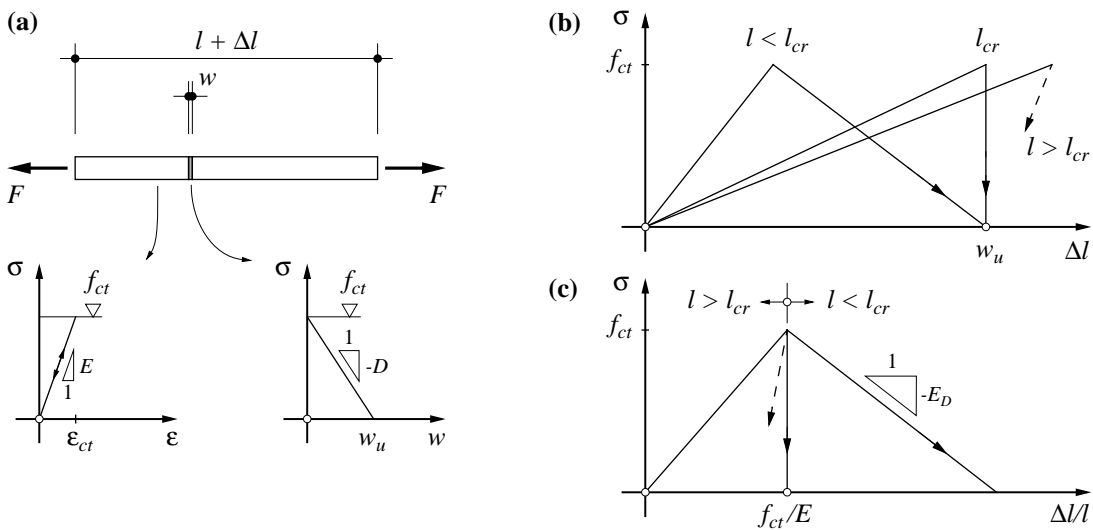


Bild 2.7: Einfluss der Prüfkörperlänge auf die Entfestigung des Betonstabes.

Mit der eingeführten Linearisierung des Stoffgesetzes kann die Rissbildung mit zwei Parametern, der Zugfestigkeit f_{ct} und der Entfestigungscharakteristik D , beschrieben werden. Anstelle von D könnte auch die spezifische Bruchenergie G_F verwendet werden, da diese beiden Grössen im vorliegenden Fall über die Beziehung

$$G_F = \frac{-f_{ct}^2}{2 \cdot D} \quad (2.7)$$

miteinander verknüpft sind. Unter Berücksichtigung der kinematischen Relation (2.5) für Zustände nach dem Überschreiten der Dehnung f_{ct}/E , kann der in Bild 2.7(c) ange deutete Entfestigungsmodul des Stabes ermittelt werden:

$$E_D = \frac{E \cdot D \cdot l}{D \cdot l + E} = \frac{-E \cdot f_{ct}^2 \cdot l}{2 \cdot E \cdot G_F - l \cdot f_{ct}^2} \quad (2.8)$$

Aus Bild 2.7 wie auch aus der Beziehung (2.8) kann ersehen werden, dass es sich hierbei nicht mehr um eine Materialkenngrösse, sondern vielmehr um einen Systemkennwert handelt, wobei aufgrund der im Beispiel vorgenommenen Systemabgrenzung die Länge des Stabes als einzige Systemcharakteristik auftritt. Für eine kritische Stablänge l_{cr} wird der Nenner in Gleichung (2.8) zu Null und die Entfestigung erfolgt entlang der in Bild 2.7(b) und (c) eingetragenen vertikalen Linien, d.h. ohne dass die Verformungen weiter vergrössert werden können. Die kritische Stablänge beträgt:

$$l_{cr} = \frac{2 \cdot E \cdot G_F}{f_{ct}^2} = \frac{E}{D} \quad (2.9)$$

Das gleiche Resultat erhält man auch durch Gleichsetzung der während des Belastungsvorgangs gespeicherten elastischen Energie

$$W^{(e)} = A \cdot l \cdot \frac{f_{ct}^2}{2 \cdot E}, \quad (2.10)$$

mit der bei der Rissbildung dissipierten Energie $W^{(p)}$ gemäss Gleichung (2.6). Für normalen Beton mit $E = 30 \text{ GPa}$, $G_F = 100 \text{ J/m}^2$ und $f_{ct} = 3 \text{ bis } 4 \text{ MPa}$ ergeben sich somit Werte für l_{cr} von etwa 350 bis 650 mm. Prüfkörper, die länger sind als l_{cr} , speichern demnach während der Belastung mehr Energie als bei der Rissbildung dissipiert werden kann; beim Erreichen der Zugfestigkeit erfolgt eine instabile Entfestigung (snap-back). Ein solches Verhalten ist in Bild 2.7 durch gestrichelte Linien angedeutet.

Biegezugversuch

Die Berücksichtigung des entfestigenden Rissverhaltens bei der Behandlung weiterer Probleme, wo die Rissbildung das Versagen bestimmt, bietet einige Schwierigkeiten. Die Berechnungen müssen meist mittels numerischer Verfahren vorgenommen werden, wobei in der Regel die Methode der Finiten Elemente verwendet wird. Zur Erläuterung der Auswirkungen der Riss-Entfestigung auf das Last-Verformungs-Verhalten kann es jedoch sinnvoll sein, analytische Näherungslösungen zu erarbeiten. Für den Biegezugversuch wird im folgenden eine solche Lösung entwickelt.

Bild 2.8(a) zeigt einen Versuch, wie er zur Ermittlung der Biegezugfestigkeit üblicherweise durchgeführt wird. Entsprechend den Diagrammen in Bild 2.7(a) wird davon ausgegangen, dass sich der Beton linear elastisch verhält und dass die Entfestigung des Risses ebenfalls mittels einer linearen Beziehung beschrieben werden kann.

Nach dem Erreichen einer Randspannung von f_{ct} bildet sich unmittelbar unter der Last F eine Risszone. In Anlehnung an die Balkentheorie kann angenommen werden, dass sowohl die Querschnitte oberhalb des vorerst fiktiven Risses, als auch, entsprechend dem Vorschlag von Zhu (1991), die Rissufer eben bleiben. Daraus ergibt sich die entlang der Risszone (a_s) lineare Verteilung der Entfestigungs-Spannungen gemäss Bild 2.8(c). Aus den Gleichgewichtsbedingungen im Rissquerschnitt erhält man:

$$M = \frac{F \cdot l}{4} = \frac{f_{ct} \cdot b \cdot h^2}{6} \cdot \left(1 + 2 \cdot \frac{a_s}{h} \cdot \frac{\sigma_{inf}}{f_{ct}} \right) \quad (2.11)$$

Führt man die Normierungen

$$m = \frac{M}{f_{ct} \cdot b \cdot h^2/6}, \quad \eta = \frac{a_s}{h} \quad \text{und} \quad \zeta = \frac{\sigma_{inf}}{f_{ct}} \quad (2.12 \text{ a,b,c})$$

ein, so kann die Beziehung (2.11) wie folgt ausgedrückt werden:

$$m = 1 + 2\eta\zeta. \quad (2.13)$$

Die Krümmung im Rissquerschnitt kann mit dem oberhalb des fiktiven Risses angreifenden Moment

$$M_s = \frac{f_{ct} \cdot b \cdot h^2}{12} \cdot (1 - \eta)(2 + \eta\zeta - \eta) \quad (2.14)$$

ermittelt werden, und die Mitten-Durchbiegung δ ergibt sich dann näherungsweise am Balken mit der reduzierten Querschnittshöhe $(h - a_s)$ zu

$$\delta = \frac{M_s \cdot l^2}{E \cdot b \cdot (h - a_s)^3} = \frac{f_{ct} \cdot l^2 \cdot (2 + \eta\zeta - \eta)}{12 \cdot E \cdot h \cdot (1 - \eta)^2}, \quad (2.15)$$

respektive unter Berücksichtigung von (2.13) zu

$$\delta = \frac{f_{ct} \cdot l^2 \cdot (3 + m - 2\eta)}{24 \cdot E \cdot h \cdot (1 - \eta)^2}. \quad (2.16)$$

Dabei wird vereinfachend angenommen, dass die zur Berechnung der Durchbiegung relevante Krümmung affin zur Momentenlinie verläuft und zu den Auflagern hin linear abnimmt. Die Steifigkeit des Balkens wird damit etwas unterschätzt, was sich auf die Rechenergebnisse aber nur wenig auswirkt. Die Rissweite am untern Balkenrand kann in

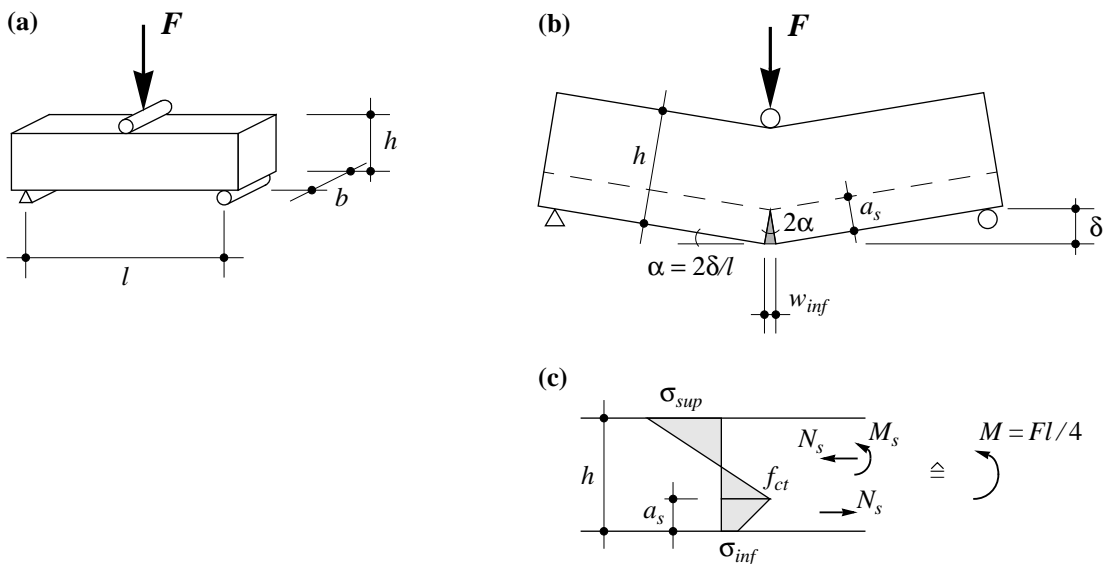


Bild 2.8: Biegezugversuch: (a) Versuchsaufbau und Abmessungen; (b) vereinfachte Kinematik der Rissöffnung; (c) Gleichgewicht im Rissquerschnitt.

grober Näherung mit der in Bild 2.8(b) angedeuteten kinematischen Beziehung bestimmt werden:

$$w_{inf} = 2 \cdot \frac{\delta}{l/2} \cdot a_s = \frac{f_{ct} \cdot l \cdot \eta \cdot (2 + \eta \zeta - \eta)}{3 \cdot E \cdot (1 - \eta)^2} . \quad (2.17)$$

Die Kinematik der Rissöffnung entspricht der Vorstellung, dass sich die Verformungen des Balkens im Rissquerschnitt lokalisieren, was zumindest für Zustände mit grossen Risstiefen relativ gut zutrifft. Die Rissweite wird demnach mit Gleichung (2.17) überschätzt, wobei der dabei gemachte Fehler mit wachsender Risstiefe kleiner wird. Durch Gleichsetzung von (2.17) mit der aus dem linearen Entfestigungsgesetz folgenden Beziehung

$$w_{inf} = \frac{\sigma_{inf} - f_{ct}}{D} = \frac{f_{ct}}{D} \cdot (\zeta - 1) , \quad (2.18)$$

findet man einen nur noch vom System und der bezogenen Risstiefe η abhängigen Ausdruck für das Spannungsverhältnis ζ ; eingesetzt in (2.13) erhält man schliesslich

$$m = 1 + 2\eta \cdot \frac{(3 - 6\eta - 2B\eta + 3\eta^2 + B\eta^2)}{3 - 6\eta + 3\eta^2 + B\eta^2} . \quad (2.19)$$

Die Systemcharakteristik wird dabei durch den Quotienten

$$B = \frac{-D \cdot l}{E} = \frac{f_{ct}^2 \cdot l}{2 \cdot G_F \cdot E} = \frac{l}{l_{cr}} \quad (2.20)$$

ausgedrückt. Dieser Ausdruck beschreibt die Sprödigkeit des Systems, welche demzufolge von der Grösse des Balkens und von den Material- und Entfestigungseigenschaften des Betons abhängig ist. Die Sprödigkeitszahl B beinhaltet das Verhältnis der zum Volumen des Körpers proportionalen elastisch gespeicherten Energie ($\sim f_{ct}^2 \cdot l^3 / E$) zu der bei der vollständigen Trennung dissipierten Bruchenergie ($\sim G_F \cdot l^2$). Sie veranschaulicht, dass mit zunehmender Balkenlänge (Spannweite) auch die Sprödigkeit des Systems zunimmt, da die kritische Stablänge l_{cr} gemäss Gleichung (2.9) für einen gegebenen Beton als Materialkennwert zu betrachten ist.

Mit den Beziehungen (2.16) und (2.19) lassen sich für Biegezugversuche mit gegebenen Prüfkörperabmessungen und Betoneigenschaften die Last-Durchbiegungs-Kurven ermitteln. Die Resultate dreier solcher Berechnungen sind in Bild 2.9(b) dargestellt. Die Abmessungen der Balken (Bild 2.9(a)) und die Zugfestigkeit ($f_{ct} = 3.5$ MPa) wurden für alle Berechnungen gleich gewählt und nur die Sprödigkeitszahlen B und die Elastizitätsmoduli E wurden variiert. Mit den verwendeten Rechenparametern $B = 1.0$ und $E = 28$ GPa soll ein Mörtel charakterisiert werden, während für einen Beton normaler Festigkeit die Werte $B = 0.3$ und $E = 35$ GPa angenommen wurden. Die Werte $B = 0.01$ und $E = 30$ GPa können etwa für einen Stahlfaserbeton mit einem Fasergehalt von 1 % gefunden werden. Im Diagramm 2.9(b) ist die Beanspruchung durch das normierte Moment m angegeben, da damit direkt das Verhältnis der fiktiven Randspannung zur Zugfestigkeit ausgedrückt wird. Daraus kann ersehen werden, dass die in einem Biegezugversuch ermittelte fiktive Festigkeit wesentlich grösser ausfällt, als die aus einem direkten

Zugversuch gewonnene Zugfestigkeit. Darüberhinaus zeigt das Diagramm in Bild 2.9, dass durch die Beeinflussung des Entfestigungsverhaltens des Betons die Verformungseigenschaften des Systems erheblich verbessert werden können. Damit kann beispielsweise die Effizienz einer Faserbewehrung veranschaulicht werden.

Die Maximalwerte für m , und somit die Biegezugfestigkeiten f_{ctb} , können bestimmt werden, indem die Ableitung der Beziehung (2.19) zu Null gesetzt wird, wofür man allerdings keine geschlossene Lösung findet. Für vorgegebene Sprödigkeitszahlen B können die Biegezugfestigkeiten jedoch auf numerischem Weg gefunden werden. Die Ergebnisse solcher Berechnungen sind in den Diagrammen in Bild 2.10 aufgetragen.

In Bild 2.10(a) ist das Verhältnis der Biegezug- zur Zugfestigkeit (m_{max}) in Funktion der Sprödigkeitszahl B , entsprechend der hier beschriebenen Näherungslösung dargestellt. Ebenfalls eingezeichnet sind die Ergebnisse von Finite Elemente-Berechnungen [Hillerborg (1991)], bei denen eine bilineare Entfestigungscharakteristik berücksichtigt wurde. Zum Vergleich sind zudem einige Resultate von Versuchen eingetragen, über die Petersson (1981) berichtete. In Bild 2.10(b) sind wiederum die Ergebnisse der Näherungslösung denjenigen der Finite Elemente-Berechnung gegenübergestellt, diesmal allerdings bezüglich der Balkenhöhe h , wobei den Berechnungen ein Beton mit l_{cr} von 500 mm und eine Balkenschlankheit l/h von 4 zugrunde gelegt wurde. Aus den beiden Diagrammen kann ersehen werden, dass mit der Näherungslösung der Einfluss der Sprödigkeit respektive der Balkengröße qualitativ richtig erfasst, die Biegezugfestigkeit jedoch etwas unterschätzt wird. Dennoch kann damit für eine experimentell ermittelte Biegezugfestigkeit ein Näherungswert für die Zugfestigkeit des verwendeten Betons gefunden werden. Dabei ist allerdings zu beachten, dass Streuungen der Materialeigenschaften, Querkrafterinflüsse und Einflüsse der Prüfeinrichtung mit dem hier besprochenen Modell nicht erfasst werden.

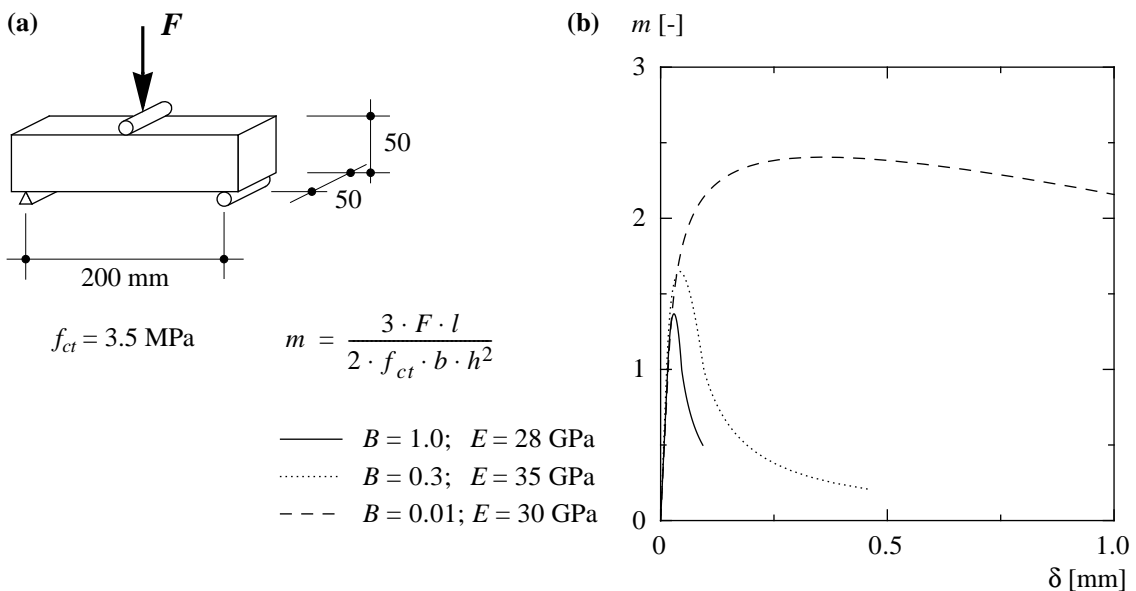


Bild 2.9: Berechnete Last-Durchbiegungs-Kurven für Biegezugversuche an Prüfkörpern mit unterschiedlichen Betoneigenschaften.

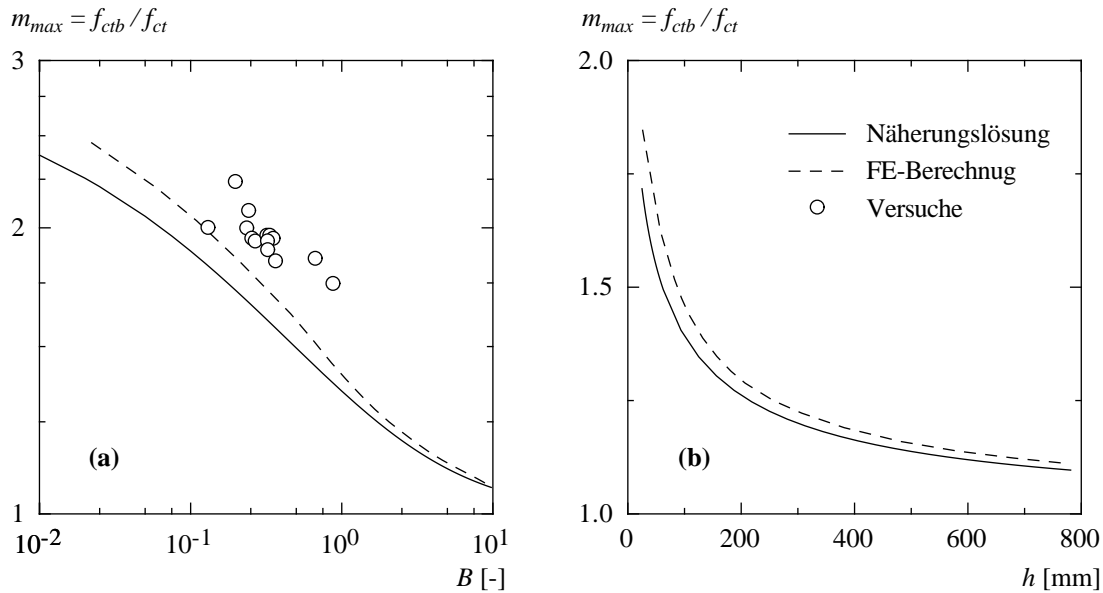


Bild 2.10: Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Sprödigkeitszahl B (a) und von der Balkenhöhe h (b); Finite Elemente-Berechnungen gemäss Hillerborg (1991); Versuchsergebnisse von Petersson (1981).

Interessant sind auch die theoretischen Biegezugfestigkeiten, die sich für die beiden Extremwerte der Sprödigkeit ergeben. Für eine Sprödigkeitszahl $B = 0$, findet man $f_{ctb} = 3f_{ct}$, was der Lösung für ein Material mit unendlich grosser Druckfestigkeit und unter Zugbeanspruchung starr-plastischem Verhalten entspricht. Andererseits ergibt sich für eine gegen unendlich strebende Sprödigkeitszahl das Resultat $f_{ctb} = f_{ct}$, was der linear elastischen Lösung entspricht. Für reale Materialien mit entfestigendem Verhalten liegen die Biegezugfestigkeiten zwischen diesen beiden Grenzen und können auf der Grundlage der hier entwickelten Näherungslösung abgeschätzt werden.

Einachsige Druckbeanspruchung

Bei der experimentellen Untersuchung des Verformungsverhaltens von Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung kann ebenfalls eine Entfestigung beobachtet werden. Auch in diesem Fall handelt es sich bei dem gemessenen Verhalten nicht um das eigentliche Materialverhalten, sondern um das Verhalten des Betonkörpers im Zusammenwirken mit der Prüfeinrichtung. Im Unterschied zum Verhalten im direkten Zugversuch lokalisieren sich die Verformungen jedoch nicht in einem einzigen Querschnitt. Auch im unbelasteten Beton sind wegen der unterschiedlichen Eigenschaften der Komponenten bereits Mikrorisse zwischen den Zuschlagskörnern und der Zementmatrix vorhanden. Bei zunehmender Druckbeanspruchung dringen diese Risse aufgrund der dabei auftretenden Querkzugspannungen in die Matrix vor und spalten so den Beton sukzessive parallel zur Beanspruchungsrichtung auf. Der Beton wird schliesslich innerhalb der Bruchzone in einzelne lasttragende Lamellen unterteilt, die nach dem Überschreiten der Druckfestigkeit abscheren und instabil werden und somit den Beton entfestigen. Dass die Entfestigung nicht schlagartig erfolgt, ist den zwischen den Lamellen wirkenden Verzahnungs- und Reibungskräften zuzuschreiben. Der Bruchprozess ist mit einer Zu-

nahme der Querdehnungen verbunden, die ab einer Beanspruchung von ungefähr 80 % der Druckfestigkeit überproportional anwachsen. Dieser durch die Längsrissebildung begründete Effekt führt dazu, dass auch das Volumen der Bruchzone nach der anfänglichen Reduktion wieder zunimmt und schliesslich sogar seine Ausgangsgrösse überschreitet. Mit dieser Volumenzunahme (Änderung der inneren Tragstruktur) verliert die kontinuumsmechanische Beschreibung des Materialverhaltens ihre Gültigkeit.

Ein einfaches Modell zur Beschreibung des Verhaltens von Beton unter Druckbeanspruchung ist in Bild 2.11 dargestellt. Unter der Annahme, dass sich das Verformungsverhalten eines Betonzylinders durch ein eindimensionales Modell ausreichend erfassen lässt, kann ein Druckversuch durch die Serieschaltung gemäss Bild 2.11(a) idealisiert werden. Die Querdehnungen des Prüfkörpers werden in dieser Betrachtung vernachlässigt, und es wird angenommen, dass sich die Beanspruchungen des Betons für beliebige Verformungszustände durch mittlere Spannungen ausdrücken lassen. Die Nachgiebigkeit der Prüfmaschine wird durch die Feder mit der Konstanten c_f berücksichtigt. Nach dem Erreichen der Zylinderdruckfestigkeit bildet sich eine Bruchzone der Länge l_s , in der sich die Verformungen lokalisieren. Die Bereiche ausserhalb dieser Zone werden wieder entlastet. Anhand dieses Modells soll zunächst auf der Grundlage einer Kontinuumsbetrachtung die Stabilität der Entfestigung untersucht werden.

Ausgehend von dem durch den Punkt A gekennzeichneten Gleichgewichtszustand auf dem abfallenden Ast der Last-Verformungs-Kurve in Bild 2.11(c) soll die Verformung des Zylinders um den Betrag $\delta(\Delta l)$ weiter gesteigert werden. Diese zusätzliche Deformation hat einen Lastabfall $\delta\sigma$ zur Folge und kann unter der Annahme, dass sich die Bereiche ausserhalb der Bruchzone mit dem Elastizitätsmodul E wieder elastisch verlängern, berechnet werden:

$$\delta(\Delta l) = \left(\frac{l-l_s}{E} + \frac{l_s}{E^{(s)}} + A_c \cdot c_f \right) \cdot \delta\sigma \quad . \quad (2.21)$$

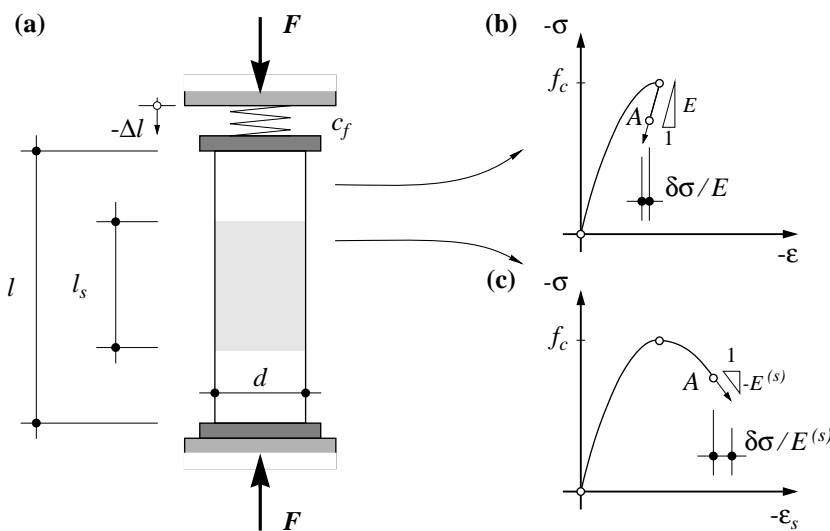


Bild 2.11: Entfestigung eines auf Druck beanspruchten Betonzylinders.

Da daraus insgesamt eine Verkürzung des Zylinders resultiert ($\delta(\Delta l) < 0$) und der Lastabfall betragsmässig einem Spannungszuwachs entspricht ($\delta\sigma > 0$), muss für den Klammerausdruck in (2.21) ein negativer Wert gefordert werden. Durch Umformung erhält man die Bedingung:

$$l \geq l_s > \frac{l + EA_c \cdot c_f}{1 - E/E^{(s)}} . \quad (2.22)$$

Ein zu dieser Beziehung analoger Ausdruck wurde von Bazant (1976) auf anderem Weg hergeleitet. Die Ungleichung (2.22) kann als Stabilitätsbedingung für die Entfestigung interpretiert werden, da die Länge der Bruchzone somit auf Werte zu beschränken ist, welche diese Bedingung erfüllen. Weist die Bruchzone eine kleinere Länge auf, erfolgt eine instabile Entfestigung. Wie Ottosen (1986) und Borrè und Maier (1988) aufgrund thermodynamischer Überlegungen gezeigt haben, würde die Länge l_s einer entfestigenden und als Kontinuum betrachteten Störungszone jedoch spontan auf den durch (2.22) gegebenen Wert abnehmen. Die Ungleichung kann deshalb für ein Kontinuum nicht erfüllt werden, und ein entfestigendes Verhalten ist im Rahmen einer solchen Idealisierung ausgeschlossen. Diese Folgerung steht im Widerspruch zum experimentell gefundenen Entfestigungs-Verhalten und zu den dabei beobachteten Abmessungen der Bruchzonen. Wie bereits erwähnt, muss demnach die kontinuumsmechanische Betrachtungsweise für den Entfestigungsvorgang fallengelassen werden, und die Verformungen können nicht weiter durch mittlere Dehnungen, sondern müssen durch globale Verschiebungen ausgedrückt werden.

Die Abmessungen der Bruchzone werden, aufgrund der geometrischen Verträglichkeit mit den ausserhalb liegenden Bereichen, in erster Linie durch die Geometrie des Prüfkörpers bestimmt. Im Entfestigungsprozess spielt zudem die Grösse der Zuschlagskörner eine wichtige Rolle, da über diesen Parameter die Rissbildung und auch die Bildung der eigentlichen Bruchflächen (Scherflächen) beeinflusst wird.

In der Literatur wird das Entfestigungsverhalten von auf Druck belastetem Beton nur wenig behandelt, und insbesondere über experimentelle Ergebnisse wird kaum berichtet. Aus diesem Grund wurden im Rahmen dieser Arbeit einige Tastversuche an Betonzylindern durchgeführt, mit der Zielsetzung, die grundlegenden Zusammenhänge bei der Entfestigung qualitativ zu untersuchen [Sigrist (1992)]. Eine zukünftige Aufgabe der Forschung wird es sein, diesen Problemkreis vertieft anzugehen. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Vorversuche sind in Bild 2.12 zusammengefasst. Als Prüfkörper dienten Betonzylinder mit einer Schlankheit von $l/d = 3$ und mit Durchmessern von $d = 60, 120$ und 180 mm. Durch schrittweise Steigerung der Verformungen konnte für verschiedene Verzerrungszustände die Verteilung der Längsstauchungen und der Querdehnungen über die Zylinderhöhe gemessen werden. Dies erfolgte mittels Deformeter-Messungen an vier vertikalen Reihen, die regelmässig über den Umfang verteilt angeordnet waren. Die Basislänge betrug für die vertikalen Messungen 50 mm, und für die Messung der Querdehnung entsprach sie jeweils dem Durchmesser der Zylinder. Geprüft wurde ein Beton mit einem Grösstkorn von 16 mm und einer mittleren Zylinderdruckfestigkeit f_c von etwa 36 MPa.

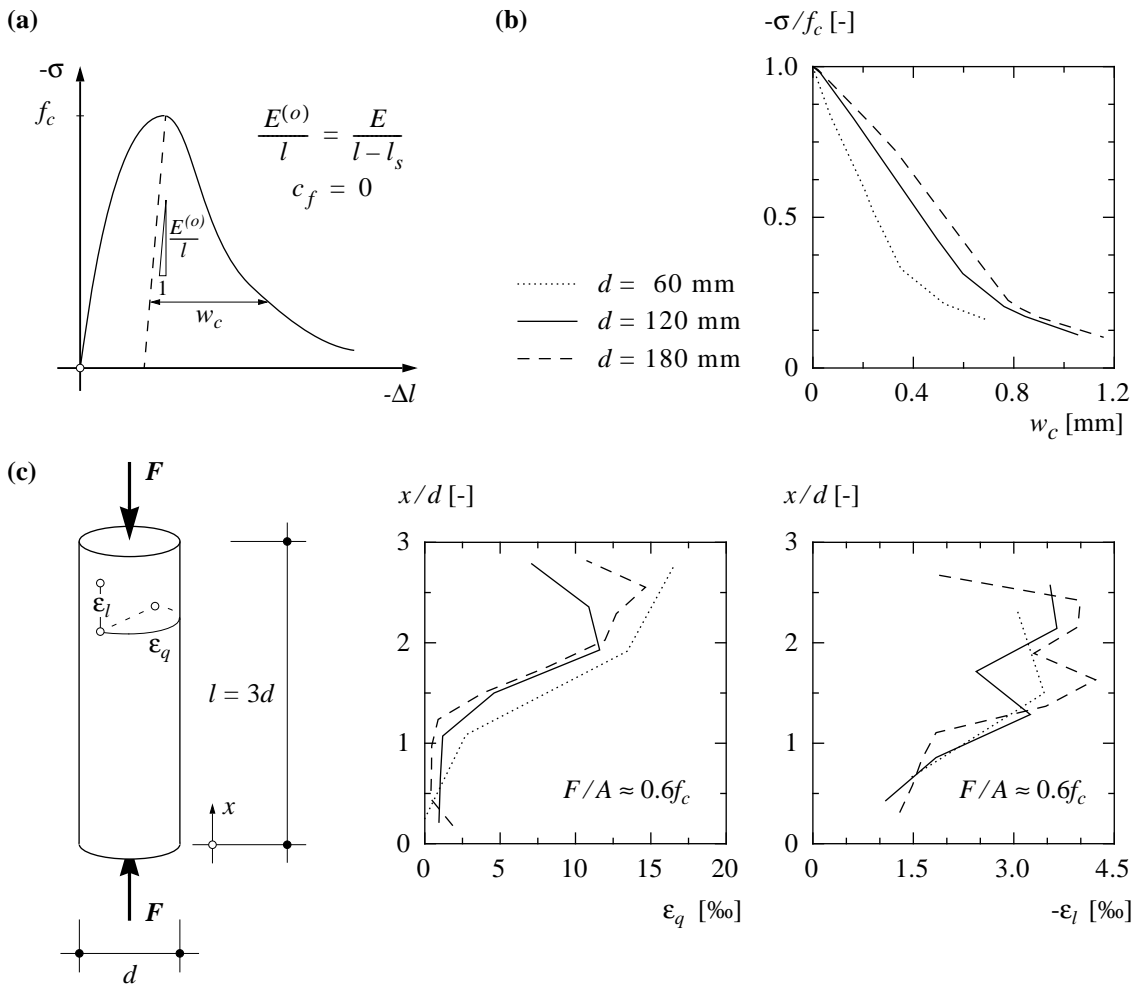


Bild 2.12: Tastversuche an Betonzylindern. (a) Qualitativer Verlauf der Last-Verformungs-Kurven; (b) gemessenes Entfestigungsverhalten; (c) Verteilung der gemessenen Dehnungen über die Zylinderhöhe.

Bild 2.12(c) zeigt die für die verschiedenen Zylinderdurchmesser bei einer Entfestigungsspannung von ungefähr $0.6f_c$ gemessenen Dehnungsverteilungen. Sowohl anhand der Verteilung der Querdehnungen, als auch anhand derjenigen der Längsstauchungen ist die Lokalisierung der Verformungen in der Bruchzone deutlich zu erkennen. Die Länge dieser Zone beträgt etwa $l_s = 2d$ und entspricht somit dem von Muttoni (1990) dafür angegebenen Wert.

In Bild 2.12(b) sind typische Verläufe des entfestigenden Teils der Last-Verformungs-Kurven aufgetragen. Die nach dem Erreichen der Druckfestigkeit gemessenen zusätzlichen Verkürzungen wurden dabei rechnerisch um die bei der Entfestigung auftretenden elastischen Verlängerungen der ausserhalb der Bruchzone liegenden Bereiche vergrößert. Die Länge dieser Bereiche wurde zu $l - l_s = l - 2d$ angenommen. Diese Vorgehensweise ist in Bild 2.12(a) veranschaulicht und basiert auf dem Modell der Serieschaltung gemäss Bild 2.11. Die Nachgiebigkeit der Prüfmaschine wurde vorgängig bereits berücksichtigt, so dass $-\Delta l$ in Bild 2.12(a) direkt die Verformung der Betonzylinder bezeichnet. Anhand der Kurven kann die zur vollständigen Zerstörung des Betongefüges

erforderliche Bruchenergie abgeschätzt werden, wobei der während der Entfestigung dissipierte Anteil (G_{cF}) dem Diagramm in Bild 2.12(b) entnommen werden kann. Bezieht man diesen Anteil der Bruchenergie auf das Volumen der Bruchzone, so findet man Werte von etwa $U_{cF} = G_{cF}/l_s = 60 \dots 120 \text{ kJ/m}^3$. Vernachlässigt man die Einflüsse der Korngrößenverteilung der Zuschläge und der Betonfestigkeit auf die Bruchenergie, was zumindest für Konstruktions-Beton normaler Festigkeit zulässig erscheint, können diese Werte als Kenngrößen betrachtet und für einen bestimmten Beton näherungsweise als konstant vorausgesetzt werden [vgl. Bild 2.13(b)].

Bis zum Erreichen der Druckfestigkeit folgt das Stoffgesetz des Betons in guter Näherung der Parabelgleichung

$$\frac{-\sigma_c}{f_c} = 1 - \left(1 + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}}\right)^2, \quad \text{für } \frac{-\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \leq 1. \quad (2.23)$$

Zur modellhaften Beschreibung des Verhaltens kann der Entfestigungsvorgang vereinfachend wiederum durch eine lineare Charakteristik angenähert werden. Beschränkt man sich weiterhin auf eine einachsige Beschreibung des Problems, so kann anhand des Modells der Serieschaltung gemäss Bild 2.11 das Verhalten für beliebige Zylinderproportionen hergeleitet werden. Mit der pro Volumenelement als konstant vorausgesetzten Bruchenergie kann der Entfestigungsmodul E_{cD} [Bild 2.13(c)] wie folgt angegeben werden:

$$E_{cD} = \frac{-E \cdot f_c^2 \cdot l}{2E \cdot U_{cF} \cdot l_s - (l - l_s) f_c^2 - A_c \cdot c_f \cdot f_c^2 \cdot E}. \quad (2.24)$$

Zur Bestimmung der Entfestigungscharakteristik benötigt man somit die auf das Volumen der Bruchzone bezogene Bruchenergie U_{cF} , sowie die Nachgiebigkeit der Prüfmaschine c_f . In Bild 2.13(b) sind die Resultate der Auswertung einiger Druckversuche aufgetragen. Die Ermittlung der Bruchenergie erfolgte dabei entsprechend der in Bild 2.13(a) angegebenen Definition. Für den Entlastungsmodul des Systems findet man den Ausdruck

$$E^{(o)} = \frac{E \cdot l}{(l - l_s) + E \cdot c_f \cdot A_c}, \quad (2.25)$$

wobei für die Auswertung der Versuche der Entlastungsmodul des Betons, auf der Grundlage der in FIP/CEB (1990) zusammengestellten Versuchsergebnisse, mit der Beziehung $E = 18 \text{ GPa} + 400f_c$ angenähert wurde. Eine gewisse Schwierigkeit bei der Auswertung und Interpretation von Versuchen besteht darin, dass in der Regel weder die Art der Steuerung, noch die Charakteristik der Prüfmaschine dokumentiert werden. Sowohl die Resultate der Versuche von Vonk (1993) als auch diejenigen von Tanigawa und Yamada (1981) basieren deshalb auf der Annahme von $c_f = 0$.

Mit den Gleichungen (2.23) und (2.24) sowie der Annahme $l_s = 2d$ können vollständige Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Beton unter Druckbeanspruchung berechnet werden. Bild 2.13(c) zeigt den Einfluss der Prüfkörperschlankheit auf das Entfestigungsverhalten, wobei den Berechnungen ein Beton mit $U_{cF} = 100 \text{ kJ/m}^3$ und $f_c = 30 \text{ MPa}$ zu-

grundegelegt wurde. Das Diagramm verdeutlicht einmal mehr die Tatsache, dass mit der Entfestigung nicht das Materialverhalten sondern das Verhalten des Systems beschrieben wird. Für Zylinder mit $l > l_{cr}$, wobei

$$l_{cr} = l_s \left(1 + \frac{2E \cdot U_{cF}}{f_c^2} \right) - A_c \cdot c_f \cdot E, \quad (2.26)$$

erfolgt die Entfestigung instabil und kann somit nicht kontrolliert werden. Ein solcher Fall ist im Diagramm mit einer gepunkteten Linie eingetragen.

In Bild 2.13(d) sind berechnete Spannungs-Dehnungs-Linien für Prüfkörper mit einer Schlankheit $l/d = 2$ für verschiedene Betonfestigkeiten dargestellt. Experimentell kann mit zunehmender Festigkeit f_c auch eine geringfügige Zunahme der Dehnung ϵ_{co} beim Erreichen von f_c festgestellt werden [FIP/CEB (1990)]. Dieser Sachverhalt wurde in den Berechnungen mit der Beziehung $\epsilon_{co} = f_c/60 + 3/2$ (in MPa und ‰) näherungsweise berücksichtigt. Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme veranschaulichen die Auswirkung der Annahme, dass die beim Bruch dissipierte Energie auch bei zunehmender Festigkeit

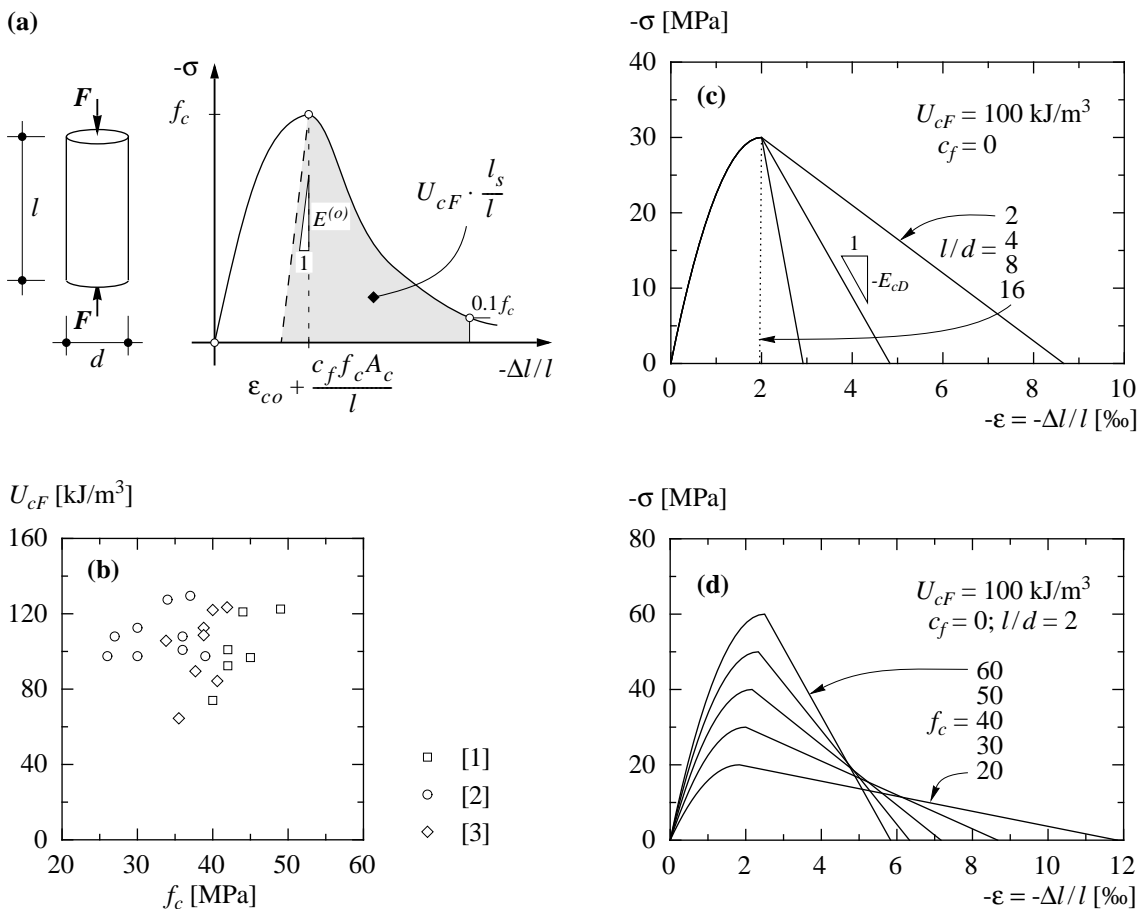


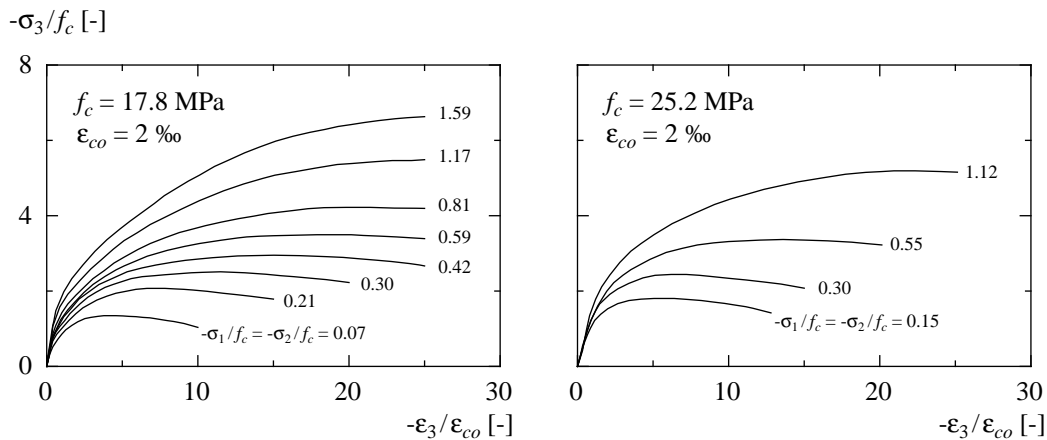
Bild 2.13: Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Beton. (a) Qualitativer Verlauf der Last-Verformungs-Kurven; (b) Versuchsergebnisse: [1] Vonk (1993), [2] Tanigawa, Yamada (1981), [3] Sigrist (1992); (c) Einfluss der Prüfkörperabmessungen für Beton mit $f_c = 30 \text{ MPa}$; (d) Einfluss der Betonfestigkeit für $l/d = 2$.

konstant bleibt; eine ausgeprägtere Entfestigung ist die Folge. Die mit zunehmender Betonfestigkeit steiler verlaufende Entfestigung wurde auch von Wang, Shah und Naaman (1978) beobachtet. In ihrer Arbeit versuchten sie die für verschiedene Betonfestigkeiten experimentell gefundenen Spannungs-Dehnungs-Linien analytisch mit Polynombrüchen zu approximieren. Die entsprechenden Beziehungen wurden jedoch unabhängig von den Prüfkörperdimensionen formuliert und gelten somit nur für die in den Versuchen gewählten Abmessungen $l/d = 152 \text{ mm}/76 \text{ mm}$. Das auf diese Art beschriebene Entfestigungsverhalten stimmt jedoch qualitativ mit den hier für $l/d = 2$ gezeigten Ergebnissen gut überein.

Dreiaxige Druckbeanspruchung

Unter der Wirkung einer dreiaxigen Druckbeanspruchung verändert sich das Verformungs- und Bruchverhalten von Beton, und es ergeben sich sowohl höhere Festigkeiten als auch grössere Stauchungen beim Erreichen der Höchstlast. In den Diagrammen in

(a)



(b)

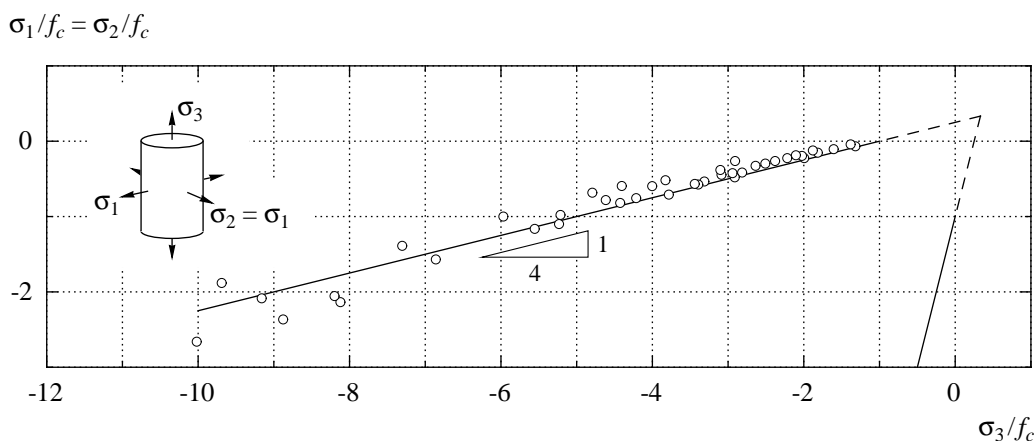


Bild 2.14: Beton unter dreiaxiger Druckbeanspruchung. (a) Normierte Spannungs-Dehnungs-Kurven von Versuchen von Richart, Brandtzaeg und Brown (1928) an Zylindern mit $d = 102 \text{ mm}$ und $l = 203 \text{ mm}$; (b) Zusammenstellung von Versuchsergebnissen [aus Menne (1977)] und Vergleich mit Fließbedingung.

Bild 2.14(a) sind normierte Spannungs-Dehnungs-Kurven von Versuchen eingetragen, die von Richart, Brandtzaeg und Brown (1928) an Betonzylindern mit einer Schlankheit $l/d = 2$ durchgeführt wurden. Es handelte sich dabei um eigentliche Triaxialversuche wie sie in der Boden- und Felsmechanik üblich sind, bei denen der Querdruck durch eine hydraulische Ummantelung aufgebracht wird. Bei diesem Versuchstyp kann der achsiale Druck σ_3 unabhängig vom Manteldruck $\sigma_1 = \sigma_2$ variiert werden. Mit zunehmendem Manteldruck verlaufen die Spannungs-Dehnungs-Linien immer schwächer gekrümmt, steigen steiler an und weisen beim Erreichen der dreiachsigen Druckfestigkeit f_{c3} ein Mehrfaches der in einachsigen Druckversuchen gemessenen Festigkeits- und Stauchungswerte f_c und ϵ_{co} auf. Für nicht allzu grosse Querdrücke von etwa $-\sigma_1 \leq 2 \cdot f_c$ nimmt die dreiachsige Druckfestigkeit näherungsweise linear mit dem Manteldruck zu. Dieser Sachverhalt ist in Bild 2.14(b) anhand der, einer Arbeit von Menne (1977) entnommenen, Zusammenstellung von Versuchsergebnissen veranschaulicht und kann mit der im Bild eingetragenen, der Fliessbedingung von Coulomb-Mohr entsprechenden Bruchgeraden beschrieben werden. Eine gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen findet man für die Beziehung

$$\frac{f_{c3}}{f_c} = 1 - 4 \frac{\sigma_1}{f_c} , \quad (2.27)$$

die einem Coulomb-Material mit einem durch $\tan \phi = 3/4$ definierten Winkel der inneren Reibung und einer Kohäsion von $f_c/4$ entspricht. Eine ausführliche Diskussion dieser Zusammenhänge findet man bei Marti (1980). Für die Zunahme der mit dem Erreichen der dreiachsigen Druckfestigkeit verbundenen Stauchung findet man anhand der Versuchsergebnisse von Richart, Brandtzaeg und Brown (1928) ebenfalls eine lineare Abhängigkeit von der Querdruckbeanspruchung. Der entsprechende Proportionalitätsfaktor ist jedoch etwa fünfmal grösser als der für die Zunahme der Druckfestigkeit gefundene Wert. Die Stauchung ϵ_{c3} beim Erreichen der dreiachsigen Druckfestigkeit kann demzufolge mit der Beziehung

$$\frac{\epsilon_{c3}}{\epsilon_{co}} = 1 - 5 \cdot 4 \frac{\sigma_1}{f_c} = 1 + 5 \left(\frac{f_{c3}}{f_c} - 1 \right) \quad (2.28)$$

abgeschätzt werden.

Nach dem Erreichen der Druckfestigkeit erfolgt eine Entfestigung des Betons, die jedoch im Vergleich zu einem einachsigen Druckversuch weniger steil verläuft, d.h., die Prüfkörper weisen mit steigendem Manteldruck ein deutlich duktileres Verhalten auf, und die Spannungs-Dehnungs-Linien zeigen in zunehmendem Mass eine Art Fliessplateau. Der eigentliche Bruch erfolgt bereits unter relativ geringen Querpressungen primär als Gleitbruch entlang geneigter Scherflächen, und die Zerstörung der inneren Struktur des Betons wird stark vermindert. Obwohl in den letzten Jahren speziell in der experimentellen Forschung bedeutende Fortschritte gemacht wurden, lässt sich das Verhalten von Beton unter allgemeiner dreiachsiger Druckbeanspruchung zur Zeit noch nicht anhand anschaulicher Modelle darlegen. Wichtige Hinweise zu den Parametern, die dabei zu berücksichtigen wären findet man bei van Mier (1986).

Ebener Spannungszustand

Da im Stahlbetonbau viele Tragelemente, oder zumindest Tragwerksbereiche, als ebene Strukturen idealisiert werden können, muss dem Verhalten von Beton unter zweiachsiger Beanspruchung besondere Beachtung geschenkt werden. In neuerer Zeit wurden deshalb zahlreiche Untersuchungen zu diesem Thema durchgeführt, wobei die Ermittlung der Festigkeitswerte oft im Vordergrund stand. In Bild 2.15(a) sind Resultate entsprechender Versuche von Kupfer (1973) zusammengestellt. Im Rahmen einer umfangreichen experimentellen Studie untersuchte er insgesamt 240 Betonscheiben mit Abmessungen von 200 mm·200 mm·50 mm, von denen im Diagramm jeweils die für eine bestimmte Belastungskonfiguration und Betonfestigkeit gemittelten Resultate eingetragen sind. Ebenfalls eingetragen sind Resultate einiger Versuche von van Mier (1986), die insbesondere einen Eindruck von den auch in den Versuchen von Kupfer (1973) festgestellten Streuungen der Festigkeitswerte vermitteln. Anhand solcher Versuchsergebnisse lässt sich für eine bestimmte Betonqualität eine zugehörige Versagenskurve, respektive Fließbedingung, konstruieren.

Zugspannungen aus einer äusseren Beanspruchung werden durch die unter gleichzeitiger Wirkung einer Druckbeanspruchung auftretenden Querspannungen vergrössert. Im Bereich zweiachsiger Druck/Zug-Beanspruchungen wird daher die Zugfestigkeit des Betons gemäss der in Bild 2.15(a) gezeigten Interaktion leicht vermindert. Wird diese Grenze erreicht, findet eine Entfestigung statt und es bildet sich quer zur Richtung der Zugbeanspruchung ein Trennriss, der die Scheibe in zwei Risskörper teilt. Da die Zugspannungen aus der äusseren Last dann vollständig abgebaut sind, kann die vorhandene Druckbeanspruchung annähernd bis zur einachsigen Druckfestigkeit weiter gesteigert werden. Gewisse Reduktionen ergeben sich aus der Vorschädigung infolge des hier beschriebenen Belastungspfades.

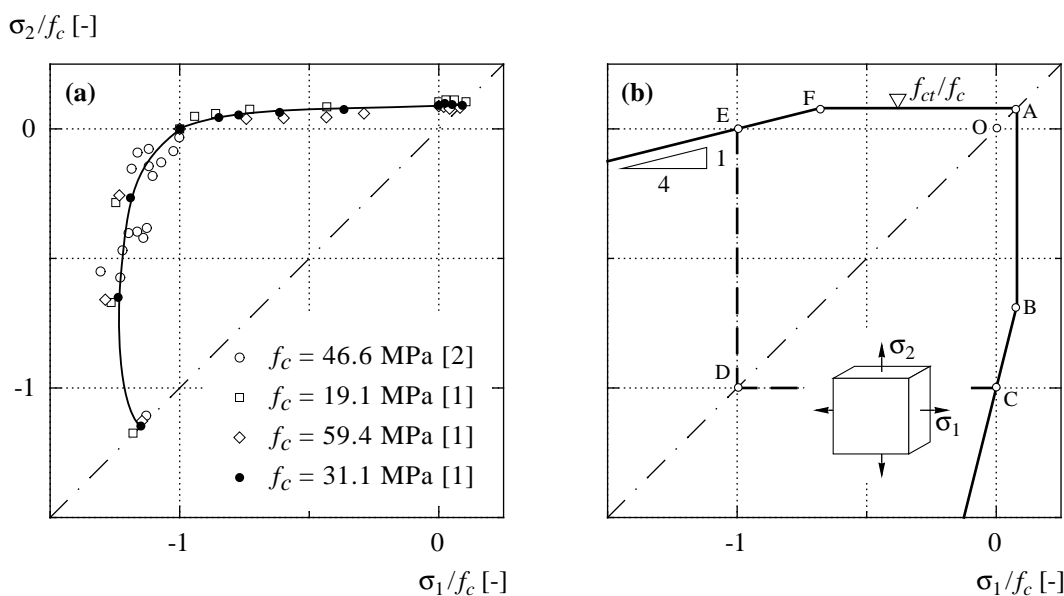


Bild 2.15: Beton unter zweiachsiger Beanspruchung. (a) Versuchsergebnisse von [1] Kupfer (1973) und [2] van Mier (1986); (b) Idealisierte Fließbedingung.

Bei sehr geringen Zugbeanspruchungen, die nicht zu vorzeitigen Trennrissen führen, ergeben sich wieder eigentliche Druckbrüche, wobei die einachsige Druckfestigkeit nicht mehr erreicht werden kann. Im Stahlbetonbau treten solche Beanspruchungssituationen überall dort auf, wo auf Druck beanspruchter Beton von einer Zugbewehrung gequert wird. Aufgrund der Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton werden dem Beton zwischen den sich einstellenden Rissen Verformungen aufgezwungen. Dieser für die Beurteilung des Tragwiderstands von Stegscheiben – respektive für die Wahl der dabei in der Berechnung zu berücksichtigenden effektiven Betondruckfestigkeit – wichtige Fall wird in Kapitel 2.2.4 näher behandelt.

Eine für die analytische Behandlung ebener Probleme besonders geeignete Idealisierung stellt die in Bild 2.15(b) gezeigte Fliessbedingung von Coulomb-Mohr dar. Als Bruchbedingung für den ebenen Spannungszustand ergibt sich das Sechseck ABCDEF, wobei die in den Versuchen festgestellte Festigkeitserhöhung unter zweiachsiger Druckbeanspruchung nicht berücksichtigt wird. Vernachlässigt man zudem die Betonzugfestigkeit ($f_{ct} = 0$), degeneriert die Fliessfigur zum Quadrat OCDE. In der neueren Literatur werden für Beton Fliessbedingungen in allgemeineren Formulierungen vorgeschlagen, die im Hinblick auf eine wirklichkeitsnahe Erfassung des Bruches und auf eine Anwendung im Rahmen numerischer Berechnungsverfahren entwickelt wurden. Eine Übersicht über diese Entwicklungen findet man bei Chen und Han (1988). Für die Bemessung von Bauteilen aus Stahlbeton ist es in der Regel jedoch zweckmässig, von möglichst einfachen Annahmen auszugehen. Die hier gezeigte Fliessbedingung erfüllt diese Voraussetzung und liefert, wie dies beispielsweise in den Arbeiten von Müller (1978) und Marti (1980) gezeigt wurde, die Grundlage, um Traglastberechnungen effizient und mit ausreichender Genauigkeit durchführen zu können.

2.2 Zusammenwirken von Stahl und Beton

2.2.1 Verbund

Das Zusammenwirken einbetonierter Stahlstäbe mit dem sie umgebenden Beton bestimmt das Verhalten des Verbundbaustoffs Stahlbeton in verschiedener Hinsicht. Die Eigenschaften des Verbundes steuern die Rissbildung sowie die sich ergebenden Rissweiten, und sie sind, falls auf eine spezielle Formgebung der Bewehrungsstäbe verzichtet wird, verantwortlich für die Verankerung der Zugkräfte der Bewehrung im Beton. Über das Rissverhalten werden auch die globalen Verformungen von den Verbundeigenschaften beeinflusst, so dass sich die im Bruchzustand einstellenden Grenzverformungen nur unter deren Berücksichtigung zuverlässig beurteilen lassen. Fehlt ein kontinuierlicher Verbund zwischen Stahl und Beton, wie beispielsweise bei einer Vorspannung ohne Verbund, müssen die Kräfte dem Beton mittels spezieller Endverankerungen übertragen werden. In jedem Fall stellt jedoch die einwandfreie Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton die unabdingbare Grundlage für die Stahlbetonbauweise dar.

Der Verbund beruht auf der Verzahnung der rauhen und durch Rippen profilierten Staboberfläche mit dem Beton. Seine Qualität hängt in erster Linie von der Beschaffenheit der Verzahnungsfläche sowie vom Verformungsverhalten und der Scherfestigkeit des Betonmörtels in der Grenzschicht nahe der Staboberfläche ab. Die im einzelnen recht komplizierte Kraftübertragung zwischen Stahl und Beton wird vereinfachend durch eine am differentiellen Stabelement wirkende nominelle Verbundspannung τ_b ausgedrückt. Zur Beschreibung der Verbundcharakteristik dient die Beziehung zwischen der mittleren örtlichen Verbundspannung τ_b und der zugehörigen Relativverschiebung δ (Schlupf), wie sie an Verbundelementkörpern mit kurzen Einbettungslängen experimentell ermittelt werden kann. Rehm (1961) bezeichnete die τ_b - δ -Beziehung als "Grundgesetz des Verbundes" und zeigte, dass dieses als fiktives Stoffgesetz betrachtet und zur Lösung von Verbundproblemen herangezogen werden kann.

Bei einem Ausziehversuch wird ein mit einer bestimmten Verbundlänge l_b einbetonierter Bewehrungsstab aus dem Prüfkörper herausgezogen, wobei die Verschiebung des

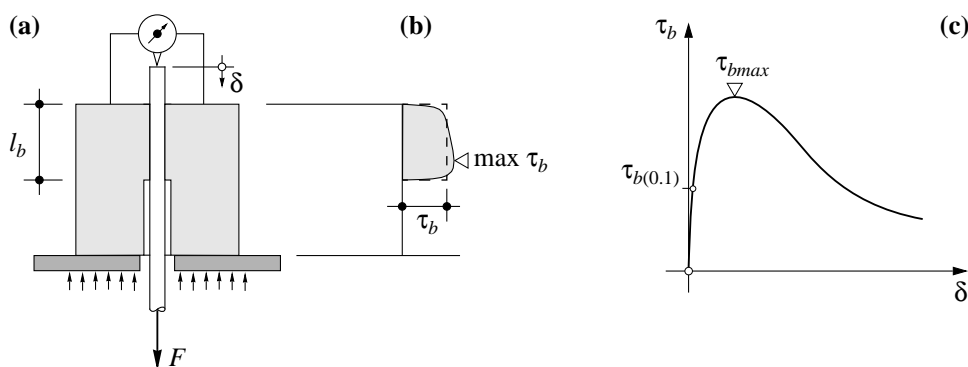


Bild 2.16: (a) Prüfkörper für Ausziehversuch; (b) Verlauf der Verbundspannung im Verbundbereich; (c) qualitativer Verlauf der Verbundspannung-Schlupf-Beziehung.

Stabes gegenüber dem Beton am herausstehenden freien Ende gemessen wird. Grösse und Form der Prüfkörper sowie Lage und Länge der Verbundstrecke haben dabei einen wesentlichen Einfluss auf die Versuchsergebnisse. Zur Standardprüfung der Verbundeigenschaften von geripptem Betonstahl wird heute der in Bild 2.16(a) gezeigte Versuchstyp verwendet. Da es schwierig und aufwendig ist, den Verlauf der Verbundspannungen über die Verbundlänge zu messen, werden als Ergebnisse meist die Mittelwerte

$$\tau_b = \frac{F}{\varnothing \cdot \pi \cdot l_b}, \quad (2.29)$$

angegeben (Bild 2.16(b) und (c)). Als Verbundfestigkeit bezeichnet man den mittleren Maximalwert τ_{bmax} , der bei üblichen Betonstählen bei Schlupfwerten δ von etwa 0.5 bis 1 mm erreicht wird. Durch das Einlegen einer Querbewehrung, respektive die Umschnürung des gezogenen Bewehrungsstabes, kann sowohl die Verbundfestigkeit τ_{bmax} als auch der Schlupf beim Erreichen von τ_{bmax} erhöht werden [Eligehausen et al. (1983)]. Zur Charakterisierung der Verbundgüte werden oft die bei Schlupfwerten von 0.01, 0.1 oder 1.0 mm gemessenen Verbundspannungen angegeben. Für die Rissbildung unter Gebrauchslasten kann beispielsweise die Verbundspannung $\tau_{b(0.1)}$ bei einem Schlupfwert von $\delta = 0.1$ mm als kennzeichnend betrachtet werden. Eine Zusammenstellung der verschiedenen baustoffspezifischen und geometrischen Einflüsse auf das Verbundverhalten findet man bei Russwurm (1993).

Da das Verbundverhalten nach dem Überschreiten der anfänglich vorhandenen Haftung im wesentlichen durch die Verzahnung der Stahlrippen mit den dazwischenliegenden Betonkonsolen geprägt ist, kommen der Form der Rippen sowie der Rippenteilung besondere Bedeutung zu. Als Kenngrösse für die Verzahnung schlug Rehm (1961) die bezogene Rippenfläche f_R vor, die das Verhältnis der Rippenaufstandsfläche zur Mantelfläche der zwischen zwei Rippen eingelassenen Betonkonsole angibt. Für eine idealisierte kreisringförmige Rippe gemäss Bild 2.17(a) ergibt sich

$$f_R = \frac{\pi \cdot a(\varnothing + a)}{\pi \cdot b(\varnothing + 2a)}. \quad (2.30)$$

Für sichelförmige oder schräg verlaufende Rippen müssen die Projektionen der Rippenflächen eingesetzt werden. Bild 2.17(b) zeigt qualitativ den Einfluss der bezogenen Rippenfläche auf die Verbundspannung $\tau_{b(0.1)}$. Anhand von Versuchen kann festgestellt

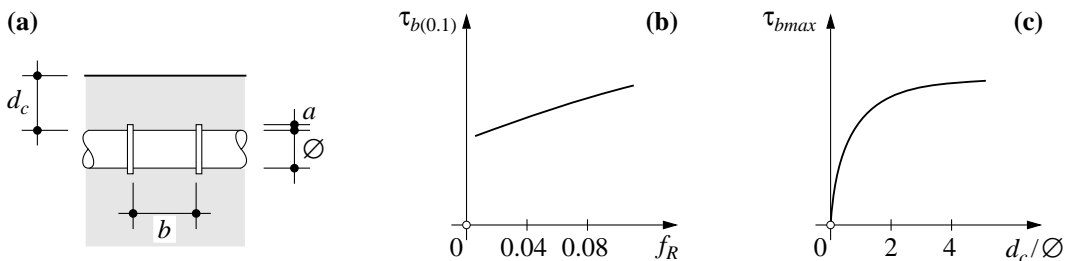


Bild 2.17: Verbundverhalten gerippter Stäbe. (a) Rippengeometrie; Einfluss der bezogenen Rippenfläche (b) und der Betonüberdeckung der Bewehrung (c) auf die Kennwerte der Verbundspannung.

werden, dass im Bereich kleiner Schlüpfte eine Erhöhung von f_R eine nahezu lineare Zunahme der Verbundspannung bewirkt. Dabei ist allerdings zu beachten, dass dieser Zusammenhang nur dann gilt, wenn die Rippen schmal und nicht zu niedrig ausgebildet sind. Bei üblichen Betonstählen liegen die Werte der bezogenen Rippenflächen etwa zwischen $f_R = 0.05$ und 0.1 .

Die Übertragung der Verbundkräfte vom Stahl auf den Beton bewirkt einen räumlichen Beanspruchungszustand in der näheren Umgebung des Bewehrungsstabes, der insbesondere Ringzugspannungen im Beton beinhaltet. Diese sind um so grösser, je höher die pro Längeneinheit eingeleiteten Stabkräfte sind, und sie führen schliesslich zur Bildung von Rissen entlang der Bewehrungsstäbe. Bei Bewehrungsstäben, die nahe der Betonoberfläche liegen, treten, im Vergleich zu innen liegenden Stäben, Längsrisse bei kleineren Verbundspannungen auf, da die geringe Betonüberdeckung eine Ausbreitung des Betonzugrings und Querdehnungsbehinderung nur beschränkt ermöglicht. Der Einfluss der auf den Stabdurchmesser bezogenen Betonüberdeckung auf die Verbundfestigkeit ist in Bild 2.17(c) qualitativ dargestellt. Dieser Einfluss spielt vor allem für das Rissverhalten von Bauteilen mit geringer Betonüberdeckung der Bewehrung ($d_c < \emptyset$) eine wichtige Rolle.

In Versuchen kann beobachtet werden, dass die Lage der Bewehrungsstäbe beim Betonieren das Verbundverhalten ebenfalls beeinflusst. Deutliche Unterschiede bezüglich der Verbundsteifigkeit und der Verbundfestigkeit ergeben sich abhängig davon, ob die Stäbe beim Betonieren waagrecht liegen und wie hoch sie über dem Schalungsboden liegen, oder ob sie senkrecht stehen. Durch das Absetzen des Frischbetons beim Aushärten entstehen unterhalb der liegenden Stäbe Hohlräume, welche die Qualität des Verbundes im Vergleich zu stehenden Stäben vermindern. Zudem weist in der Schalung unten liegender Beton in der Regel eine etwas höhere Festigkeit und eine geringere Porosität auf.

Der ansteigende Ast der Verbundcharakteristik gemäss Bild 2.16(c) ist für Beanspruchungszustände unter Gebrauchslasten von besonderer Bedeutung. Noakowski (1988) schlug für diesen Teil der τ_b - δ -Beziehung den Ansatz

$$\tau_b = K_b \cdot \delta^N \cdot f_c^{2/3} \quad (\text{in mm und MPa}) \quad (2.31)$$

vor, wobei K_b und N als von der Materialbeschaffenheit und von der Lage der Bewehrungsstäbe abhängige Konstanten zu betrachten sind. Für Beanspruchungen bis zur Fließgrenze der Bewehrung liegen entsprechende mittlere Werte etwa bei $K_b = 0.8$ und $N = 0.15$. Der Einfluss der Betonfestigkeit geht somit über die Grösse $f_c^{2/3}$ direkt in die Verbundbeziehung ein. Dies widerspiegelt die Tatsache, dass die Qualität des Verbundes im wesentlichen durch die Verformungseigenschaften und die Scherfestigkeit des Betons in den Zonen nahe der Staboberfläche bestimmt wird.

Anhand von Versuchen an Zugstäben zeigte Goto (1971), dass sich beim Aufbau des Verbundwiderstands zwischen den Hauptrissen innere sekundäre Risse bilden, welche die Steifigkeit des Verbundes bei steigender Beanspruchung beeinflussen. Bei den Hauptrissen wird der rissnahe Beton schliesslich herausgebrochen, wodurch die Verbundwirkung auf einer kurzen Strecke gestört wird. Dieser Mechanismus ist in Bild 2.18 schematisch dargestellt. Beidseits eines Risses, auf einer Strecke von etwa 1 bis $2 \cdot \emptyset$,

entstehen somit Zonen, in denen der Verbund sukzessive zerstört wird. Tatsächlich ist die Tiefe dieser Störungszonen jedoch von der Betonqualität, vom Bewehrungsgehalt und vom Beanspruchungsniveau abhängig.

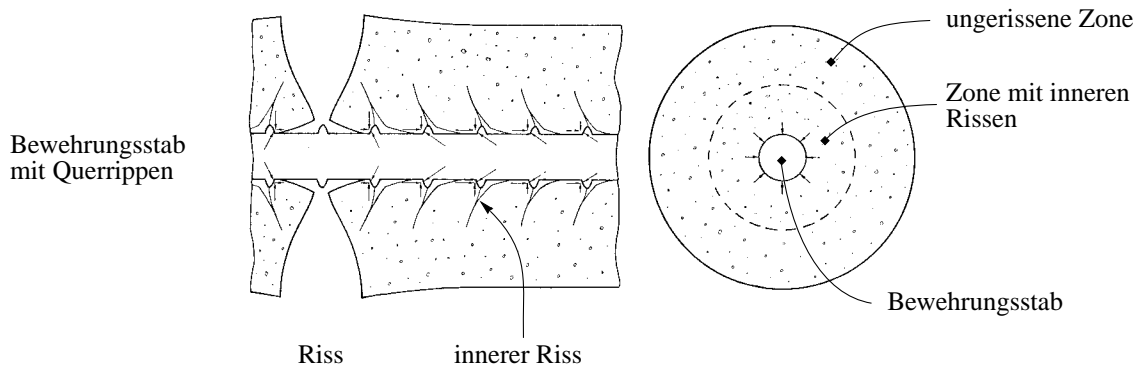


Bild 2.18: Schematische Darstellung der Verformungen des Betons im Bereich des Bewehrungsstabes nach der Bildung von inneren Rissen [aus Goto (1971)].

Bei oberflächennahen Stäben mit in der Praxis üblichen Betonüberdeckungen wird mit der Bildung von Längsrissen im allgemeinen die Verbundfestigkeit erreicht. Bei weiterer Steigerung der Verformungen fällt die Verbundspannung mit wachsendem Schlupf kontinuierlich ab. Dabei werden die zwischen den Rippen liegenden Betonkonsolen längs der Stäbe abgeschert. Die Kraftübertragung erfolgt zunehmend durch Reibung zwischen den abgescherten Konsolen und dem umliegenden Beton.

In einer umfangreichen Studie untersuchten Shima et al. (1987) das Verbundverhalten von geripptem Betonstahl. Im Unterschied zu konventionellen Verbunduntersuchungen, die auf der Grundlage von Ausziehversuchen mit kurzen Verbundlängen durchgeführt werden, wählten sie grosse Versuchskörper und Einbettungslängen, so dass es möglich war, den Stahl bis über die Fließgrenze hinaus zu beanspruchen und das Verbundverhalten auch in der plastischen Phase zu beobachten (Bild 2.22). Aufgrund der Versuchsergebnisse stellten sie eine Beeinflussung der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung durch den Dehnungszustand der Bewehrung fest und entwickelten zur Beschreibung dieser Abhängigkeit eine analytische Beziehung, die sie mit Hilfe vergleichender Berechnungen an den Versuchsergebnissen kalibrierten. Damit gelang es, die in den Versuchen beobachtete Veränderung des Verbundverhaltens nach dem Überschreiten der Fließgrenze des Stahls auch rechnerisch zu erfassen. Diese äusserte sich insbesondere durch eine deutliche Abnahme der übertragenen Verbundspannungen nach dem Überschreiten der Fließgrenze.

Anhand von Versuchen an durch eine Fuge in zwei Hälften getrennten Ausziehkörpern (Bild 2.21(a)) fand Engström (1992) ebenfalls, dass das Fließen der Bewehrung einen massgeblichen Einfluss auf das Verbundverhalten hat. Entsprechende Vergleichsrechnungen zeigten, dass auch eine vollständige Zerstörung des Verbundes in den fugennahen Zonen (Bild 2.18) nicht ausreicht, um die experimentell festgestellte zusätzliche Fugenöffnung nach dem Fließbeginn zu erreichen. In der plastischen Phase nehmen sowohl die axiale Dehnung als auch die Querkontraktion des Bewehrungsstahls

stark zu, und die Verzahnungswirkung zwischen den Stahlrippen und dem Beton wird vermindert. Die daraus resultierende Veränderung des Verbundverhaltens muss bei der Untersuchung des plastischen Verformungsvermögens von Stahlbetonbauteilen angemessen berücksichtigt werden.

Für die rechnerische Behandlung von Stahlbetonträgern erscheint es sinnvoll, mit stark vereinfachten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen zu arbeiten, da in der Regel beliebige Beanspruchungen und Querschnittsgeometrien sowie mehrlagige Bewehrungen zu berücksichtigen sind. Die gewählte Idealisierung muss jedoch auf diejenige des Stoffgesetzes für den Bewehrungsstahl abgestimmt und derart beschaffen sein, dass einerseits die hauptsächlichen Einflüsse berücksichtigt und andererseits die Verformungen des Bauteils zuverlässig vorausgesagt werden können. Ein Vorschlag für eine solche

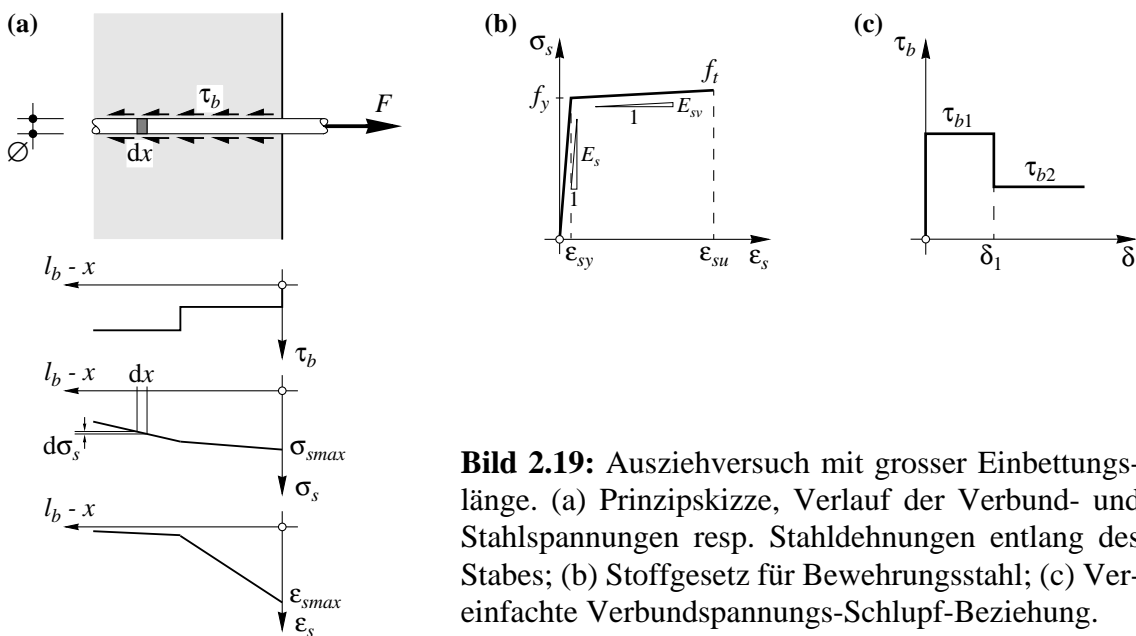


Bild 2.19: Ausziehversuch mit grosser Einbettungslänge. (a) Prinzipskizze, Verlauf der Verbund- und Stahlspannungen resp. Stahldehnungen entlang des Stabes; (b) Stoffgesetz für Bewehrungsstahl; (c) Vereinfachte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung.

Näherung ist in Bild 2.19 dargestellt. Das Stoffgesetz für den Bewehrungsstahl entspricht der in Bild 2.5(c) behandelten bilinearen Idealisierung. Das Verbundspannungs-Schlupf-Verhalten kann durch die in Bild 2.19(c) gezeigte zweistufige, starr-plastische Beziehung angenähert werden. Die verminderte Verbundwirkung in den rissnahen Zonen und die Abnahme der übertragenen Verbundspannungen infolge des Fließens der Bewehrung werden dabei durch die auf einem tieferen Niveau verlaufende Verbundspannung τ_{b2} berücksichtigt. Der Schlupfwert δ_1 , bei dem diese Reduktion erfolgt, wird durch das Erreichen der Fließgrenze des Bewehrungsstahls festgelegt,

$$\delta_1 = \delta(\sigma_s = f_y) \quad . \quad (2.32)$$

Obwohl mit dieser Idealisierung die tatsächlichen Zusammenhänge sehr stark vereinfacht werden, gelingt es durch eine geeignete Wahl von τ_{b1} und τ_{b2} , das Verformungsverhalten von in Verbund liegenden Bewehrungsstäben für Beanspruchungen oberhalb der Risslast mit ausreichender Genauigkeit zu beschreiben.

Betrachtet man ein Stabelement der Länge dx gemäss Bild 2.19(a), so gilt für beliebige Stoff- und Verbundgesetze aus Gleichgewichtsgründen

$$\frac{d\sigma_s}{dx} = \tau_b(\delta) \frac{4}{\varnothing} , \quad (2.33)$$

da die Änderung der Stahlzugkraft $d\sigma_s \cdot \varnothing^2 \pi / 4$ der mittleren örtlichen Verbundkraft $\tau_b(\delta) \cdot \varnothing \pi \cdot dx$ entsprechen muss. Ferner gilt die kinematische Beziehung

$$\frac{d\delta}{dx} = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x) , \quad (2.34)$$

die besagt, dass die Änderung des Schlupfs $d\delta$, unter der Annahme, dass die Querschnitte eben bleiben, der Differenz der Verformungen des Stahls und des Betons $(\varepsilon_s - \varepsilon_c) \cdot dx$ entspricht. Die Verformungen des Betons können, da sie speziell in dem hier interessierenden Bereich grosser Stahldehnungen verschwindend klein ausfallen, vernachlässigt werden. Gleichung (2.34) vereinfacht sich dann zu

$$\frac{d\delta}{dx} = \varepsilon_s(x) . \quad (2.35)$$

Setzt man bis zum Erreichen der Fließgrenze linear elastisches Verhalten der Bewehrung voraus, so liefert die Verknüpfung von (2.33) und (2.35) die Beziehung

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{1}{E_s} \cdot \frac{4}{\varnothing} \cdot \tau_b(\delta) . \quad (2.36)$$

Dabei handelt es sich um eine nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung, die sich allerdings nur für spezielle Funktionen $\tau_b(\delta)$ analytisch integrieren lässt. Für einen zu Gleichung (2.31) analogen Ausdruck hat Krips (1984) die Lösung der Differentialgleichung und daraus abgeleitete Beziehungen zusammengestellt.

Für die hier behandelten Problemkreise ist zunächst das Erreichen der Fließgrenze des Bewehrungsstahls von besonderem Interesse. Setzt man die Gültigkeit der τ_b - δ -Beziehung (2.31) für den gesamten Schlupfbereich vor dem Erreichen der Fließgrenze voraus, so findet man für den betrachteten Fall eines Ausziehversuchs mit grosser Einbettungslänge gemäss Bild 2.19(a) die Verankerungslänge des Stabes

$$l_b = \frac{2}{1-N} \left(\frac{(1+N)}{8} \cdot \frac{E_s^N \cdot \varnothing}{K_b \cdot f_c^{2/3}} \cdot \sigma_{smax}^{(1-N)} \right)^{\frac{1}{1+N}} , \quad (2.37)$$

innerhalb der die Stahlspannung von σ_{smax} auf 0 abgebaut wird. Damit kann die mittlere auf der Verankerungsstrecke wirkende Verbundspannung $\bar{\tau}_b$ berechnet werden. Mit der Gleichgewichtsbeziehung

$$\sigma_{smax} \cdot \frac{\varnothing^2 \pi}{4} = \bar{\tau}_b \cdot \varnothing \pi \cdot l_b , \quad (2.38)$$

und unter Berücksichtigung von $\sigma_{smax} = f_y$ findet man

$$\bar{\tau}_b = \tau_{b1} = \frac{(1-N)}{8} \left(\frac{8K_b}{1+N} \cdot f_c^{2/3} \right)^{\frac{1}{1+N}} \cdot \left(\frac{f_y^2}{E_s} \cdot \varnothing \right)^{\frac{N}{1+N}} \quad (2.39)$$

Die mittlere Verbundspannung hängt demnach von den Konstanten der Verbundcharakteristik (K_b , N), der Festigkeit des Betons (f_c), den Kennwerten des Bewehrungsstahl (f_y , E_s) sowie vom Stabdurchmesser (\varnothing) ab.

Ist die Verbundcharakteristik bekannt, kann Gleichung (2.39) für verschiedene Beton- und Stahlqualitäten ausgewertet werden. Das Resultat einer solchen Berechnung ist in Bild 2.20 dargestellt. Die Verbundcharakteristik wurde dabei mit den Konstanten

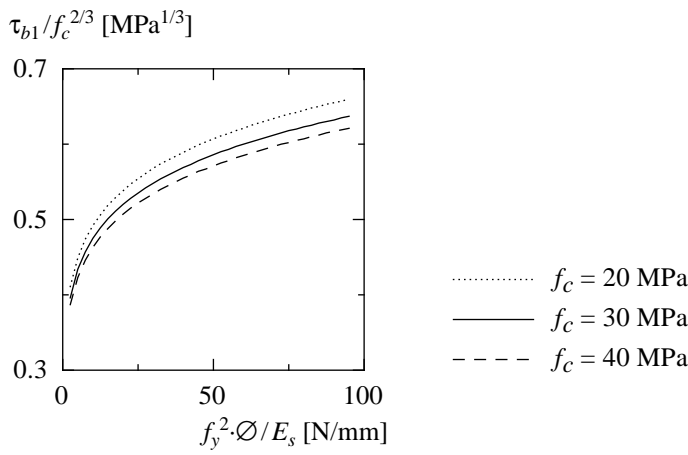


Bild 2.20: Berechnung der mittleren Verbundspannung τ_{b1} gemäss Gleichung (2.39) für Ausziehversuche mit grosser Einbettungslänge.

$K_b = 0.8$ und $N = 0.15$ als gegeben vorausgesetzt. Für Beton mit $f_c = 30$ MPa und Betonstahl mit $f_y = 500$ MPa und $E_s = 200$ GPa beträgt der entsprechende Kennwert des Verbundes für Stäbe $\varnothing = 10$ mm $\tau_{b1} = 0.49 \cdot f_c^{2/3}$ und für Stäbe $\varnothing = 30$ mm $\tau_{b1} = 0.57 \cdot f_c^{2/3}$. Die angegebenen Faktoren verändern sich bei einer Variation der Betonfestigkeit innerhalb der im Bild angegebenen Grenzen nur geringfügig.

Die Verankerungslänge kann somit sehr einfach ausgedrückt werden und beträgt bei Fließbeginn der Bewehrung

$$l_b(\sigma_{smax} = f_y) = \frac{f_y \cdot \varnothing}{4 \cdot \tau_{b1}} \quad (2.40)$$

Die zugehörige Ausziehlänge, respektive der Schlupf δ_{max} am belasteten Ende ($x = l_b$) des Ausziehkörpers, kann durch Integration von Gleichung (2.35) gewonnen werden. Verwendet man hierzu die in Bild 2.19(c) vorgeschlagene starr-ideal plastische τ_b - δ -Beziehung anstelle von Gleichung (2.31), so resultieren daraus etwas höhere Schlupfwerte. In Anbetracht der ohnehin grossen Unsicherheiten bezüglich des Verbundverhaltens fallen die Unterschiede jedoch unwesentlich aus. Unter Berücksichtigung von

$\varepsilon_s(x) = \varepsilon_s(\sigma_s)$, $\tau_{b1} = \text{konst.}$ und $dx = \varnothing / (4\tau_{b1}) \cdot d\sigma_s$ kann die Berechnung des Schlupfes als Integration der Stahldehnungen über die Stahlspannungen ausgedrückt werden

$$\delta_{max} = \frac{\varnothing}{4 \cdot \tau_{b1}} \cdot \int_0^{\sigma_{smax}} \varepsilon_s(\sigma_s) d\sigma_s \quad (2.41)$$

Beim Erreichen der Fließgrenze beträgt die Ausziehlänge

$$\delta_{max}(\sigma_{smax} = f_y) = \frac{f_y^2 \cdot \varnothing}{8 \cdot E_s \cdot \tau_{b1}} \quad (2.42)$$

Bei weiterer Laststeigerung nimmt auch die Verankerungslänge zu. Die übertragene Verbundspannung sinkt gemäss der in Bild 2.19(c) angegebenen Verbundcharakteristik in dem Bereich des Stabes in dem die Fließspannung bereits überschritten ist auf den Wert τ_{b2} ab. Die Verankerungslänge beträgt dann

$$l_b(\sigma_{smax} > f_y) = \frac{f_y \cdot \varnothing}{4 \cdot \tau_{b1}} + \frac{(\sigma_{smax} - f_y) \cdot \varnothing}{4 \cdot \tau_{b2}} \quad (2.43)$$

Durch Integration von Gleichung (2.41) erhält man wiederum den zugehörigen Schlupf-wert

$$\delta_{max}(\sigma_{smax} > f_y) = \frac{f_y^2 \varnothing}{8 E_s \tau_{b1}} + \frac{(\sigma_{smax} - f_y)^2 \varnothing}{8 E_{sv} \tau_{b2}} + \frac{f_y (\sigma_{smax} - f_y) \varnothing}{4 E_s \tau_{b2}} \quad (2.44)$$

wobei die Verfestigung des Stahls gemäss der in Bild 2.19(b) angegebenen bilinearen Idealisierung berücksichtigt wird. Mit Hilfe der hier hergeleiteten Beziehungen kann τ_{b2} bestimmt werden, indem die so ermittelten Grössen mit Versuchsergebnissen verglichen werden.

Engström (1992) untersuchte, im Hinblick auf die Verbindung vorgefertigter Stahlbetonelemente, das Verformungs- und Bruchverhalten bewehrter Fugen. Die in diesem Zusammenhang durchgeführten Versuche lassen sich, zumindest für kleinere Bewehrungsgehalte, als Ausziehversuche behandeln. Das Prinzip der Versuche ist in Bild 2.21(a) dargestellt. Die Nachrechnung der Last-Verformungs-Kurven erfolgte unter Verwendung der Beziehungen (2.40) bis (2.44); als Vergleichsgrösse diente die gemessene Öffnung der Fuge. Neben den Materialkennwerten wurden auch die mit Gleichung (2.39) berechneten Werte τ_{b1} als bekannt vorausgesetzt. Durch Variation des Verbundkennwertes τ_{b2} konnten schliesslich Näherungslösungen für den gesamten Verformungsbereich gefunden werden. Bei der Berechnung ist zu beachten, dass die Verformung der bereits herausgezogenen Länge des Stabes ebenfalls zur Öffnung der Fuge beiträgt, was insbesondere bei grossen Fugenöffnungen eine nicht zu vernachlässigende Rolle spielt. Die gesamte Öffnung der Fuge ergibt sich somit zu

$$w = 2 \cdot \delta_{max}(1 + \varepsilon_{smax}) \quad (2.45)$$

Einige Ergebnisse solcher Nachrechnungen sind in Bild 2.21(c) aufgetragen. Die dabei verwendeten Kennwerte liegen zwischen $\tau_{b2} = 0.30 \cdot f_c^{2/3}$ und $\tau_{b2} = 0.34 \cdot f_c^{2/3}$. Vernachlässigt man bei der Berechnung den Einfluss der Verformung der verbundfreien Länge, so

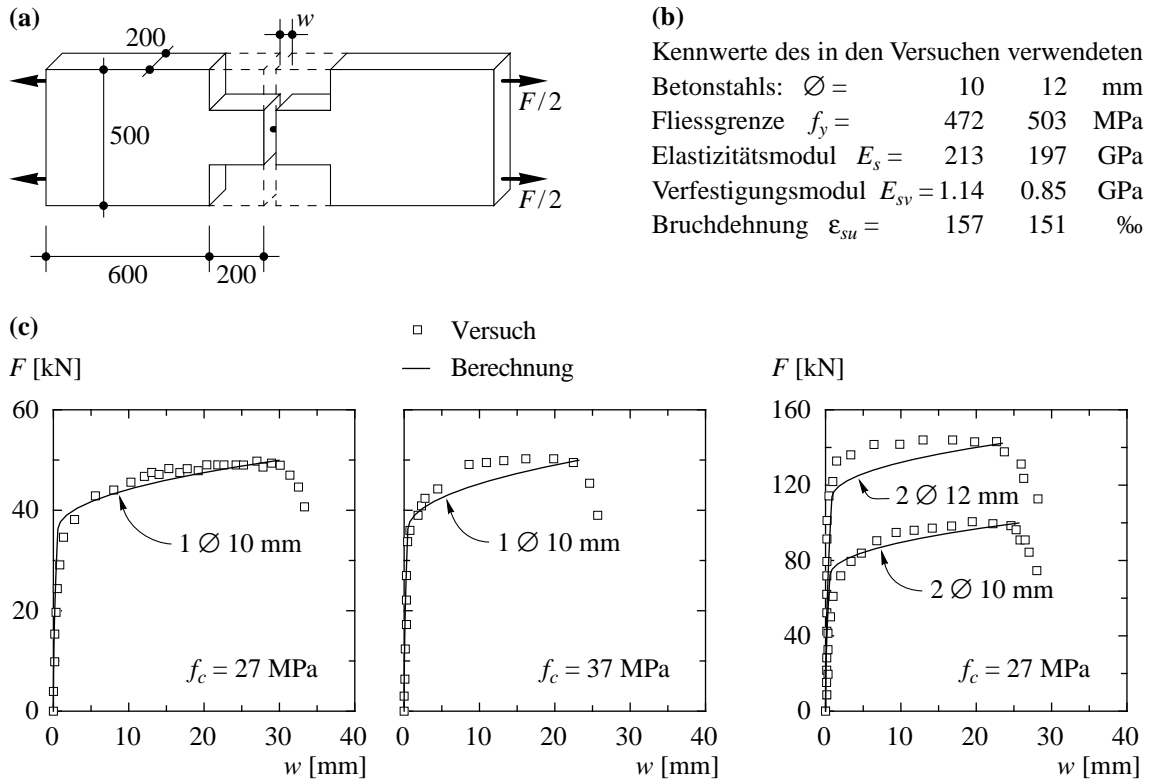


Bild 2.21: Nachrechnung von Ausziehversuchen von Engström (1992). (a) Prinzip der Versuche; (b) Grundlagen für die Berechnung; (c) Vergleich der gemessenen Last-Verformungs-Diagramme mit den Nachrechnungen.

müssen, damit die gleichen Fugenöffnungen erzielt werden, die Werte für τ_{b2} um 10 bis 15 % reduziert werden. Als Versagenszustand wird das Erreichen der Höchstlast respektive der Bruchdehnung ε_{su} definiert. Die danach einsetzende Verformungslokalisierung im Einschnürbereich und die dabei auftretende Materialentfestigung sind als vom Verbundverhalten nicht betroffene Zusatzeffekte zu betrachten.

Die berechneten Last-Verformungs-Kurven stimmen über weite Bereiche relativ gut mit den gemessenen Punkten überein. Unterschiede zwischen Berechnung und Versuch ergeben sich vor allem infolge der Idealisierung des Stoffgesetzes des Bewehrungsstahls, bei der ein allfällig vorhandenes Fließplateau vernachlässigt wird. Mit der Berechnung wird demzufolge die Phase unmittelbar nach dem Fließbeginn am schlechtesten beschrieben. Dabei ist allerdings zu bedenken, dass das Verformungsverhalten einbetonierter Bewehrungsstäbe einer Vielzahl von Einflüssen mit erheblichen Streuungen unterliegt, so dass eine detailliertere Behandlung wenig sinnvoll erscheint, zumal speziell für die plastische Verformungsphase noch keine systematischen experimentellen Untersuchungen vorliegen.

Auch die von Shima et al. (1987) durchgeführten Ausziehversuche, in denen jeweils ein einzelner Bewehrungsstab aus einem grossen, vertikal stehenden Betonzylinder herausgezogen wurde, können mit dem hier beschriebenen Näherungsverfahren nachgerechnet werden. Um den Einfluss des oberflächennahen Bereichs auf das Verbundver-

(a)

Kennwerte der im Versuch verwendeten Materialien:

- Betonstahl:

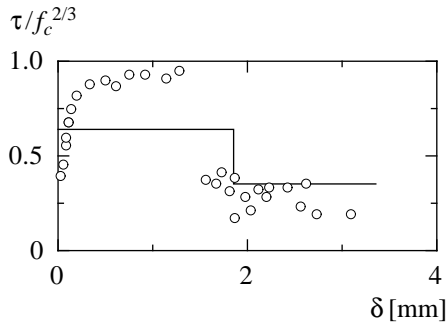
Stabdurchmesser	$\varnothing = 19.5 \text{ mm}$
Fliessgrenze	$f_y = 820 \text{ MPa}$
Elastizitätsmodul	$E_s = 190 \text{ GPa}$
Verfestigungsmodul	$E_{sv} = 2.06 \text{ GPa}$
- Beton:

Zylinderdruckfestigkeit	$f_c = 19.6 \text{ MPa}$
-------------------------	--------------------------

Für die Nachrechnung gewählte Kennwerte des Verbundes:

$\tau_{b1} = 4.7 \text{ MPa}$
$\tau_{b2} = 2.6 \text{ MPa}$

(b)



(c)

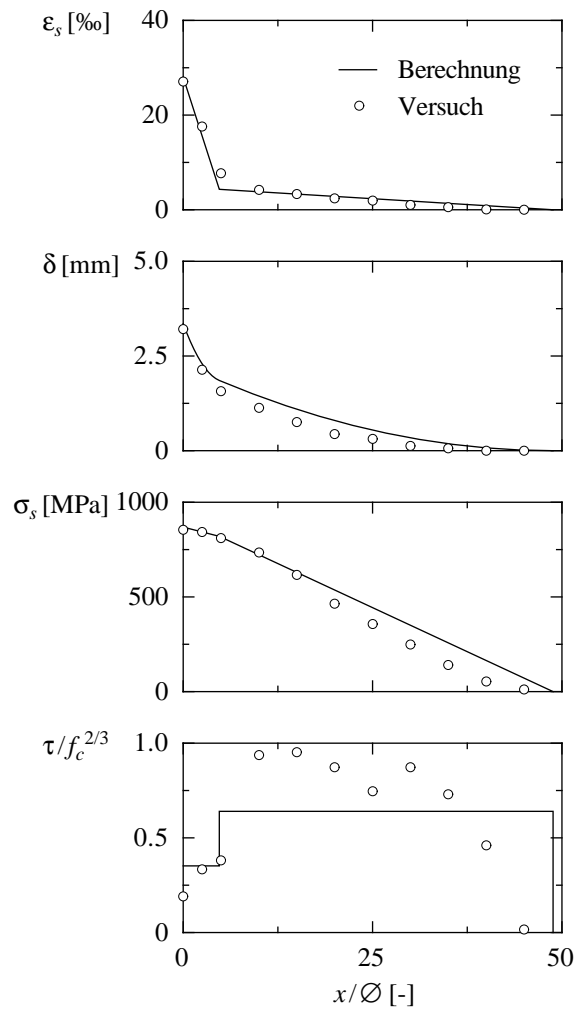


Bild 2.22: Nachrechnung des Ausziehversuchs No. 3/SD70 von Shima et al. (1987). (a) Grundlagen für die Berechnung; (b) Vergleich der gemessenen Verbundcharakteristik mit der vorgeschlagenen Idealisierung; (c) Verlauf der Stahldehnung, des Schlupfes, der Stahlspannung und der Verbundspannung entlang der Verbundlänge.

halten zu reduzieren, wurde der Stab am belasteten Ende des Zylinders auf einer Länge von $10 \cdot \varnothing$ verbundfrei gehalten. Mit in regelmässigen Abständen auf der Bewehrung aufgeklebten Dehnmessstreifen konnte der Verlauf der Stahldehnung entlang des Stabes aufgezeichnet werden. Die Ausziehlänge am belasteten Ende des Stabes wurde mit induktiven Weggebern gemessen. Ausgehend von diesen Daten wurde schliesslich der Verlauf der Stahlspannung, des Schlupfs und der Verbundspannung berechnet.

In Bild 2.22 sind die Ergebnisse der Nachrechnung eines dieser Versuche zusammengestellt. Als Eingangsgrössen für die Berechnung wurden wiederum die Kennwerte der verwendeten Materialien und der mit Gleichung (2.39) berechnete Wert τ_{b1} benutzt. Für die im Bild gezeigte Laststufe ergibt sich mit einem Wert von $\tau_{b2} = 0.36 \cdot f_c^{2/3}$ eine befriedigende Übereinstimmung von Versuch und Berechnung. Dieser Wert liegt somit typischerweise etwas höher als diejenigen, die bei den Versuchen von Engström gefunden wurden, was darauf zurückzuführen ist, dass im vorliegenden Fall mit der Anordnung ei-

ner verbundfreien Länge andere Randbedingungen vorlagen. Zudem könnte auch diese Kenngrösse, wie schon τ_{b1} , vom Stabdurchmesser und von den Materialeigenschaften des Stahls beeinflusst sein. Eine abschliessende Beurteilung der Resultate ist auf der Grundlage der zur Zeit vorliegenden Versuchsergebnisse nicht möglich. Die Rechenergebnisse zeigen aber deutlich, dass sowohl die Verankerungslänge als auch der Verlauf der Verformungsgrössen mit ausreichender Genauigkeit vorhergesagt werden können.

2.2.2 Zugbeanspruchung

Stahlbetonstäbe oder -scheiben unter Zugbeanspruchung verhalten sich in der ungerissenen Phase nahezu linear elastisch. Der erste Riss bildet sich bei einer Zugkraft von

$$F_{ct} = A_c \cdot f_{ct}(1 + \rho(n - 1)) \approx A_c \cdot f_{ct} \quad , \quad (2.46)$$

wobei ρ den geometrischen Bewehrungsgehalt A_s/A_c und n das Verhältnis E_s/E_c bezeichnen. Nach der vollständigen Durchtrennung des Betonquerschnitts beträgt die Stahlspannung im Rissquerschnitt

$$\sigma_{smax}(F_{ct}) = \frac{F_{ct}}{A_s} \approx \frac{f_{ct}}{\rho} \quad . \quad (2.47)$$

Wird die Beanspruchung gesteigert, entstehen weitere Risse, die den betrachteten Körper schliesslich in einzelne Risselemente unterteilen. Üblicherweise geht man davon aus,

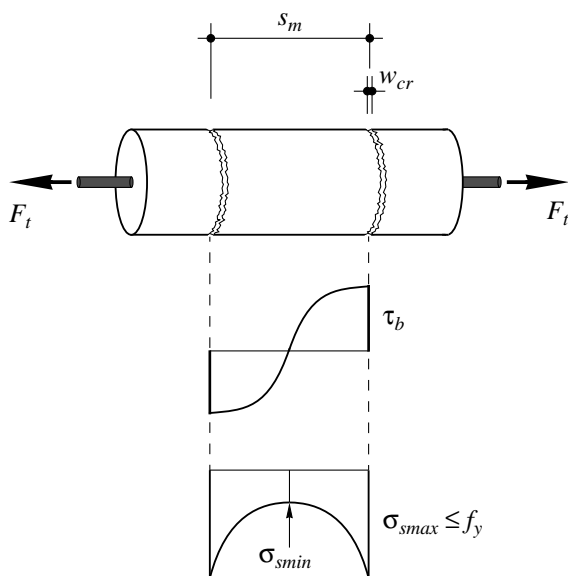


Bild 2.23: Risselement: qualitativer Verlauf der Verbund- und der Stahlspannungen zwischen zwei Rissen.

dass sich das Verformungsverhalten des gesamten Stahlbetonstabes mit ausreichender Genauigkeit an einem von zwei Rissen begrenzten Element beschreiben lässt. Ein solches durch den mittleren Rissabstand s_m definiertes Risselement ist in Bild 2.23 dargestellt. Bei symmetrischer Belastung wird die Stahlspannung σ_{smax} im Riss durch die Verbundwirkung bis zur Mitte zwischen den Rissen auf den Wert σ_{smin} abgebaut. Der

Verlauf der Stahlspannung innerhalb des Risselementes kann mit Hilfe der Differentialgleichung (2.36) und der τ_b - δ -Beziehung (2.31) ermittelt und unter Verwendung der Verankerungslänge l_b gemäss Gleichung (2.37) ausgedrückt werden. Mit der normierten Hilfsgrösse

$$\xi_m = 1 - \frac{s_m}{2 \cdot l_b}, \quad (2.48)$$

welche die bezogene Koordinate in der Mitte zwischen den Rissen bezeichnet, und unter Berücksichtigung der Randbedingungen $\delta(s_m/2) = \delta(\xi_m) = 0$ und $\sigma_s(s_m) = \sigma_{smax}$, kann σ_{smin} für den Beanspruchungsbereich $\sigma_{smax} \leq f_y$ wie folgt ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{smin} = & \sigma_{smax} \frac{-2N(1-N^2)\xi_m^2}{(1-3N)(1+N-2N\xi_m)} \\ & + \sigma_{smax} \cdot \xi_m^{(1-N)} \frac{(1-N)(1-N^2-N\xi_m+3N^2\xi_m)}{1-2N-3N^2-2N\xi_m+6N^2\xi_m}. \end{aligned} \quad (2.49)$$

Die Verformungen des Betons zwischen den Rissen werden dabei vernachlässigt. In Analogie zu Gleichung (2.38) kann daraus wiederum die mittlere Verbundspannung berechnet werden

$$\bar{\tau}_b = \tau_{b1} = \frac{(\sigma_{smax} - \sigma_{smin}) \cdot \varnothing}{2 \cdot s_m}. \quad (2.50)$$

In Bild 2.24 ist die Auswertung der Beziehung (2.50) bei Fließbeginn der Bewehrung ($\sigma_{smax} = f_y$) für verschiedene Betonfestigkeiten und Stabdurchmesser dargestellt. Grundlage für die Berechnungen ist ein Betonstahl mit $f_y = 500$ MPa und $E_s = 200$ GPa, und die Konstanten der Verbundcharakteristik werden mit $K_b = 0.8$ und $N = 0.15$ als bekannt

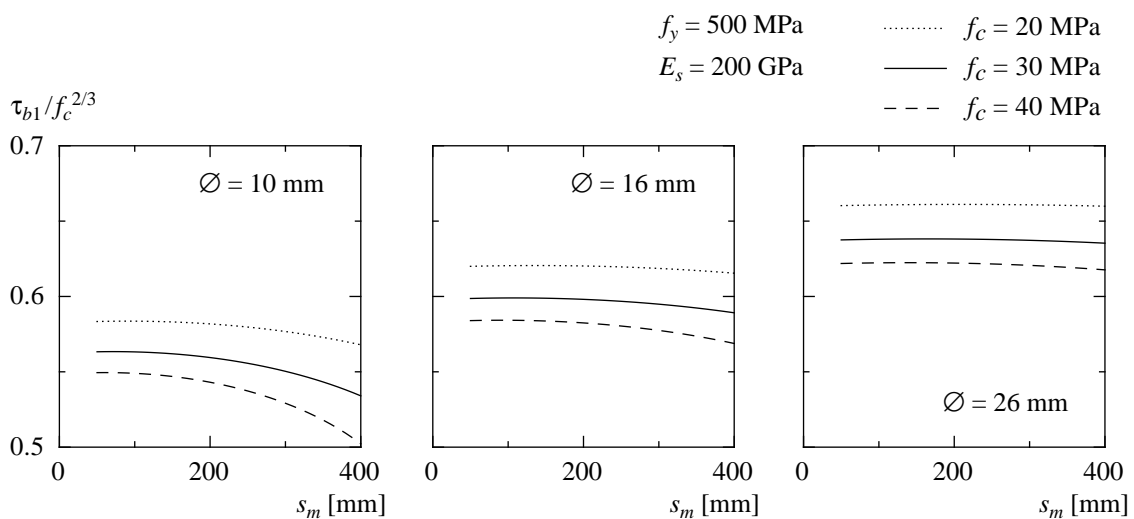


Bild 2.24: Berechnung der mittleren Verbundspannung τ_{b1} bei Fließbeginn der Bewehrung in Funktion des mittleren Rissabstandes.

vorausgesetzt. Die Diagramme zeigen, dass der Einfluss des Rissabstandes auf den Vergleichswert $\tau_{b1}/f_c^{2/3}$ gering bleibt und sich dieser Wert auch bei einer Variation der Betonfestigkeit nur wenig verändert. Für in der Praxis gebräuchliche Stabdurchmesser findet man demnach Werte von $\tau_{b1}/f_c^{2/3} \approx 0.55$ bis 0.65 . In den nachfolgenden Ausführungen wird deshalb, in Anbetracht der nur kleinen Unterschiede, von einem mit

$$\tau_{b1} = 0,6 \cdot f_c^{2/3} \quad (\text{in MPa}) \quad (2.51)$$

konstanten Wert ausgegangen.

In den vorangehenden Betrachtungen wurden die Konstanten der Verbundcharakteristik K_b und N , die als Grundlage für die Berechnungen dienen, als unveränderliche Größen eingeführt. Eine Variation dieser Werte würde die hier dargestellten Resultate zusätzlich beeinflussen. Mit den Ausführungen soll jedoch aufgezeigt werden, wie sich anhand der theoretischen Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton schliesslich einfache Beziehungen entwickeln lassen, die auf Bauteile anwendbar sind und mit deren Hilfe das Verhalten realer Strukturen beschrieben werden kann. Die Überprüfung der dabei angenommenen Kennwerte muss schliesslich durch Vergleiche mit entsprechenden Versuchsergebnissen erfolgen. Bedauerlicherweise wird in der Literatur aber gerade über einfache Bauteilversuche nur wenig berichtet.

Die in diesem Kapitel bisher zusammengestellten Beziehungen können zur Beschreibung des Last-Verformungs-Verhaltens von Stahlbetonscheiben bis zum Erreichen der Fließgrenze des Bewehrungsstahls benutzt werden. Die in der Mitte zwischen zwei Rissen auftretende Stahlspannung beträgt unter Berücksichtigung der starr-ideal plastischen Verbundbeziehung (Bild 2.19)

$$\sigma_{smin}(\sigma_{smax} \leq f_y) = \sigma_{smax} - \frac{2 \cdot \tau_{b1} \cdot s_m}{\varnothing} \quad (2.52)$$

Die Zugspannung im Beton an dieser Stelle ergibt sich zu

$$\sigma_{cmax} = \frac{2\tau_{b1} \cdot \rho \cdot s_m}{\varnothing} \leq f_{ct} \quad (2.53)$$

Berücksichtigt man zudem, dass ein zusätzlicher Riss einen Abstand von mindestens $f_{ct} \cdot \varnothing / (4\tau_{b1} \cdot \rho)$ von einem bereits vorhandenen Riss hat, können daraus die Bedingungen für den mittleren Rissabstand abgeleitet werden:

$$\frac{f_{ct} \cdot \varnothing}{4\tau_{b1} \cdot \rho} \leq s_m \leq 2 \cdot \frac{f_{ct} \cdot \varnothing}{4\tau_{b1} \cdot \rho} \quad (2.54)$$

Für Abschätzungen kann beispielsweise der Mittelwert aus den in Gleichung (2.54) gegebenen Grenzen verwendet werden. Verschiedene Einflüsse, die bei üblichen Rissformeln [z.B. CEB-FIP (1990)] einzubeziehen sind, werden hier vereinfachend über die mittlere wirksame Verbundspannung τ_{b1} berücksichtigt. Da mit dem in Gleichung (2.51) gegebenen Wert mittlere Verhältnisse erfasst werden, sollten damit die Rissabstände für übliche Fälle mit vergleichbarer Genauigkeit ermittelt werden können. Für den praktischen Fall ist indes zu beachten, dass durch eine Querbewehrung der mittlere Rissab-

stand in der Regel vorgegeben ist und somit der Ermittlung dieser Grösse, zumindest für höhere Beanspruchungen, wenig Bedeutung zukommt.

Infolge der hier vorgenommenen Idealisierung, kann die mittlere Stahldehnung bis zum Erreichen der Fließgrenze mit der Beziehung

$$\epsilon_{sm} = \frac{1}{E_s} \left(\sigma_{smax} - \frac{\tau_{b1} \cdot s_m}{\varnothing} \right) \quad (2.55)$$

berechnet werden. Unter Vernachlässigung der Verformungen des Betons ergibt sich daraus die Rissweite

$$w_{cr} = 2 \cdot \delta_{max} = \epsilon_{sm} \cdot s_m, \quad (2.56)$$

wobei der Schlupfwert δ_{max} den jeweiligen Beitrag der Risselementhälften zur Rissweite bezeichnet. Nimmt man vereinfachend an, dass alle Risse in einem Zugstab beim Erreichen der Zugfestigkeit des Betons respektive bei der Dehnung $\epsilon = f_{ct}/E_c$ entstehen, ent-

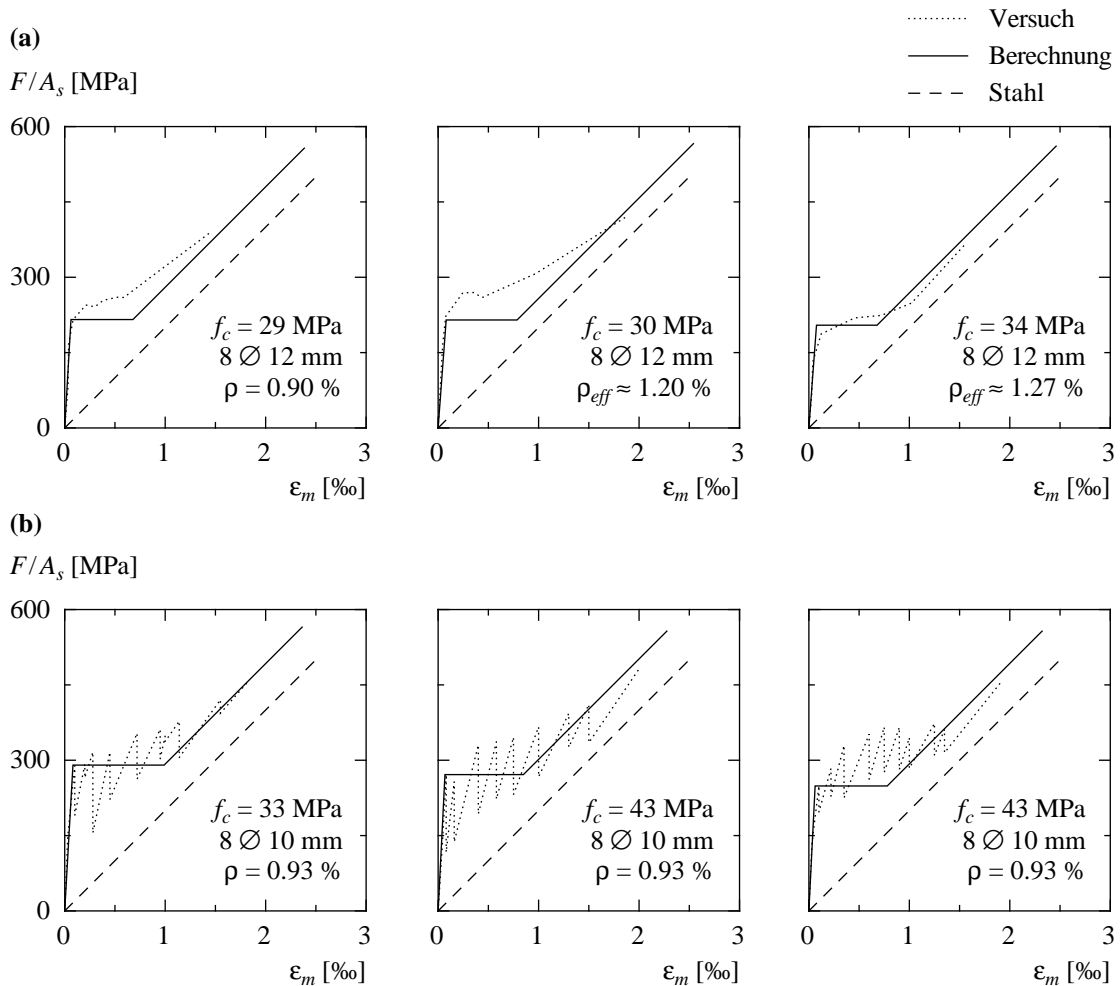


Bild 2.25: Last-Verformungs-Verhalten von Stahlbetonscheiben unter Zugbeanspruchung: (a) Versuchsergebnisse von Fellmann und Menn (1981); (b) Versuchsergebnisse von Jaccoud, Francou und Camara (1984).

spricht Gleichung (2.55) direkt der mittleren Dehnung ε_m des gesamten Stabes. Aufgrund dieser Vereinfachung fällt die Steifigkeit des Stahlbetonstabes bei der Rissbildung auf diejenige des Stahlstabes ab, während die Verformungen gemäss Gleichung (2.55) um einen konstanten Betrag hinter den Stahldehnungen zurückbleiben.

Bild 2.25 zeigt den Vergleich einiger Versuchsergebnisse mit Rechenergebnissen gemäss Gleichung (2.55). Neben den in den entsprechenden Versuchsberichten angegebenen Materialkenngrössen wurde den Berechnungen die mittlere Verbundspannung τ_{b1} entsprechend Gleichung (2.51) zugrunde gelegt. Bei den Versuchskörpern von Fellmann und Menn (1981) handelte es sich um Stahlbetonscheiben mit Abmessungen von 1 m · 0.1 m · 2 m, und bei denjenigen von Jaccoud et al. (1984) um solche mit Abmessungen von 0.45 m · 0.15 m · 2.5 m. Als Verformungsgrössen wurden die im Mittelbereich der Scheiben über Basislängen von 1.8 m resp. 1.0 m gemessenen Dehnungen aufgezeichnet. Die Risslast wurde in der Berechnung jeweils derjenigen des Versuchs angeglichen. Die Diagramme zeigen, dass die sukzessive Bildung der Risse mit dem hier verwendeten, einfachen Modell nicht erfasst wird, sich die gemessenen Kurven aber bei höherer Belastung zunehmend den berechneten Linien annähern. Die Verformungen werden demnach mit der Modellrechnung vorerst überschätzt, können aber ab einer Dehnung von etwa 1.5 ‰ relativ zutreffend vorausgesagt werden. Dieses Ergebnis bestätigt andererseits, dass die bei der Herleitung der mittleren wirksamen Verbundspannung τ_{b1} eingeführten Vereinfachungen, im Hinblick auf die Verformungen bei Fließbeginn der Bewehrung zulässig sind, und dass das vereinfachte Vorgehen diesbezüglich einen gangbaren und zudem übersichtlichen Weg darstellt.

Nach dem Überschreiten der Fließgrenze fällt die wirksame Verbundspannung, wie bereits in Kapitel 2.2.1 ausgeführt, auf den tieferen Wert τ_{b2} ab. Die Ergebnisse der in den Bildern 2.21 und 2.22 gezeigten Nachrechnungen deuten darauf hin, dass dieser Kennwert des Verbundes wiederum als konstant betrachtet werden kann. Für übliche Materialeigenschaften und Bewehrungsgehalte liegen entsprechende Werte etwa bei

$$\tau_{b2} = 0,3 \cdot f_c^{2/3} \quad (\text{in MPa}). \quad (2.57)$$

Die Spannungen und Dehnungen, die sich aufgrund dieser Modellierung am Risselement ergeben, sind in Bild 2.26 dargestellt. Damit können die Verformungen des Risselementes oder die eines entsprechenden Zugstabes auch in der plastischen Phase angegeben werden. Für den symmetrisch belasteten Stahlbetonstab gemäss Bild 2.26 mit $\sigma_{smax} = F_t/A_s$ ergeben sich folgende Beziehungen:

$$\sigma_{smin} = \sigma_{smax} - (\sigma_{smax} - f_y) \left(1 - \frac{\tau_{b1}}{\tau_{b2}} \right) - \frac{2 \cdot \tau_{b1} \cdot s_m}{\varnothing} \quad (2.58)$$

und

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\varnothing}{2s_m} \left(\frac{1}{\tau_{b1}} \left(\frac{f_y^2 - \sigma_{smin}^2}{2 \cdot E_s} \right) + \frac{1}{\tau_{b2}} \left(\frac{f_y (\sigma_{smax} - f_y)}{E_s} + \frac{(\sigma_{smax} - f_y)^2}{2 \cdot E_{sv}} \right) \right) \quad (2.59)$$

für Spannungszustände $\sigma_{smin} < f_y < \sigma_{smax}$, sowie:

$$\sigma_{smin} = \sigma_{smax} - \frac{2 \cdot \tau_{b2} \cdot s_m}{\varnothing} \quad (2.60)$$

und

$$\epsilon_{sm} = \frac{f_y}{E_s} + \frac{1}{E_{sv}} \left(\sigma_{smax} - \frac{\tau_{b2} \cdot s_m}{\varnothing} - f_y \right) \quad (2.61)$$

für Spannungszustände $\sigma_{smin} > f_y$. Die diesen Verzerrungen entsprechenden Rissweiten können weiterhin mit Gleichung (2.56) berechnet werden.

Der Quotient $\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax}$ kann als Mass für den Grad der Lokalisierung der Verformungen im Risselement betrachtet werden; Bachmann (1967) bezeichnete diese Verhältniszahl als *Verbundkoeffizient*. Ein Wert von $\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax} = 1$ bedeutet, dass der Stab auf seiner gesamten Länge die Dehnung ϵ_{smax} aufweist und somit keine Lokalisierung auftritt, was dem Fall einer Bewehrung ohne Verbund entspricht. Zum selben Ergebnis gelangt man allerdings auch für eine Bewehrung in starrem Verbund ($\tau_{b1} \rightarrow \infty$) oder falls die Betonzugfestigkeit vernachlässigt wird ($f_{ct} \rightarrow 0$), da sich in diesen beiden Fällen unendlich kleine Rissabstände ($s_m \rightarrow 0$) ergeben würden. Ein kleiner Wert $\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax}$ hingegen bedeutet, dass die rissnahen Bereiche mehr zur Verformung beitragen als die Bereiche zwischen den Rissen, die Verformung also zu einem gewissen Grad lokalisiert ist. Bei einem Stahl ohne Verfestigung ($f_t/f_y = 1$ resp. $E_{sv} = 0$) würde eine zusätzliche Verformung nach dem Fließbeginn sogar auf die verbundlose Strecke im Riss beschränkt bleiben, da sich ohne Erhöhung der Zugkraft die in Verbund liegenden Stäbe nicht weiter verlängern. Somit könnten auch keine zusätzlichen Relativverschiebungen zwischen Stahl und

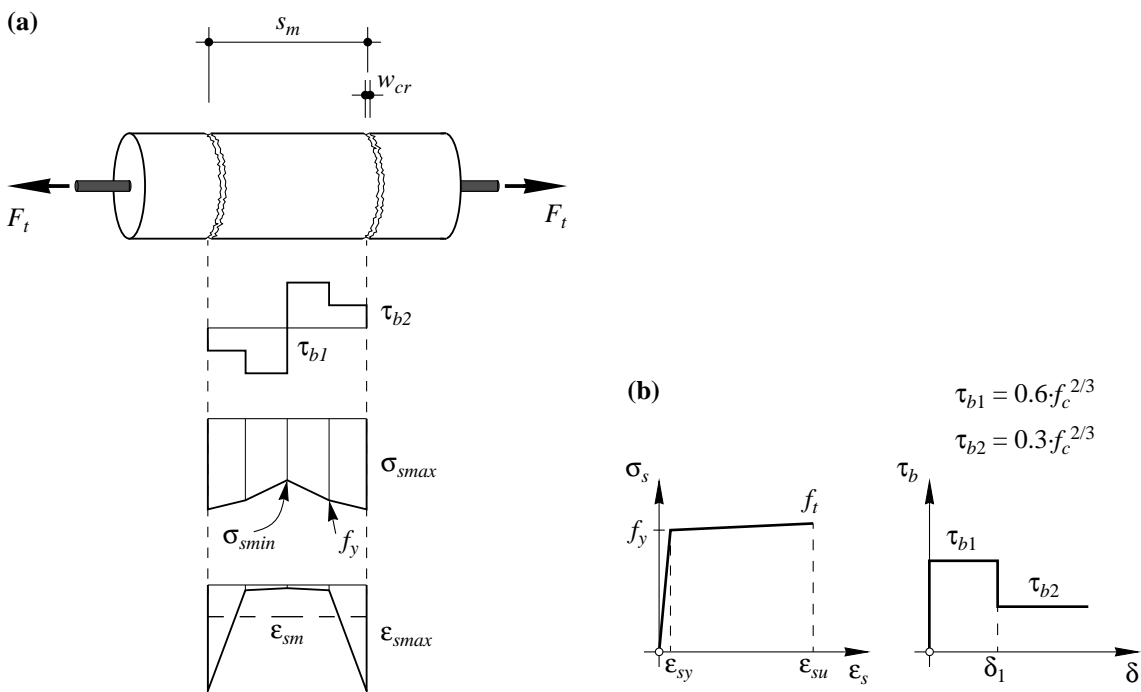


Bild 2.26: Modell zur Beschreibung des Verbundverhaltens. (a) Symmetrisch belastetes Risselement; (b) Stoffgesetz für Bewehrungsstahl und vereinfachte Verbundspannung-Schlupf-Beziehung.

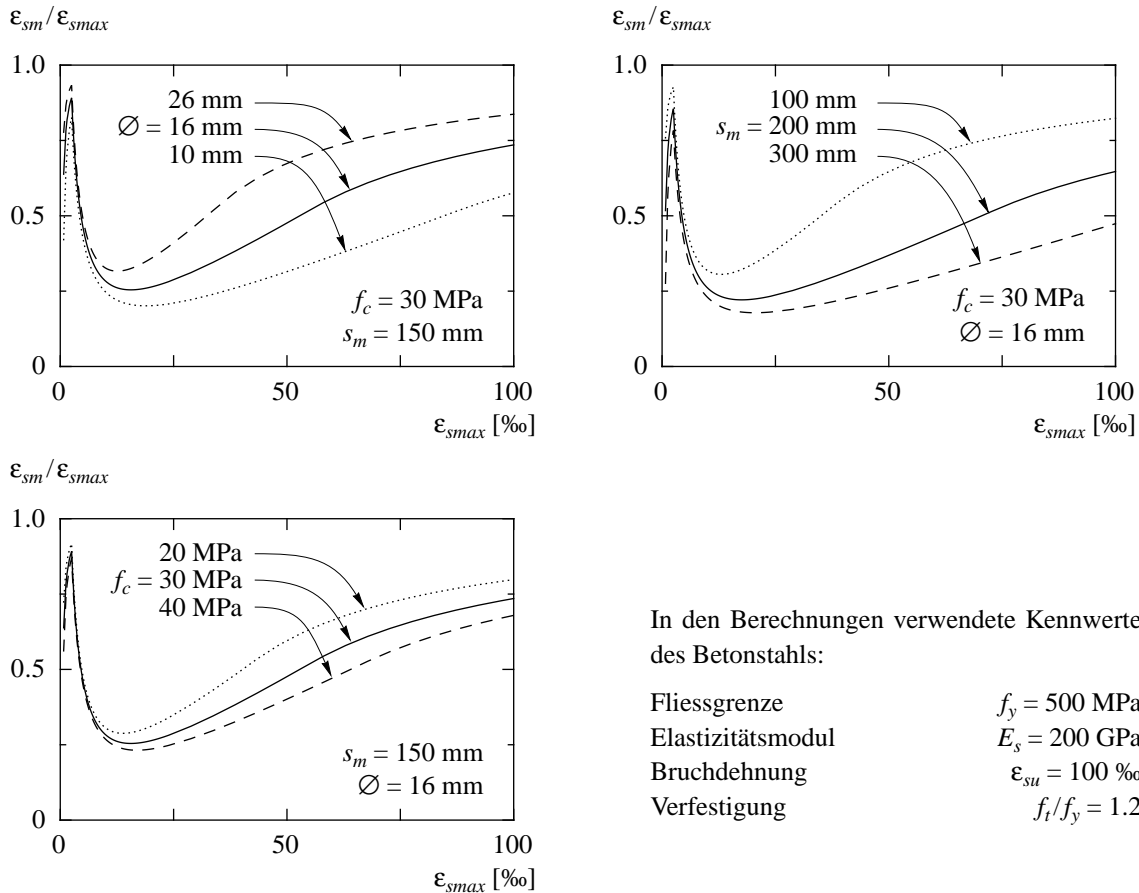


Bild 2.27: Grad der Lokalisierung der Verformungen bei zunehmender Stahldehnung im Riss: Einfluss des Stabdurchmessers, des Rissabstandes und der Betonfestigkeit.

Beton auftreten. Der Quotient $\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax}$ würde in diesem idealisierten Fall bei Fließbeginn nahezu auf null absinken. Ein anschauliches Bild für den Grad der Lokalisierung liefert die Vorstellung eines fiktiven Ersatzstabes mit der variablen Länge $(\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax}) \cdot s_m$, der unter der Dehnung ϵ_{smax} die gleiche Verlängerung aufweisen würde wie ein zugehöriges Risselement der Länge s_m .

Bild 2.27 zeigt den Einfluss verschiedener Parameter auf den Grad der Verformungslokalisierung. Die Festigkeits- und Verformungseigenschaften des Stahls werden in den Berechnungen nicht variiert, so dass der Verfestigungsmodul

$$E_{sv} = \frac{f_y(f_t/f_y - 1)}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sy}} \quad (2.62)$$

für alle Kurven 1.026 GPa beträgt. Die ermittelten Werte $\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax}$ wachsen bis zum Fließbeginn des Stahls kontinuierlich an und liegen dann etwa zwischen 0.8 und 0.95. Danach fallen die Kurven markant ab, bevor auch Stabbereiche im Innern des Risselements in die Verfestigungsphase gelangen und sich somit wieder gleichmässige Dehnungsverteilungen einstellen können. Da bei der hier vorgeschlagenen Idealisierung des Verbundverhaltens nicht zwischen den verschiedenen Effekten unterschieden wird, die zu einer Reduktion der mittleren wirksamen Verbundspannung führen, werden die

Tiefstwerte und somit die in der Phase unmittelbar nach dem Fliessbeginn auftretenden Verformungen möglicherweise unterschätzt. Der Verlauf der Kurven sowie der Einfluss der verschiedenen Parameter wird mit der Idealisierung qualitativ aber trotzdem richtig erfasst.

In den in Bild 2.27 gezeigten Rechenergebnissen werden die untersuchten Parameter als voneinander unabhängig betrachtet, obwohl sie über den Rissabstand gemäss Gleichung (2.54) miteinander verknüpft wären. Ein grösserer Stabdurchmesser würde demnach bei gleichem Bewehrungsgehalt zu einem entsprechend grösseren Rissabstand führen, und die Einflüsse würden sich somit kompensieren. In gleicher Weise würde sich auch die Betonfestigkeit sowohl auf den Rissabstand als auch auf die mittleren Dehnungen auswirken. In der Regel ist der Rissabstand jedoch durch eine in der Zugzone eingelegte Quer- oder Bügelbewehrung vorgegeben, so dass eine gesonderte Behandlung dieser Parameter dennoch sinnvoll erscheint. Die Diagramme in Bild 2.27 verdeutlichen somit, dass eine Vergrösserung der auf die Querschnittsfläche des Stahls bezogenen Verbundkraft, respektive eine Erhöhung der mittleren wirksamen Verbundspannung, zu einer Reduktion des Verformungsvermögens des Stahlbetonelements führt. Ebenso ergeben sich bei grossen Rissabständen, wie sie bei sehr geringen Bewehrungsgehalten auftreten können, deutlich verminderte Verformungen beim Erreichen der Zugfestigkeit des Bewehrungsstahls.

Weitere Einflussgrössen auf das Verformungsverhalten, die insbesondere die Verfestigungseigenschaften des Stahls betreffen, sind in Bild 2.28 behandelt. In Anlehnung an die im Eurocode 2 (1992) vorgenommene Einteilung der Stähle in verschiedene Duktilitätsklassen wird im Rahmen dieser Arbeit zwischen drei Stahlarten unterschieden. Die entsprechenden Kennwerte sind in der Tabelle 2.1 zusammengestellt.

Duktilitätsklasse	f_t/f_y	ϵ_{su} [‰]
A	1.20	100
B	1.08	50
C	1.05	25

Tabelle 2.1: Einteilung der Stähle aufgrund ihrer Duktilitätseigenschaften.

In Bild 2.28(a) sind die Verformungscharakteristiken für diese drei Stahlarten aufgetragen. Da sich die Verfestigungsmoduli dieser drei Stähle gemäss Gleichung (2.62) nur wenig unterscheiden, erfahren die $\epsilon_{sm}/\epsilon_{smax}$ -Werte nach dem Fliessbeginn eine nahezu identische Reduktion und fallen, für die den Berechnungen zugrunde gelegten Beton- und Stahleigenschaften, auf etwa 0.25 ab. Während die Stähle der Klassen B und C danach nur noch geringe Verformungsreserven aufweisen, kann sich im Fall des Stahls der Klasse A der Fliessbereich über das ganze Risselement ausbreiten, und beim Erreichen der Zugfestigkeit beträgt die mittlere Stahldehnung wieder ungefähr 75 % derjenigen eines Stahlstabes gleicher Länge.

Der Einfluss der Verfestigungseigenschaften des Stahls wird in Bild 2.28(b) veranschaulicht. Damit wird klar, dass dem Verfestigungsmodul im Hinblick auf das Verfor-

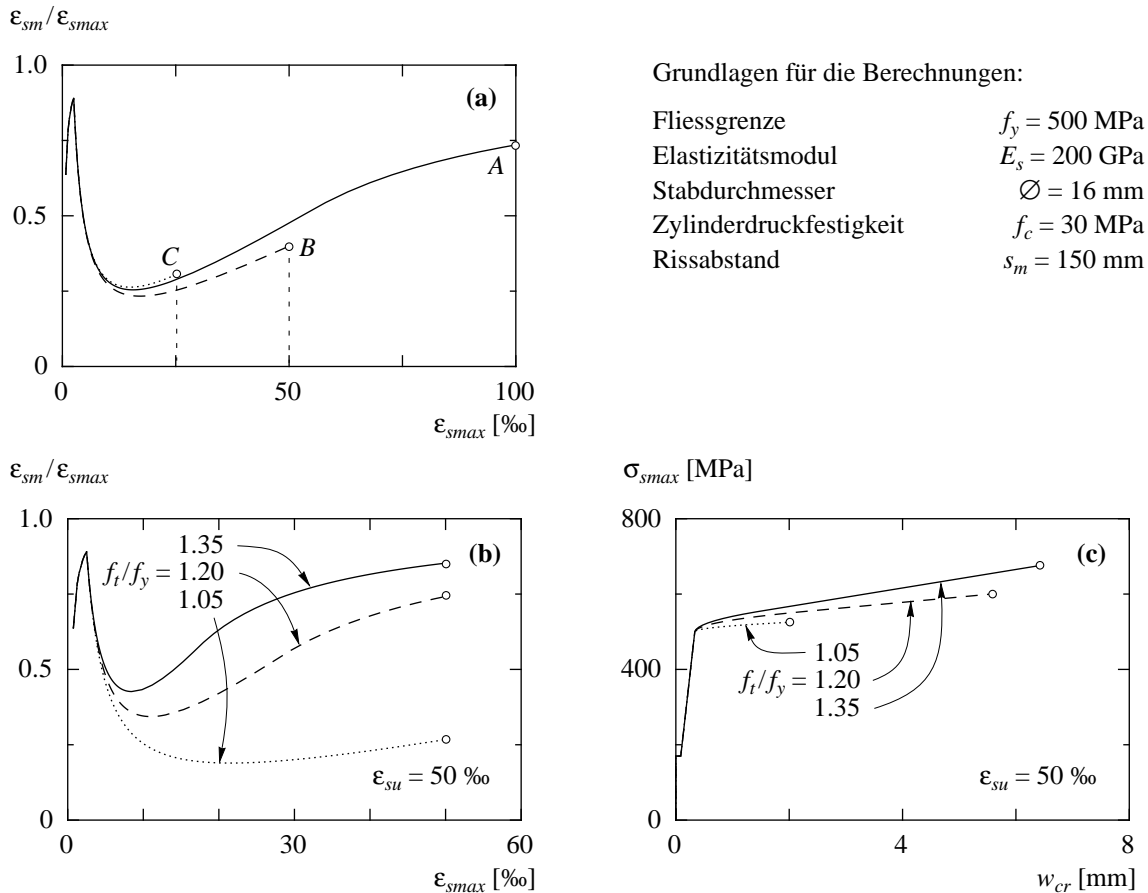


Bild 2.28: Grad der Lokalisierung der Verformungen für (a) Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C sowie (b) Stähle mit unterschiedlichen Verfestigungseigenschaften; (c) berechnete Spannungs-Rissöffnungs-Beziehungen für Stähle gemäss (b).

mungsvermögen eine besondere Bedeutung zukommt. Ein höherer Verfestigungsmodul bewirkt eine weniger ausgeprägte Lokalisierung der Verformungen in der gesamten Fließphase. Bis zum Erreichen der Zugfestigkeit des Stahls, respektive des nominellen Versagenszustandes des Stahlbetonelements, sind grössere Rissweiten und somit auch grössere Gesamtverformungen möglich. Für die in Bild 2.28(b) behandelten Stähle ist dies mit den Spannungs-Rissöffnungs-Kurven in Bild 2.28(c) verdeutlicht. Die im Bild behandelten Beispiele zeigen auch, dass mit der Erhöhung des Wertes f_t/f_y von 1.05 auf 1.20, was einer Vergrösserung des Verfestigungsmoduls E_{sv} von 0.53 GPa auf 2.11 GPa entspricht, die Verformungen bis zum Versagen nahezu verdreifacht werden, durch die weitere Steigerung von f_t/f_y auf 1.35 ($E_{sv} = 3.68 \text{ GPa}$) hingegen das Verformungsvermögen nur noch wenig verbessert werden kann.

Auf der Grundlage der hier besprochenen Modellierung der Wirkung des Verbundes ist es möglich, das Verformungsverhalten von Stahlbetonelementen unter Zugbeanspruchung zu untersuchen. Da zur Zeit jedoch noch kaum entsprechende Versuchsergebnisse vorliegen, müssen die in den Gleichungen (2.51) und (2.57) vorgeschlagenen mittleren Verbundspannungen, im Sinne einer Arbeitshypothese, als provisorische Kennwerte betrachtet werden.

2.2.3 Druckbeanspruchung

Durch das Einlegen einer Bewehrung kann das Verformungs- und Bruchverhalten von Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung deutlich verbessert werden. Mit einer Verbügelung quer zur Beanspruchungsrichtung erreicht man eine Umschnürung des von diesen Bügeln umschlossenen Kernbetons, und in den innen liegenden Bereichen ergeben sich dreiachsige Spannungszustände. Für die dreiachsig beanspruchten Bereiche resultiert daraus eine Erhöhung der Festigkeit und der Duktilität (vgl. Kapitel 2.1.3). Eine Bewehrung längs zur Beanspruchungsrichtung übernimmt einen Teil der abzutragenden Druckkraft und bewirkt eine Verteilung der Umlenkkräfte der Umschnürungsbewehrung.

Die Umschnürungsbewehrung wird durch die Querdehnung des Betons aktiviert, und die Querdruckspannung im Kernbeton σ_{cc} wird somit bei steigender Belastung sukzessive aufgebaut. Für Beanspruchungszustände bis zum Erreichen der Betondruckfestigkeit ergeben sich jedoch kaum Unterschiede zwischen Druckgliedern mit und ohne Umschnürungsbewehrung, da aufgrund der dabei auftretenden geringen Querdehnungen die Zugbeanspruchung der Bügel klein bleibt. Die Druckkraft beim Erreichen der einachsigen Druckfestigkeit f_c beträgt demnach

$$F_c = A(f_c(1 - \rho) + \epsilon_{co}E_s \cdot \rho) \quad , \quad (2.63)$$

wobei $A = a \cdot b$ die Querschnittsfläche der Stütze gemäss Bild 2.29, ρ den geometrischen Längsbewehrungsgehalt A_s/ab und ϵ_{co} die Dehnung beim Erreichen der einachsigen Betondruckfestigkeit bezeichnen.

Danach nehmen die Querdehnungen rasch zu, so dass die eingelegten Bügel ihre umschnürende Wirkung entwickeln. Obwohl in dieser Phase der Überdeckungsбетон abplatzt, kann bei einer engen Verbügelung die Last mit zunehmender Verformung weiter gesteigert, oder zumindest aufrechterhalten werden. Erst wenn der Tragwiderstand des umschnürten Kernbetons erschöpft ist, erfolgt eine Entfestigung, wobei sich ein lokaler Gleitbruch ausbildet. Falls ein Knicken der Stütze verhindert wird, können die Verformungen weiter gesteigert werden, bis die Längsbewehrungsstäbe lokal ausknicken oder einzelne Bügel zerrissen werden.

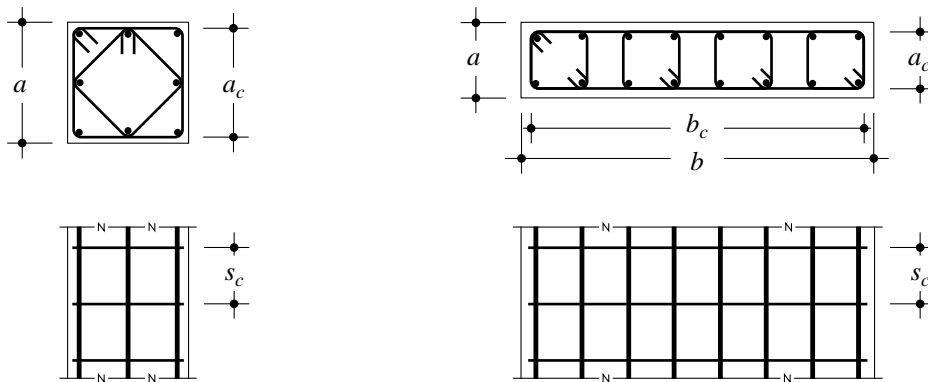


Bild 2.29: Umschnürung des Kernbetons bei quadratischen und rechteckigen Stützenquerschnitten.

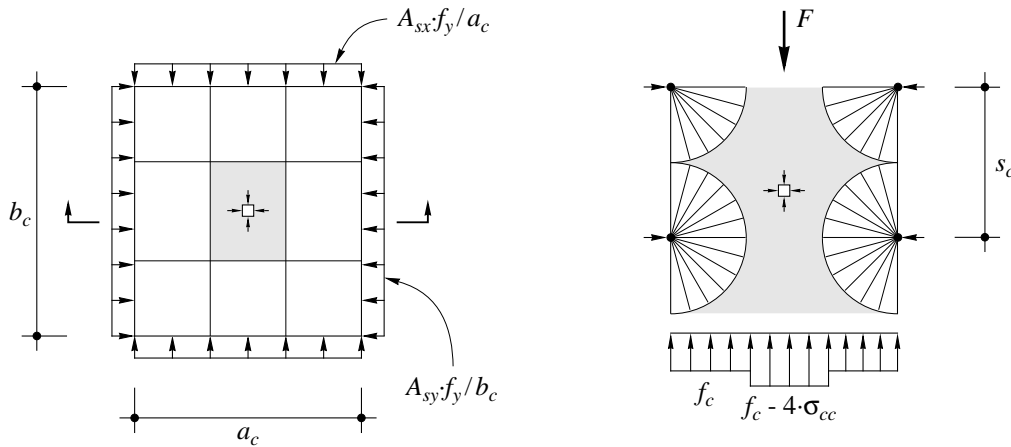


Bild 2.30: Spannungsfeld zur Abschätzung der Wirkung einer Umschnürungsbewehrung bei rechteckigen Druckgliedern.

Die Wirkung der Umschnürungsbewehrung kann anhand des in Bild 2.30 gezeigten Spannungsfeldes abgeschätzt werden. Der in Wirklichkeit vorliegende, komplexe räumliche Spannungszustand wird damit allerdings stark vereinfacht. Für regelmässig verteilte Bügel gemäss Bild 2.29 und bei genügend steifen Bügelschenkeln können die Bügelzugkräfte vereinfachend als über den Umfang der Stütze wirkende Linienlasten betrachtet werden. Verwendet man üblichen Bewehrungsstahl mit $f_y \approx 500$ MPa, kann die beim Erreichen der Höchstlast vorhandene Bügelkraft der Fließzugkraft $A_{sh} \cdot f_y$ gleichgesetzt werden. Für einen Stahl mit bedeutend höherer Fließgrenze müsste die Bügelzugkraft jedoch geschätzt werden. Die gemäss Kapitel 2.1.3 für die Festigkeitserhöhung von $\Delta f_c = -4 \cdot \sigma_{cc}$ relevante Querdruckspannung im Innern der Stütze beträgt demnach

$$\sigma_{cc} = \frac{-A_{sx} \cdot f_y}{a_c \cdot s_c} \quad \text{oder} \quad \frac{-A_{sy} \cdot f_y}{b_c \cdot s_c} = -\omega_c \cdot f_c, \quad (2.64)$$

wobei, unter der Annahme einer Fließbedingung nach Coulomb-Mohr, der betragsmässig kleinere der beiden Werte zu berücksichtigen ist. Mit dem Spannungsfeld ergibt sich die Fläche des inneren, effektiv umschnürten Bereichs zu $(a_c - s_c) \cdot (b_c - s_c)$, und die bezogene mittlere Festigkeit des Kernbetons f_{cc} kann somit wie folgt ausgedrückt werden:

$$\frac{f_{cc}}{f_c} = 1 + 4 \cdot \omega_c \left(1 - \frac{s_c}{a_c}\right) \left(1 - \frac{s_c}{b_c}\right), \quad \text{für } s_c \leq a_c \text{ resp. } b_c. \quad (2.65)$$

Überträgt man Gleichung (2.28) sinngemäss auf die vorliegenden Verhältnisse, so kann damit die mittlere Stauchung ϵ_{cc} beim Erreichen der Höchstlast abgeschätzt werden

$$\frac{\epsilon_{cc}}{\epsilon_{co}} = 1 + 5 \left(\frac{f_{cc}}{f_c} - 1 \right). \quad (2.66)$$

Die Beziehung (2.65) besagt, dass die Festigkeit des Kernbetons nur dann erhöht werden kann, wenn der vertikale Abstand der Bügel die kleinste Bauteilabmessung nicht über-

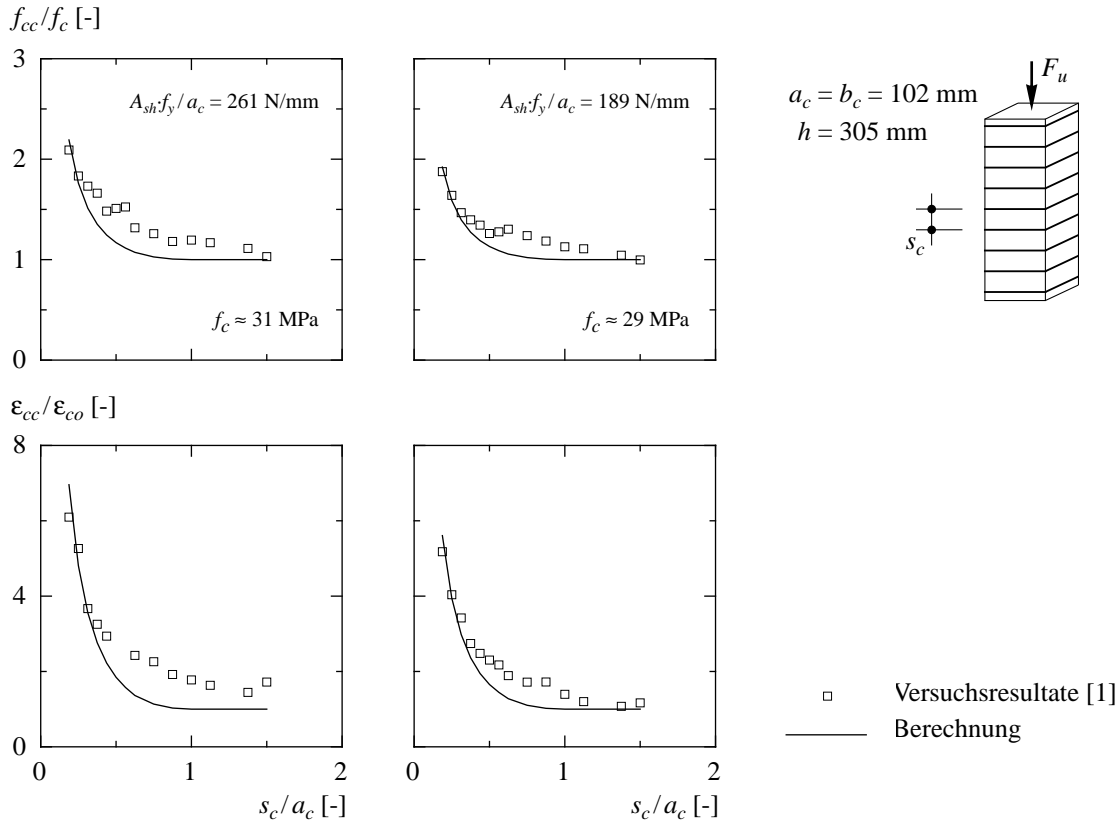


Bild 2.31: Zunahme der mittleren Betonfestigkeit f_{cc} und der Stauchung ϵ_{cc} in Funktion des Bügelabstandes; [1] Versuchsergebnisse von Somes (1970).

steigt. Für Verhältnisse mit s_c/a_c , respektive $s_c/b_c \geq 1$, ergibt sich folglich keine Erhöhung der Festigkeit. Liegen die Bügel hingegen sehr eng nebeneinander, so nähert sich die Festigkeit dem von Richart et al. (1928) für den Fall einer vollständigen, dreiachsigen Umschnürung gefundenen Wert von $f_{cc} = f_c - 4 \cdot \sigma_{cc}$. Park et al. (1982) schlugen für gut umschnürten Beton eine Festigkeitserhöhung von $(1 + 2 \cdot \omega_c)$ vor, was bei quadratischen Stützen mit einem Bügelabstand von $s_c/a_c = (1 - 2^{-1/2})$ dem Wert gemäss Gleichung (2.65) entspricht.

Bild 2.31 zeigt den Vergleich zwischen Kurven, die auf Grundlage des Spannungsfeldes berechnet wurden, und Versuchsergebnissen, über die Somes (1970) berichtete. In den Versuchen wurden für verschiedene Bügelquerschnitte die Abstände der Bügel systematisch variiert. Die Prüfkörper wiesen keinen Überdeckungsbeton und keine Längsbewehrung auf, so dass direkt die mittleren Festigkeiten des Kernbetons gemessen wurden. Der Vergleich macht deutlich, dass die Beziehungen (2.65) und (2.66) brauchbare Näherungen darstellen, mit der sowohl die Festigkeitserhöhungen als auch die Betonstauchungen ϵ_{cc} abgeschätzt werden können. Die berechneten Kurven stimmen insbesondere für enge Verbügelungen sehr gut mit den gemessenen Festigkeiten und Stauchungen überein, während sie für grössere Bügelabstände eher zu konservative Werte liefern. Die Unterschiede zwischen Modellrechnungen und Versuchsergebnissen weisen indes darauf hin, dass für eine wirklichkeitsnahe Beschreibung des Verhaltens weitere Parameter zu berücksichtigen wären. Im Hinblick auf praktische Anwendungen erscheint hingegen die

gefundene Lösung zweckmässig, zumal sie die wohl wichtigsten Einflüsse, den Bewehrungsgehalt und das Verhältnis des Bügelabstandes zu den Abmessungen des Druckgliedes, auf einfache Art widerspiegelt.

Die Entfestigung und der Bruch des Kernbetons wird ebenfalls von der Umschnürung beeinflusst. Obwohl der Bruch bei genügender Querpressung im wesentlichen als Gleitbruch und nicht, wie im einachsigen Druckversuch, durch die Zerstörung der inneren Struktur erfolgt, kann zur modellhaften Beschreibung des Verhaltens (wie bereits in Kapitel 2.1.3) von einer Bruchzone der Länge $l_s = 2 \cdot a_c$ ausgegangen werden, wobei die Stauchungen innerhalb der Bruchzone wiederum als konstant vorausgesetzt werden. Setzt man ein Coulomb-Material mit einem durch $\tan \varphi = 3/4$ gegebenen Winkel der inneren Reibung voraus, entspricht dies der Höhe über welche die Scherfläche verläuft. Die Breite a_c bezeichnet dabei die kleinere der beiden Querschnittsabmessungen des umschnürten Betons. Als Mass für die Steilheit des entfestigenden Teils der Last-Verformungs-Kurve definierten Kent und Park (1971) den Wert ϵ_{50c} , welcher die Stauchung kennzeichnet, bei der die Druckspannung auf 50 % der erreichten Festigkeit abgefallen ist. Mit den Bezeichnungen gemäss Bild 2.32(a) und der Annahme einer linearen Entfestigung ergibt sich der Entfestigungsmodul des Kernbetons der Bruchzone zu

$$E_{ccD} = \frac{0,5 \cdot f_{cc}}{\epsilon_{cc} - \epsilon_{50c}}, \quad (\text{für } l = l_s). \quad (2.67)$$

Die Stauchung ϵ_{50c} muss anhand von Versuchsergebnissen bestimmt werden, und kann, dem Vorschlag von Kent und Park (1971) folgend, als Summe der entsprechenden Stauchung eines Betons ohne Umschnürungsbewehrung und dem Stauchungszuwachs infolge der Umschnürung ermittelt werden. Für den Fall eines Druckgliedes ohne Umschnürungsbewehrung liefert Gleichung (2.24) die Dehnung ($\epsilon_{cc} + U_{cF}/f_{cc}$), wobei gemäss Bild 2.13 für Beton normaler Festigkeit mit einer spezifischen Bruchenergie U_{cF} von etwa 100 kJ/m^3 gerechnet werden kann. Der Zuwachs infolge der Umschnürung kann mit Hilfe des Ansatzes $k_c \cdot (\omega_x + \omega_y) \cdot (1 - s_c/2a_c)$, mit k_c als freiem Parameter, an Versuchsergebnissen kalibriert werden. Hintergrund für die Wahl dieser Funktion ist die Tatsache, dass sich in entsprechenden Versuchen der Bewehrungsgehalt und der Bügelabstand als Haupteinflüsse erweisen. Zudem muss davon ausgegangen werden, dass bei sehr grossen Bügelabständen die Entfestigung nicht mehr von der Umschnürung beeinflusst wird und somit, wie im einachsigen Druckversuch, unbehindert erfolgt. Mit der vorgeschlagenen Beziehung ist der Bereich, in dem die Bügel das Entfestigungsverhalten verbessern, durch $s_c \leq 2a_c$ begrenzt. Eine befriedigende Übereinstimmung zwischen Versuchsergebnissen (z.B. Roy und Sozen (1965)) und der gemäss dem hier beschriebenen Vorgehen durchgeführten Berechnung ergibt sich für $k_c = 1/10$, und der gesuchte Duktilitäts-Kennwert kann somit durch

$$\epsilon_{50c} = \epsilon_{cc} + \frac{U_{cF}}{f_{cc}} + \frac{1}{10}(\omega_x + \omega_y) \left(1 - \frac{s_c}{2a_c}\right) \quad (\text{für } s_c \leq 2a_c) \quad (2.68)$$

abgeschätzt werden.

Auf der Grundlage der Gleichungen (2.65) bis (2.68) können vollständige Spannungs-Dehnungs-Diagramme für die Bruchzone des umschnürten Betons berechnet werden.

Vernachlässigt man dabei den Einfluss der Umschnürung bis zum Erreichen der einachsigen Druckfestigkeit f_c und idealisiert diesen Abschnitt der Spannungs-Dehnungs-Beziehung weiterhin durch die Parabelgleichung (2.23), so ergibt sich die in Bild 2.32(a) qualitativ gezeigte Verformungscharakteristik. In Bild 2.32(b) sind die Beziehungen für verschiedene Bügelabstände und Bewehrungsgehalte ausgewertet. Die Diagramme verdeutlichen, dass bei engen Bügelabständen bereits ein geringer Bewehrungsgehalt eine merkliche Verbesserung der Duktilität des umschnürten Betons zur Folge hat. Auch bei Bügelabständen im Bereich von $a_c \leq s_c < 2 \cdot a_c$, bei denen sich rechnerisch noch keine Festigkeitserhöhungen ergeben, erfolgt die Entfestigung im Vergleich zu Beton ohne Umschnürung deutlich weniger prononciert. Für Bügelabstände $s_c \geq 2 \cdot a_c$ bleibt hingegen eine Umschnürungsbewehrung ohne Wirkung.

Die Last-Verformungs-Kurve eines Druckgliedes kann durch Superposition der Anteile des Betons und der Längsbewehrung gewonnen werden. Bezeichnet man das Verhältnis der Querschnittsfläche des umschnürten Betons zur gesamten Querschnittsfläche mit $k_A = a_c \cdot b_c / a \cdot b$, so kann die Last beim Erreichen der Druckfestigkeit des umschnürten Betons wie folgt ausgedrückt werden:

$$F_{cc} = A(f_{cc}(k_A - \rho) + \sigma_s \cdot \rho) \quad (2.69)$$

Die Bruchzone weist in diesem Zustand die Stauchung ϵ_{cc} auf, und die dabei wirksame Spannung σ_s kann anhand des Spannungs-Dehnungs-Diagrammes des Bewehrungs-

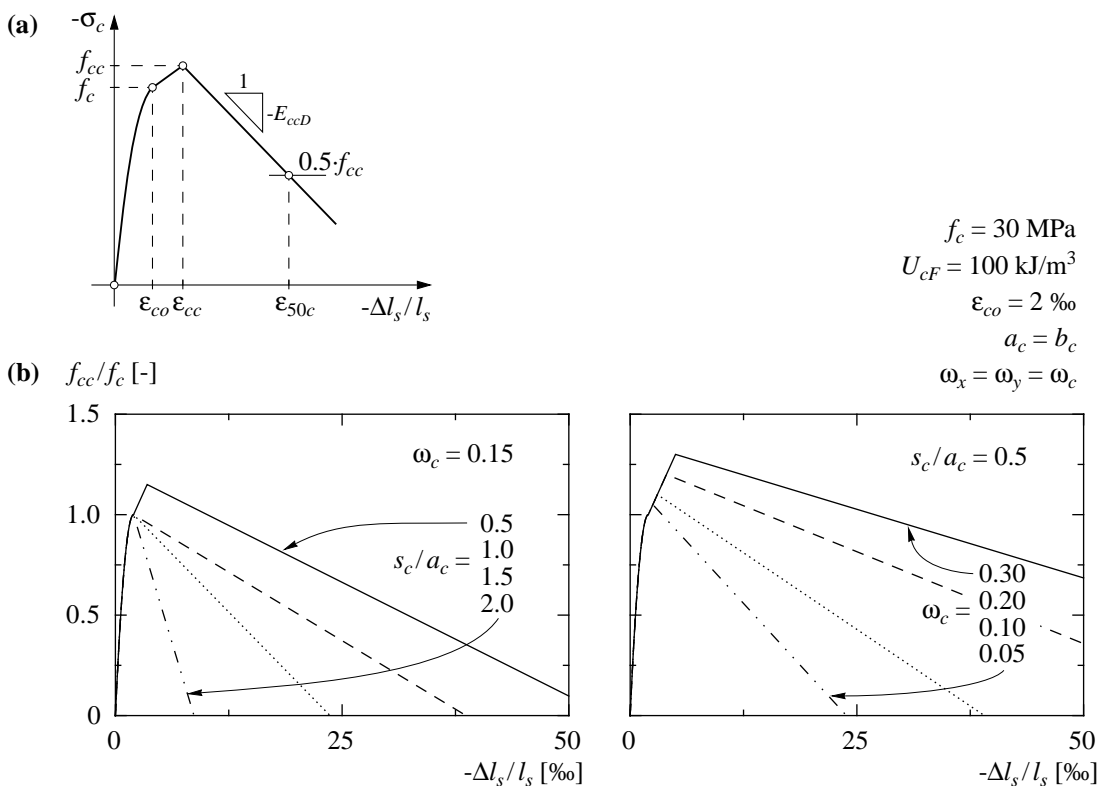
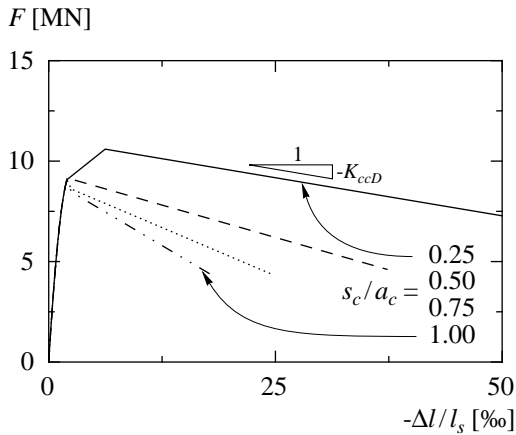


Bild 2.32: Spannungs-Dehnungs-Diagramme für umschnürten Beton. (a) Idealisierter Verlauf der Verformungscharakteristik für die Bruchzone der Länge l_s ; (b) Einfluss des Bügelabstandes und des Bewehrungsgehaltes.



Geometrie:	$a = b = 450 \text{ mm}$
	$a_c = b_c = 400 \text{ mm}$
Längsbewehrung:	$\rho = 4 \%$ (12 \varnothing 30 mm)
Bügel:	$A_{sx} = A_{sy} = 452 \text{ mm}^2$ (4 \varnothing 12 mm)
Beton:	$f_c = 30 \text{ MPa}$; $\epsilon_{co} = 2 \text{ ‰}$
	$U_{cF} = 100 \text{ kJ/m}^3$
Stahl:	$f_y = 500 \text{ MPa}$
	$E_s = 200 \text{ GPa}$; $E_{sv} = 2 \text{ GPa}$

Bild 2.33: Last-Verformungs-Kurven von Druckgliedern am Beispiel einer quadratischen Stütze: Variation des Bügelabstandes bei gegebenem Bügelquerschnitt.

stahls ermittelt werden. Ergibt sich mit Gleichung (2.69) ein grösserer Wert als mit Gleichung (2.63) ($F_{cc} > F_c$), so kann davon ausgegangen werden, dass der Überdeckungsбетon auf der gesamten Höhe des Druckgliedes abplatzt und die Verformungen bis zum Erreichen von F_{cc} gleichmässig über die Stützhöhe verteilt bleiben. Kann hingegen die Querschnittsminderung nicht durch die Festigkeitserhöhung des umschnürten Betons kompensiert werden ($F_{cc} < F_c$), bleiben die Abplatzungen auf die Bruchzone beschränkt, und die übrigen Bereiche werden wieder entlastet.

Nach dem Überschreiten der Stauchung ϵ_{cc} erfolgt der eigentliche Bruch. Der Beton in der Bruchzone wird dabei entfestigt, während die Beanspruchung der Längsbewehrungsstäbe, die sich in der Verfestigungsphase befinden, weiter anwächst. Daraus ergibt sich eine lokale Umlagerung der Kräfte, die in den ausserhalb der Bruchzone liegenden Stützenbereichen wieder ausgeglichen wird. Hierzu müssen Verbundkräfte oder, falls dies infolge der Abplatzung des Überdeckungsбетons nicht mehr möglich ist, die Endverankerungen der Stäbe aktiviert werden. Vernachlässigt man diesen Einfluss sowie die elastische Rückfederung der übrigen Stützenbereiche, und berücksichtigt man für den umschnürten Beton eine lineare Entfestigung gemäss Gleichung (2.67) sowie für die Längsbewehrung eine lineare Verfestigung gemäss Bild 2.5(c), kann die daraus resultierende Entfestigungscharakteristik des Druckgliedes durch Addition der entsprechenden Steifigkeiten gefunden werden:

$$K_{ccD} = A(E_{ccD}(k_A - \rho) + \rho \cdot E_{sv}) \quad . \quad (2.70)$$

In Bild 2.33 ist die diesem Kennwert entsprechende Neigung der Entfestigungsgeraden eingetragen. Ebenso sind im Bild einige berechnete Last-Stauchungs-Kurven für das Beispiel einer quadratischen Stütze dargestellt. Den Berechnungen liegt ein konstanter Querschnitt der Bügelbewehrung zugrunde, während sich der Bügelabstand, und somit auch der mechanische Bewehrungsgehalt, für die einzelnen Kurven unterscheidet. Diese dem baupraktischen Fall entsprechende Variation verdeutlicht, dass durch eine engere Verbügelung eine deutliche Erhöhung des Verformungsvermögens erreicht und insbesondere das Verhalten biegebeanspruchter Stützen entscheidend verbessert werden kann.

Im Unterschied zur Betrachtungsweise bei der Behandlung des Entfestigungsverhaltens im einachsigen Druckversuch (Kapitel 2.1.3), entspricht Gleichung (2.70) dem Modell einer Parallelschaltung zweier Körper mit unterschiedlichen Steifigkeiten. Der Entfestigung des Betons ($E_{ccD} < 0$) wirkt demnach die Verfestigung des Stahls ($E_{sv} > 0$) entgegen, und sie kann, falls eine kräftige Längsbewehrung mit ausreichender Verfestigung vorliegt, sogar kompensiert werden. Ein solches Verhalten zeigten einige der von Sheikh und Uzumeri (1980) getesteten Stützen (Bild 2.34(a)). Die in Bild 2.34 zusam-

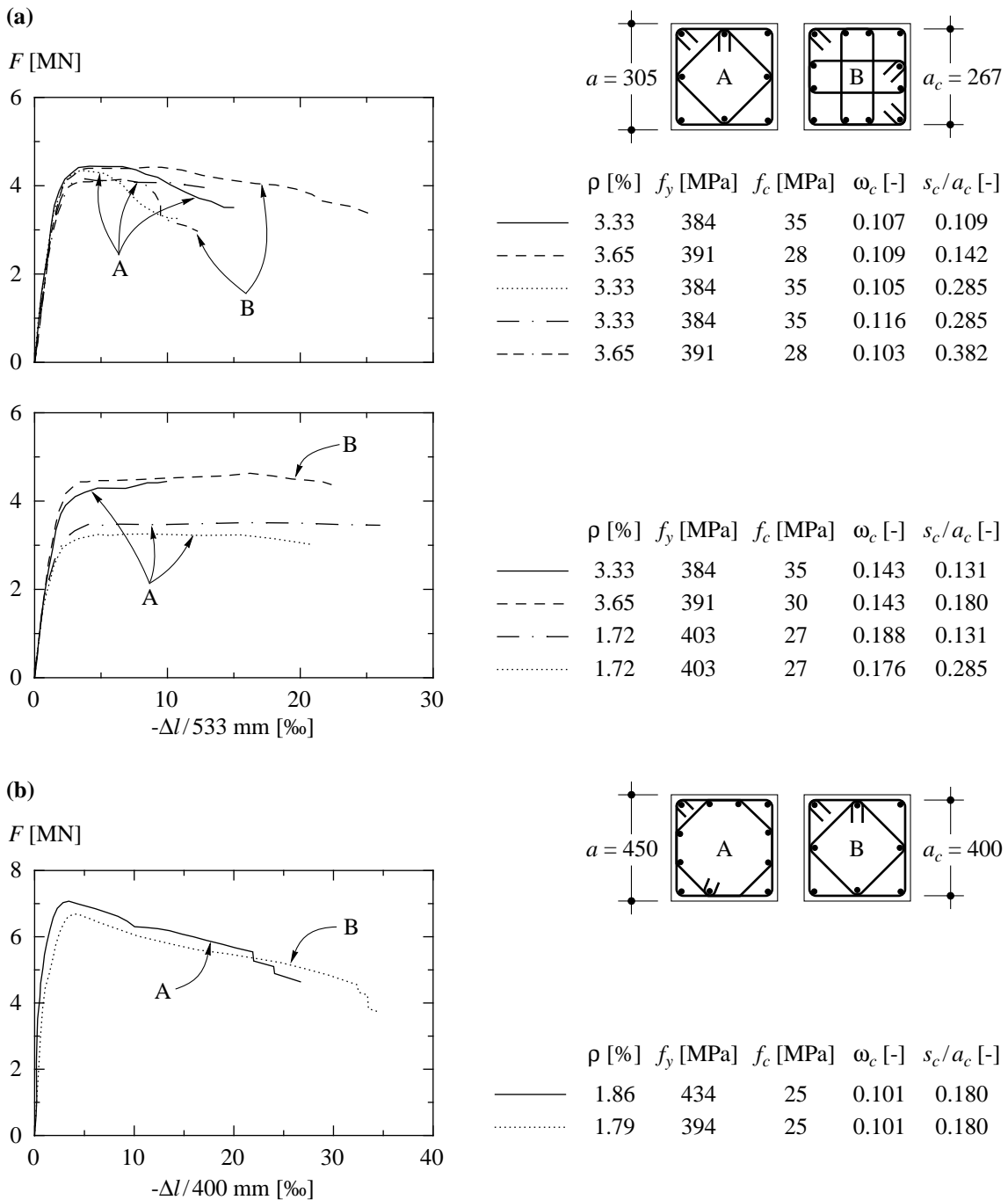


Bild 2.34: Last-Verformungs-Verhalten von quadratischen Stützen; Versuchsergebnisse von (a) Sheikh und Uzumeri (1980) und (b) von Scott, Park und Priestley (1982).

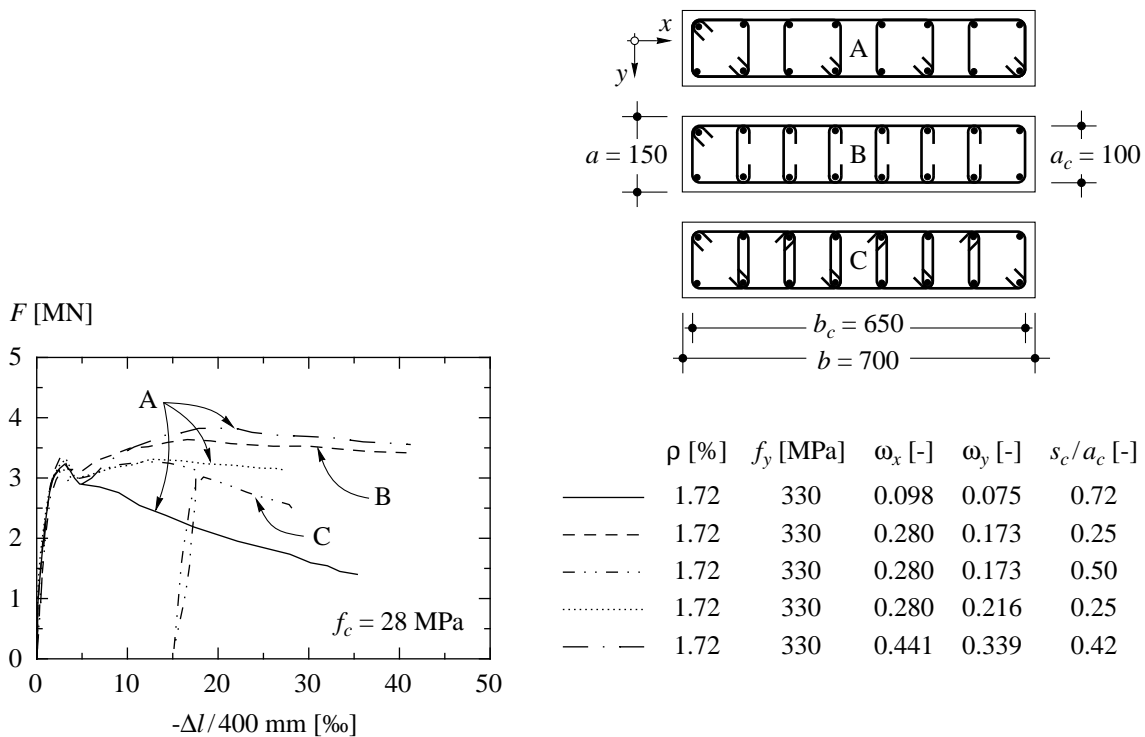


Bild 2.35: Last-Verformungs-Verhalten von rechteckigen Druckgliedern; Versuchsergebnisse von Mander (1984).

mengestellten Versuchsergebnisse veranschaulichen zudem die Beeinflussung des Verformungsverhaltens der Druckglieder durch den Bügelbewehrungsgehalt, den Bügelabstand und die Längsbewehrung, wie sie sich in den hier entwickelten Beziehungen ebenfalls widerspiegelt. Durch eine Veränderung der Bügelgeometrie ergaben sich bei den in den Versuchen verwendeten Biegeformen keine signifikanten Unterschiede. In Bild 2.35 sind die Last-Verformungs-Kurven von rechteckigen Druckgliedern aufgetragen, die von Mander (1984) getestet wurden. Auch in diesen Versuchen zeigte sich eine deutliche Abhängigkeit vom Bügelbewehrungsgehalt und vom Bügelabstand. Der in diesen Versuchen festgestellte Abfall der Last nach dem Erreichen der einachsigen Betondruckfestigkeit ist auf das Abplatzen des Überdeckungsbetons zurückzuführen, der im vorliegenden Fall, bedingt durch die Querschnittsgeometrie, einen bedeutenden Teil der gesamten Querschnittsfläche ausmachte.

Alle hier gezeigten Versuche wurden mit relativ niedrigen Verformungsgeschwindigkeiten durchgeführt. Größere Geschwindigkeiten bewirken insbesondere, dass die Festigkeiten der Materialien und somit auch die erreichten Maximallasten höher ausfallen, die Entfestigung der Druckglieder hingegen entsprechend spröder erfolgt. Näheres hierzu findet man bei Scott et al. (1982) sowie bei Mander (1984). Diese Besonderheiten sind bei einer Bemessung für Erdbebeneinwirkung zu beachten.

Das Verformungsvermögen bewehrter Druckglieder ist durch das Ausknicken der Längsbewehrungsstäbe oder das Zerreißen der Umschnürungsbügel limitiert. Oft treten diese beiden Versagensmechanismen auch gekoppelt auf. Für naturharten und vergüteten Stahl kann die kritische Stauchung ϵ_{cr} , bei der die Längsstäbe ausknicken, auf der Grundlage des von Thürlimann und Haijjer (1953) vorgestellten Rechenmodells abge-

schätzt werden. Beim Fließen handelt es sich nicht um einen homogenen Verformungsprozess (vgl. Kapitel 2.1.2); die Fließzone breitet sich vielmehr sukzessive über den Stab aus, wobei die Verformung innerhalb dieser Zone der Stauchung bei Verfestigungsbeginn des Stahls ϵ_{sv} entspricht. Die Bereiche ausserhalb der Fließzone weisen hingegen die Stauchung $\epsilon_{sy} = f_y/E_s$ auf, so dass die Beanspruchung des Stabes während der Fließphase mit $\sigma_{cr} = f_y$ konstant bleibt. Erst wenn sich die Fließzone über die gesamte Stablänge erstreckt, die Verformungen also wieder homogen verteilt sind, gelangt der Stab insgesamt in die Verfestigungsphase.

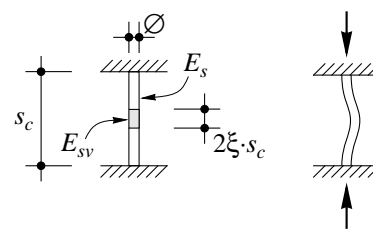
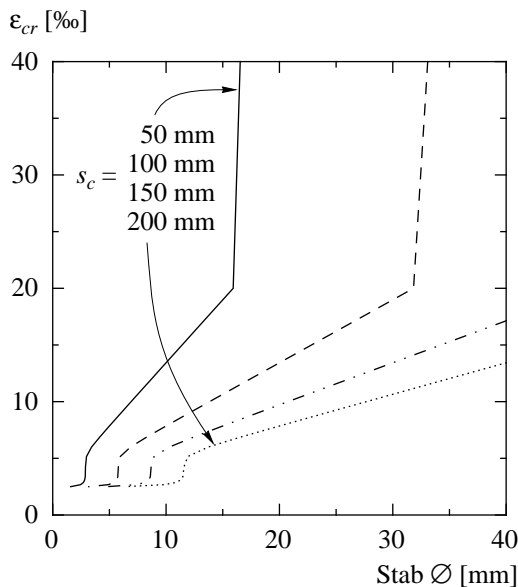
Geht man davon aus, dass sich ein durchlaufender, durch Bügel im Abstand s_c gehaltener Längsbewehrungsstab als beidseitig eingespannt idealisieren lässt und sich die Fließzone ausgehend von der Mitte des Stabes symmetrisch ausbreitet, so entspricht diese Betrachtungsweise dem in Bild 2.36 gezeigten Modell eines Knickstabes mit abschnittsweise konstanter Steifigkeit. Für gegebene Materialkennwerte und eine gewählte Schlankheit s_c/\varnothing des Stabes gilt es sodann die kritische Länge $2\xi_{cr} \cdot s_c$ der Fließzone zu ermitteln, bei welcher der Stab ausknickt. Unter Berücksichtigung der Rand- und Übergangsbedingungen, führen die Lösungen der entsprechenden Differentialgleichungen auf die Bestimmungsgleichung

$$\tan \frac{\zeta\pi}{\eta} \xi_{cr} + \eta \cdot \tan \zeta\pi \left(\frac{1}{2} - \xi_{cr} \right) = 0 \quad , \quad (2.71)$$

mit den normierten Grössen

$$\zeta^2 = \frac{16f_y \cdot s_c^2}{\pi^2 \cdot E_s \cdot \varnothing^2} \quad \text{und} \quad \eta^2 = \frac{E_{sv}}{E_s} \quad , \quad (2.72 \text{ a,b})$$

und der gesuchte Wert ξ_{cr} kann somit iterativ berechnet werden. Imperfektionen und ungewollte Vorverformungen werden dabei vernachlässigt. Da für einen bestimmten Wert



In den Berechnungen verwendete Kennwerte des Betonstahls:

Fliessgrenze	$f_y = 500 \text{ MPa}$
Elastizitätsmodul	$E_s = 200 \text{ GPa}$
Stauchung bei Verfestigungsbeginn	$\epsilon_{sv} = 20 \text{ ‰}$
Verfestigungsmodul	$E_{sv} = 2 \text{ GPa}$

Bild 2.36: Knicken der Längsbewehrungsstäbe in der plastischen Phase; berechnete Knickstauchungskurven für beidseitig eingespannten Stab.

ξ_{cr} auch die Stauchungsverteilung entlang des Stabes bekannt ist, kann damit schliesslich die mittlere, auf die Länge s_c bezogene Stauchung ε_{cr} angegeben werden:

$$\varepsilon_{cr} = (1 - 2\xi_{cr})\varepsilon_{sy} + 2\xi_{cr} \cdot \varepsilon_{sv} \quad (2.73)$$

In Bild 2.36 ist die Knickstauchung ε_{cr} für verschiedene Bügelabstände in Funktion des Durchmessers der Längsbewehrungsstäbe aufgetragen. Für Zustände in der Verfestigungsphase ($\varepsilon > \varepsilon_{sv}$) kann die Knickspannung weiterhin mit der Beziehung (2.4) ermittelt werden, wobei der Berechnung anstelle des Elastizitätsmoduls der Verfestigungsmodul zugrunde zu legen ist. Da es sich in dieser Phase um einen homogenen Verformungsvorgang handelt, lassen sich die zugehörigen Stauchungen auf der Grundlage der Spannungs-Dehnungs-Beziehung wieder eindeutig bestimmen.

Das Diagramm in Bild 2.36 veranschaulicht, dass mit einer engen Verbügelung eine erheblich grössere Knickspannung erreicht und damit das Verformungsvermögen eines Stahlbeton-Druckgliedes deutlich verbessert werden kann. Während bei einem Stab mit einem Durchmesser \varnothing von 10 mm und einem Bügelabstand s_c von 50 mm Stauchungen von über 10 ‰ möglich sind, ist bei demselben Stab und einem Bügelabstand von 200 mm damit zu rechnen, dass dieser unmittelbar nach dem Abplatzen des Überdeckungsbetons ausknickt. Das Diagramm zeigt zudem, dass bei grossen Durchmessern der Längsbewehrungsstäbe und kleinen Bügelabständen das Ausknicken nicht mehr massgebend wird. In diesen Fällen erweist sich in der Regel das Zerreißen der Umschnürungsbügel als ausschlaggebender Versagensmechanismus.

Aufgrund von Versuchsergebnissen an zentrisch und exzentrisch belasteten Druckgliedern definierten Scott et al. (1982) das Zerreißen des ersten Umschnürungsbügels als nominellen Versagenszustand, respektive als Begrenzung des Verformungsvermögens. Mit der von ihnen vorgeschlagenen empirischen Beziehung wird ein unterer Grenzwert für die in den Versuchen beim Erreichen der Bügelbrüche festgestellten Stauchungen beschrieben. Angepasst an die hier verwendeten Bezeichnungen kann die Grenzstauchung wie folgt ausgedrückt werden:

$$\varepsilon_{max} = 4 + 3(\omega_x + \omega_y)f_c \quad (\text{in } \text{‰} \text{ und MPa}). \quad (2.74)$$

Bügelbrüche dieser Art treten typischerweise jeweils in den Eckbereichen unmittelbar neben den Abbiegestellen auf, da in diesen Zonen die Dehnfähigkeit des Bewehrungsstahls infolge des Biegevorgangs stark reduziert ist. Mit Gleichung (2.74) wird die verminderte Bruchdehnung jedoch nur indirekt berücksichtigt. Hintergrund der Beziehung ist vielmehr der Versuch, das Zusammenwirken des Kernbetons mit den Bügeln anhand der wichtigsten Parameter zu erfassen. Dabei wird insbesondere die Tatsache hervorgehoben, dass die Querdehnung mit zunehmendem Bügelbewehrungsgehalt bei gleicher Längsstauchung stark abnimmt und dass dann insgesamt eine höhere Grenzstauchung erreicht werden kann. Eine modellmässige Beschreibung dieses komplexen Zusammenspiels ist auf der Grundlage der zur Zeit vorliegenden Versuchsergebnisse kaum möglich, so dass sich die hier gezeigte empirische Vorgehensweise als einzig gangbarer Weg erweist.

Mit den Beziehungen (2.73) und (2.74) kann die nominelle Grenzverformung einer Stahlbetonstütze abgeschätzt werden, wobei der jeweils kleinere der beiden Werte zu be-

rücksichtigen ist. Ergänzend zu den Last-Verformungs-Kurven, wie sie beispielsweise für Bild 2.33 entwickelt wurden, stehen somit Kriterien zur Verfügung, mit deren Hilfe das Verformungsvermögen von bewehrten Druckgliedern beurteilt werden kann. Die in diesem Abschnitt zusammengestellten Resultate können zudem auf Biegedruckzonen von profilierten Stahlbetonträgern oder -stützen übertragen werden. Dem Verhalten von in Längs- und Querrichtung bewehrtem Beton kommt dann sogar noch grössere Bedeutung zu, da der Versagenszustand, und somit die eigentliche Grenze des Verformungsvermögens der plastischen Verformungsbereiche, in vielen Fällen durch die Entfestigung der Druckzone oder das Erreichen der Grenzstauchung bestimmt wird.

2.2.4 Zweiachsige Beanspruchung

Die Festigkeit von unbewehrtem Beton wird bei gleichzeitiger Druck- und Querkzugbeanspruchung reduziert. Auf diesen Sachverhalt wurde bereits in Kapitel 2.1.3 hingewiesen. Bei bewehrtem Beton wird die Zugbeanspruchung bei der Rissbildung auf die Bewehrungsstäbe umgelagert. Bild 2.37 zeigt den einfachsten Fall einer solchen Beanspruchungssituation am Beispiel einer Betonscheibe mit einer auf Zug beanspruchten Querbewehrung. Durch die Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton werden den durch Risse getrennten Betonstreben quer zur Druckbeanspruchungsrichtung Verformungen aufgezwungen, was ebenfalls eine Reduktion der Festigkeit zur Folge hat.

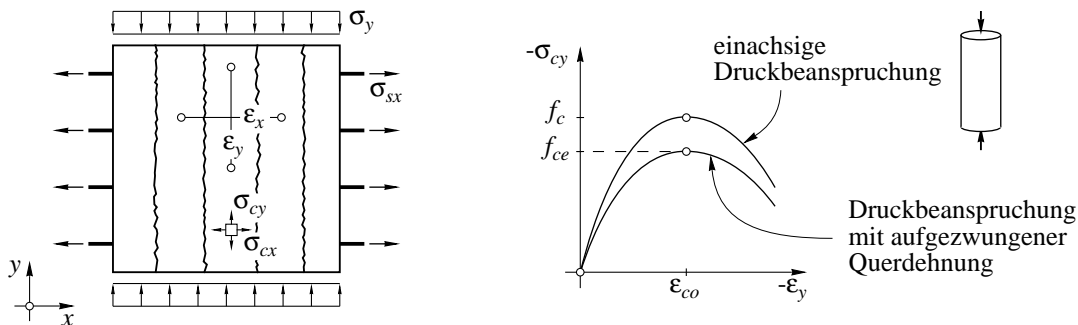


Bild 2.37: Betonscheibe mit Querbewehrung.

Das Zusammenwirken der Querbewehrung mit dem auf Druck beanspruchten Beton wird im allgemeinen von der Betonfestigkeit, dem Bewehrungsgehalt, dem Stabdurchmesser, den Verbundeigenschaften sowie von den sich einstellenden mittleren Dehnungen der Bewehrung beeinflusst. Bleiben diese relativ klein ($\epsilon_x < 3 \text{ ‰}$), ergeben sich beim Erreichen der Betondruckfestigkeit auch in Querrichtung Druckspannungen ($\sigma_{cx} < 0$), da die Querverformungen der Druckstreben durch die Bewehrung behindert sind. Der Spannungszustand in den Streben ist allerdings äusserst inhomogen und weist, insbesondere senkrecht zur Scheibenebene, weiterhin innere Querkzugspannungen auf. Anhand von Versuchen an zweiachsig beanspruchten Stahlbetonscheiben fanden Kollegger und Mehlhorn (1990) eine maximale Abminderung der einachsigen Druckfestigkeit von 20 %. Der in den Versuchen verwendete Beton wies Würfeldruckfestigkeiten von unge-

fähr 15 bis 25 MPa auf, und die mittleren Querdehnungen beim Bruch der Prüfkörper lagen etwa zwischen 1 und 6 ‰. Für Beton höherer Festigkeit sowie bei grösseren Querverformungen ist jedoch mit tieferen Werten der effektiven Druckfestigkeit zu rechnen. In Bild 2.37 ist die Abminderung der Zylinderdruckfestigkeit f_c auf die effektive Festigkeit f_{ce} des Betons anhand des Spannungs-Stauchungs-Diagrammes der Bruchzone qualitativ dargestellt. Die Stauchung des Betons beim Erreichen von f_{ce} beträgt näherungsweise auch in diesem Fall ε_{co} , während die Entfestigungscharakteristik des Betons, aufgrund des im Vergleich zu einem einachsigen Druckversuch geringeren Beanspruchungsniveaus, etwas flacher ausfallen dürfte.

Vecchio und Collins (1982) untersuchten den allgemeinen Fall zweiachsig beanspruchter Stahlbeton-Scheibenelemente mit zwei sich kreuzenden Bewehrungslagen. Anders als bei der in Bild 2.37 gezeigten Scheibe sind dabei die Richtung des Druckfeldes und der mittleren Hauptverzerrungen nicht vorgegeben, sondern stellen sich entsprechend der äusseren Beanspruchung und der Bewehrungskonfiguration ein. Sie sind damit von der Belastungsgeschichte abhängig. Die sich im Bruchzustand einstellende Richtung des Druckfeldes kann von derjenigen der Risse abweichen, so dass über bereits bestehende Rissflächen Kräfte übertragen werden müssen. Diese Kraftübertragung wird durch die gegenseitige Verzahnung der Rissflächen ermöglicht. Im Vergleich zum vorher behandelten Fall wird die Druckfestigkeit des Betons aber stärker reduziert. Da zwischen den Rissufern aufgrund der zu übertragenden Normal- und Scherspannungen Relativverschiebungen auftreten, weisen dann auch die Hauptspannungen und mittleren Hauptdehnungen unterschiedliche Richtungen auf [Marti (1982), Kupfer et al. (1983)]. Bei der rechnerischen Behandlung dieses allgemeinen Spannungs- und Verformungszustandes der Scheibe wäre daher die Rissgeometrie, die Rissverzahnung [Walraven (1981)], die Dübelwirkung der Bewehrungsstäbe sowie die Einspannung der Druckstreben bei den Lasteinleitungen zu berücksichtigen. In Anbetracht der bei der Erfassung all dieser Einflüsse auftretenden Schwierigkeiten erscheint ein solches Vorgehen aber wenig sinnvoll, zumal sich für die Praxis daraus keine überschaubaren Bemessungsverfahren entwickeln lassen.

Im Sinne der Kontinuumsmechanik kann vereinfachend davon ausgegangen werden, dass die Hauptspannungs- und mittleren Hauptdehnungsrichtungen der Stahlbetonscheibe zusammenfallen. In Bild 2.38(a) ist diese Modellvorstellung veranschaulicht. Implizit nimmt man dabei allerdings an, dass die Risse immer in Richtung des Betondruckfeldes verlaufen und sich lediglich senkrecht zu dieser Richtung öffnen, was auch der Betrachtungsweise bei der Plastizitätstheoretischen Behandlung solcher Scheibenelemente entspricht [Thürlimann et al. (1975)]. Alle weiteren Einflüsse sind dann über eine geeignete Wahl der effektiven Betondruckfestigkeit f_{ce} zu berücksichtigen. Diese Vorgehensweise wird im folgenden noch eingehend diskutiert. Sie erweist sich, da sich die wesentlichen Zusammenhänge anhand von relativ einfachen Beziehungen angeben lassen, im Hinblick auf die Bemessung von Stahlbetonbauteilen als zweckmässig und führt, wie Vergleiche mit Versuchsergebnissen zeigen, zu vernünftigen Resultaten.

In den letzten Jahren wurden in der experimentellen Forschung intensive Anstrengungen unternommen, um für die Abminderung der Betondruckfestigkeit bei zweiachsiger

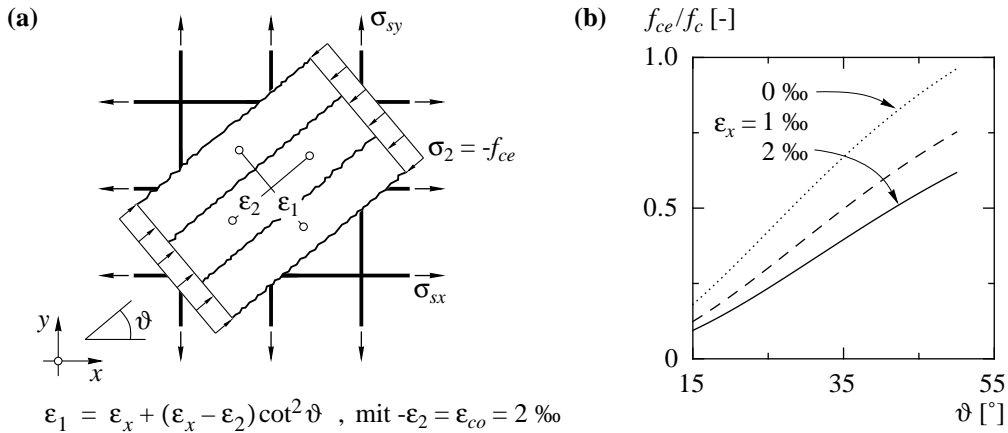


Bild 2.38: Reduktion der Betondruckfestigkeit. (a) Orthogonales Bewehrungsnetz mit geneigtem Betondruckfeld; (b) effektive Betondruckfestigkeit in Abhängigkeit des Verzerrungszustandes [Vecchio und Collins (1986)].

Beanspruchung zuverlässige Werte angeben zu können. Auf der Grundlage ihrer Versuchsergebnisse fanden Vecchio und Collins (1986) hierfür den empirischen Ausdruck

$$f_{ce} = \frac{f_c}{0,8 + 170\epsilon_1} \leq f_c , \tag{2.75}$$

wobei die darin benötigte Hauptdehnung mit der kinematischen Beziehung

$$\epsilon_1 = \epsilon_x + (\epsilon_x - \epsilon_2) \cot^2 \vartheta \tag{2.76}$$

berechnet werden kann. Für den Zustand beim Erreichen der Druckfestigkeit kann in Gleichung (2.76) für ϵ_2 die Stauchung $-\epsilon_{co} = -2 \text{ ‰}$ eingesetzt werden, so dass sich mit der Beziehung (2.75) die effektive Festigkeit f_{ce} für verschiedene Längsdehnungen ϵ_x und Neigungswinkel ϑ berechnen lässt. Damit ist es möglich, die Reduktion der Druckfestigkeit in Abhängigkeit vom Verzerrungszustand des Scheibenelements anzugeben, welcher bei der vorgenommenen Idealisierung mit den in Bild 2.38(a) eingeführten Größen vollständig beschrieben werden kann. In Bild 2.38(b) sind die Resultate einer solchen Berechnung aufgetragen.

Für die Bemessung von Bauteilen aus Stahlbeton wird in den entsprechenden Bemessungsnormen [z.B. SIA 162 (1993)] in der Regel ein vom Verzerrungszustand unabhängiger Wert der effektiven Betondruckfestigkeit angegeben. Dieser Wert dient dann beispielsweise bei der Wahl der Stegabmessungen von profilierten Stahlbetonträgern als Bemessungsgrösse und sollte somit eher vorsichtig angesetzt werden. Basierend auf den Ergebnissen einer Auswertung zahlreicher Schubversuche schlug Muttoni (1990) für Situationen, in denen keine grossen plastischen Verformungen zu erwarten sind, die Beziehung

$$f_{ce} = 1,6 \cdot f_c^{2/3} \leq 0,6 \cdot f_c \quad (\text{in MPa}) \tag{2.77}$$

vor. Gemäss dieser Auswertung kann in üblichen Fällen auf eine Berücksichtigung des Einflusses des Verzerrungszustandes auf die effektive Festigkeit verzichtet werden. In

Bereichen, in denen grosse plastischen Verformungen auftreten können, muss hingegen von bis zu 20 % tieferen Werten für f_{ce} ausgegangen werden. Dieser Sachverhalt wird in Kapitel 3.2.2 noch näher behandelt.

Die bei den bisherigen Betrachtungen als bekannt vorausgesetzten Verzerrungen der Stahlbetonelemente sowie die Beanspruchungen der Bewehrung und des Betons können mit den Methoden der Baustatik ermittelt werden. Im folgenden werden die entsprechenden Beziehungen für ein orthogonal bewehrtes Scheibenelement unter reiner Schubbeanspruchung hergeleitet (Bild 2.39(a)). Die dabei verwendeten Bezeichnungen können Bild 2.39(b) entnommen werden. Wie bereits erwähnt, setzt man mit einer kontinuumsmechanischen Betrachtungsweise voraus, dass keine Relativverschiebungen zwischen den Rissufern auftreten und somit die Richtungen der Hauptspannungen mit denjenigen der mittleren Hauptdehnungen zusammenfallen. Die Risse verlaufen demnach ebenfalls in dieser Richtung und öffnen sich senkrecht dazu. Die effektive Festigkeit des Betons wird vereinfachend gemäss Gleichung (2.77) für eine bestimmte Betonfestigkeit als konstant vorausgesetzt.

Die Gleichgewichtsbeziehungen für das Scheibenelement können anhand der in Bild 2.39(c) gezeigten Mohrschen Darstellung des Spannungszustandes veranschaulicht werden. Die Beanspruchungen des Stahls in x - und y -Richtung lassen sich mit den geometrischen Bewehrungsgehalten

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{a \cdot t} \quad \text{und} \quad \rho_y = \frac{A_{sy}}{a \cdot t} , \quad (2.78 \text{ a, b})$$

als bezogene Spannungen $\sigma_{sx} \cdot \rho_x$ und $\sigma_{sy} \cdot \rho_y$ ausdrücken und können in dieser Form in die graphische Darstellung einbezogen werden. Aus dem Mohrschen Spannungskreis ergibt sich dann für die Druckfeldneigung die Bedingung

$$\tan^2 \vartheta = \frac{\sigma_{sy} \cdot \rho_y}{\sigma_{sx} \cdot \rho_x} . \quad (2.79)$$

Das Gleichgewicht zwischen der äusseren Beanspruchung der Scheibe und den Beton- und Stahlspannungen kann durch die Beziehungen

$$\tau_{xy} = \sigma_{sx} \rho_x \cdot \tan \vartheta = \frac{\sigma_{sy} \rho_y}{\tan \vartheta} , \quad (2.80)$$

und

$$\tau_{xy} = -\sigma_2 \cdot \sin \vartheta \cos \vartheta \quad (2.81)$$

ausgedrückt werden.

Analog zum Spannungszustand lässt sich auch der Verzerrungszustand des Scheibenelements mit Hilfe eines Mohrschen Kreises darstellen. Anhand von Bild 2.39(d) ergibt sich die kinematische Relation

$$\gamma_{xy} = \frac{\varepsilon_x}{\tan \vartheta} + \varepsilon_y \tan \vartheta - \frac{\varepsilon_2}{\sin \vartheta \cos \vartheta} , \quad (2.82)$$

respektive durch Elimination der Schiebung γ_{xy} , die Beziehung

$$\tan^2 \vartheta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_y - \varepsilon_2} . \quad (2.83)$$

Aus dem Mohrschen Verzerrungskreis kann zudem eine der Invarianten des Verzerrungstensors direkt herausgelesen werden:

$$\varepsilon_{(1)} = \varepsilon_x + \varepsilon_y = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 . \quad (2.84)$$

Mit Hilfe der hier zusammengestellten Beziehungen ist es unter anderem möglich, den Tragwiderstand des Scheibenelements zu ermitteln. Die Verknüpfung der kinematischen Relationen mit den Gleichgewichtsbeziehungen erfolgt über die in Bild 2.39(e) gezeigten Stoffgesetze. Sie entsprechen den in dieser Arbeit eingeführten Idealisierungen

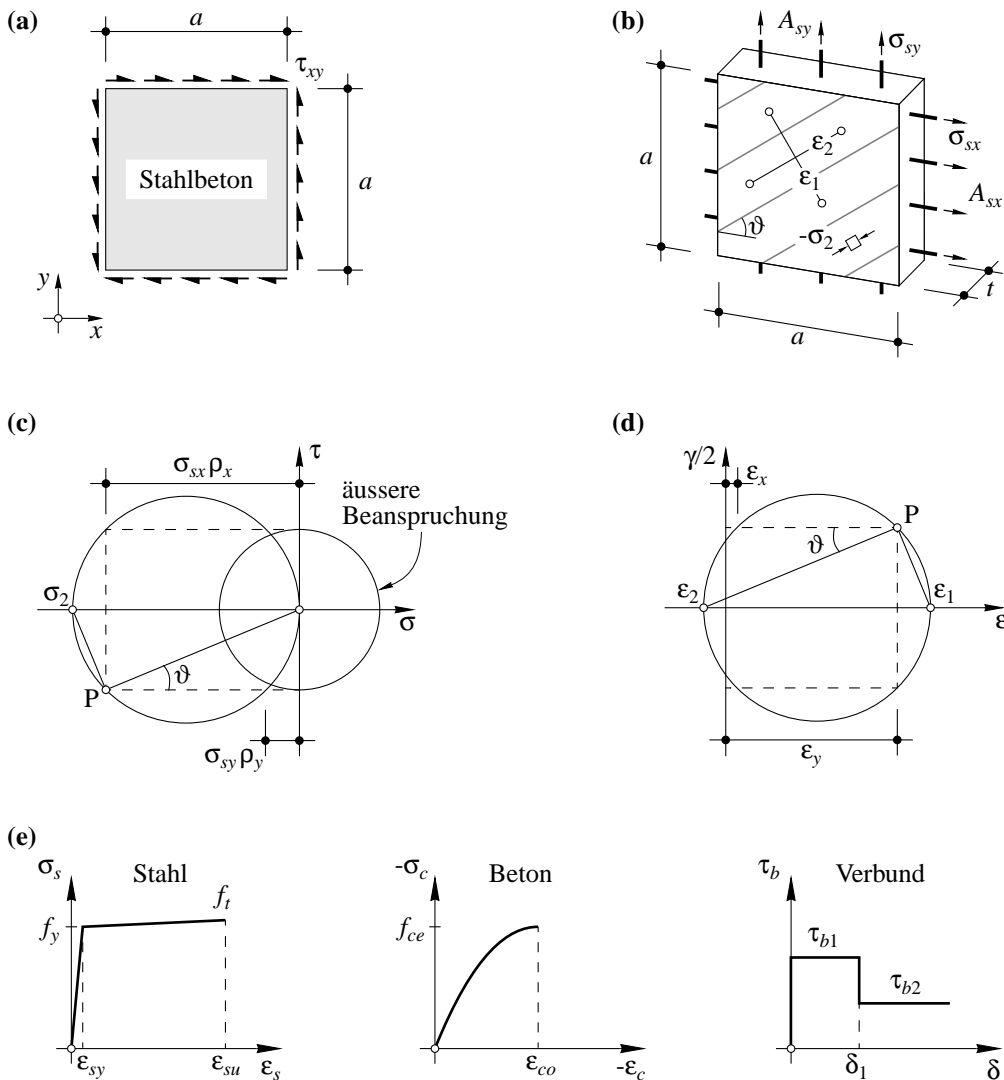


Bild 2.39: (a) Stahlbetonelement unter Schubbeanspruchung; (b) Beanspruchung des Betons und des Stahls; (c) Mohrsche Darstellung des Spannungszustandes und (d) des Verzerrungszustandes; (e) Stoffgesetze und idealisierte Verbundcharakteristik.

gen, wobei die Abminderung der Betondruckfestigkeit berücksichtigt werden muss. Für Zustände bis zum Erreichen der Höchstlast kann hierzu in der durch die Parabelgleichung (2.23) beschriebenen Spannungs-Stauchungs-Beziehung f_c durch f_{ce} ersetzt werden. Die Stauchung des Betons ergibt sich dann zu

$$\varepsilon_2 = -\varepsilon_{co} \cdot \left(1 - \sqrt{1 + \frac{\sigma_2}{f_{ce}}} \right). \quad (2.85)$$

Die Entfestigung des Betons wird in dieser Betrachtung nicht berücksichtigt, da nach dem Überschreiten der Stauchung ε_{co} , aufgrund der konstanten einachsigen Beanspruchung des Druckfeldes, keine Spannungumlagerungen möglich sind und somit die Entfestigung des Systems erfolgt. Wie im einachsigen Druckversuch wird demnach der Tragwiderstand der Scheibe durch das Erreichen der Betondruckfestigkeit begrenzt.

Die Dehnungen ε_x und ε_y in den Richtungen der beiden Bewehrungslagen können näherungsweise an stellvertretenden Zugstäben, wie sie in Kapitel 2.2.2 behandelt wurden, ermittelt werden. Grundlagen einer solchen Berechnung sind die durch die Gleichungen (2.51) und (2.57) definierten mittleren Verbundspannungen τ_{b1} und τ_{b2} sowie die Beziehungen (2.55), (2.59) und (2.61), mit deren Hilfe sich die mittleren Dehnungen bestimmen lassen. Die den möglichen Beanspruchungssituationen entsprechenden Fälle $\sigma_{smax} \leq f_y$, $\sigma_{smin} < f_y < \sigma_{smax}$ und $\sigma_{smin} > f_y$ können damit unterschieden werden. Für die zu untersuchenden Gleichgewichtszustände gilt dann die Bedingung, dass die der Scheibenbewehrung übertragene Spannung (σ_{sx} , σ_{sy}) und die Spannung σ_{smax} im Riss des fiktiven Zugstabes identisch sein müssen. Für einen angenommenen Rissabstand s_m sowie Stabdurchmesser \varnothing können sodann die mittleren Dehnungen und die zugehörigen Stahlspannungen bestimmt werden. Mit diesem Rechenmodell ist es möglich, die durch die Verbundwirkung reduzierten Verformungen der Bewehrungsstäbe rechnerisch zu berücksichtigen. Da bei der Modellbildung die hauptsächlichen Einflüsse miteinbezogen werden, kann davon ausgegangen werden, dass entsprechende Rechenergebnisse das wirkliche Verhalten zumindest qualitativ gut beschreiben, auch wenn durch die vereinfachenden Annahmen das tatsächliche Zusammenwirken der Bewehrungsstäbe mit dem sie umgebenden Beton nur bedingt repräsentiert wird.

In den Diagrammen in Bild 2.40 sind die Ergebnisse entsprechender Berechnungen für Stähle der Duktilitätsklassen A und C (Tabelle 2.1) für den praktisch wichtigen Fall vorgegebener Längsdehnungen aufgetragen. Die Resultate sind in Funktion des auf die effektive Festigkeit des Betons bezogenen mechanischen Bewehrungsgehalts

$$\omega_y \cdot \frac{f_c}{f_{ce}} = \rho_{sy} \cdot \frac{f_y}{f_{ce}} \quad (2.86)$$

dargestellt, wobei für eine durch die Dehnung ε_x und die Duktilitätsklasse des Stahls vorgegebene Konfiguration jeweils zwei Diagramme gezeigt werden. Darin sind die auf f_{ce} bezogenen Schubbeanspruchungen τ_{xyR} beim Bruch der Scheibe sowie die zugehörigen, auf die Fließspannung bezogenen Stahlspannungen σ_{symax} dargestellt. Da in den Berechnungen verschiedene Fallunterscheidungen vorzunehmen sind, ist ein iteratives Vorgehen angezeigt. Dabei muss einerseits zwischen den sich aus den Annahmen über das

Verbundverhalten ergebenden Fällen, und andererseits zwischen zwei Brucharten unterschieden werden. Unter Berücksichtigung der innerhalb eines Rechenganges festgehaltenen Dehnung ε_x ergeben sich für das Rechenmodell folgende Bruchbedingungen:

$$\text{Zerreißen der Bewehrung:} \quad \sigma_{sy} = f_t, \quad (2.87)$$

$$\text{Betonbruch:} \quad \sigma_2 = -f_{ce}. \quad (2.88)$$

Während für kleine Bewehrungsgehalte ω_y , aufgrund der sich dabei einstellenden sehr flachen Druckfeldneigungen, die Beziehung (2.87) immer massgebend wird, erweist sich für grössere Bewehrungsgehalte das Erreichen der Betondruckfestigkeit als Bruchgrenze. Die zugehörigen Bereiche sind in den Diagrammen gekennzeichnet.

In Bild 2.40 sind zum Vergleich die mit den Methoden der Plastizitätstheorie berechneten Traglasten der Scheibenelemente eingetragen. Unter Anwendung des statischen Grenzwertsatzes (vgl. Kapitel 2.3.2), kann die Traglast mit den Gleichgewichtsbeziehungen allein ermittelt werden. Für den Bewehrungsstahl wird dabei ideal-plastisches Fliesen vorausgesetzt, d.h. die Verfestigung des Stahls nach dem Überschreiten der Fließgrenze wird vernachlässigt. Für Beanspruchungssituationen gemäss Bild 2.40, in denen die Stahlspannungen σ_{sx} unterhalb der Fließgrenze liegen, müssen zwei Bruchregimes unterschieden werden:

- Regime [BS]: Fliesen der Bewehrung A_{sy} und Betonbruch.
Mit $\sigma_{sy} = f_y$ und $\sigma_2 = -f_{ce}$ folgt aus den Gleichungen (2.80) und (2.81) für die Schubbeanspruchung beim Bruch der Scheibe die Beziehung

$$\frac{\tau_{xyR}}{f_{ce}} = \sqrt{\omega_y \frac{f_c}{f_{ce}} \cdot \left(1 - \omega_y \frac{f_c}{f_{ce}}\right)} \quad (\text{für } \omega_y \cdot f_c / f_{ce} \leq 0.5), \quad (2.89)$$

die einen Viertelkreis mit der Mittelpunktskoordinate $\omega_y \cdot f_c / f_{ce} = 0.5$ beschreibt. Die Neigung des Druckfeldes ergibt sich zu

$$\tan \vartheta = \sqrt{\frac{\omega_y}{f_{ce}/f_c - \omega_y}}. \quad (2.90)$$

- Regime [B]: Betonbruch ohne dass die Bewehrung die Fließgrenze erreicht.
Unter Berücksichtigung, dass die Beziehung (2.81) mit $\sigma_2 = -f_{ce}$ für $\vartheta = 45^\circ$ maximal wird, erreicht die Traglast in diesem Fall den konstanten Wert

$$\frac{\tau_{xyR}}{f_{ce}} = \frac{1}{2} \quad (\text{für } \omega_y \cdot f_c / f_{ce} \geq 0.5), \quad (2.91)$$

und kann demzufolge auch durch eine Vergrößerung des Bewehrungsgehalts nicht mehr erhöht werden.

Die durch die Beziehungen (2.89) und (2.91) definierten Bruchbeanspruchungen stellen im Rahmen der Plastizitätstheorie vollständige Lösungen dar (vgl. Kapitel 2.3.2). Näheres zu den Methoden der Plastizitätstheorie findet man in den Arbeiten von Müller (1978), Marti (1980), Thürlimann et al. (1983) sowie Nielsen (1984).

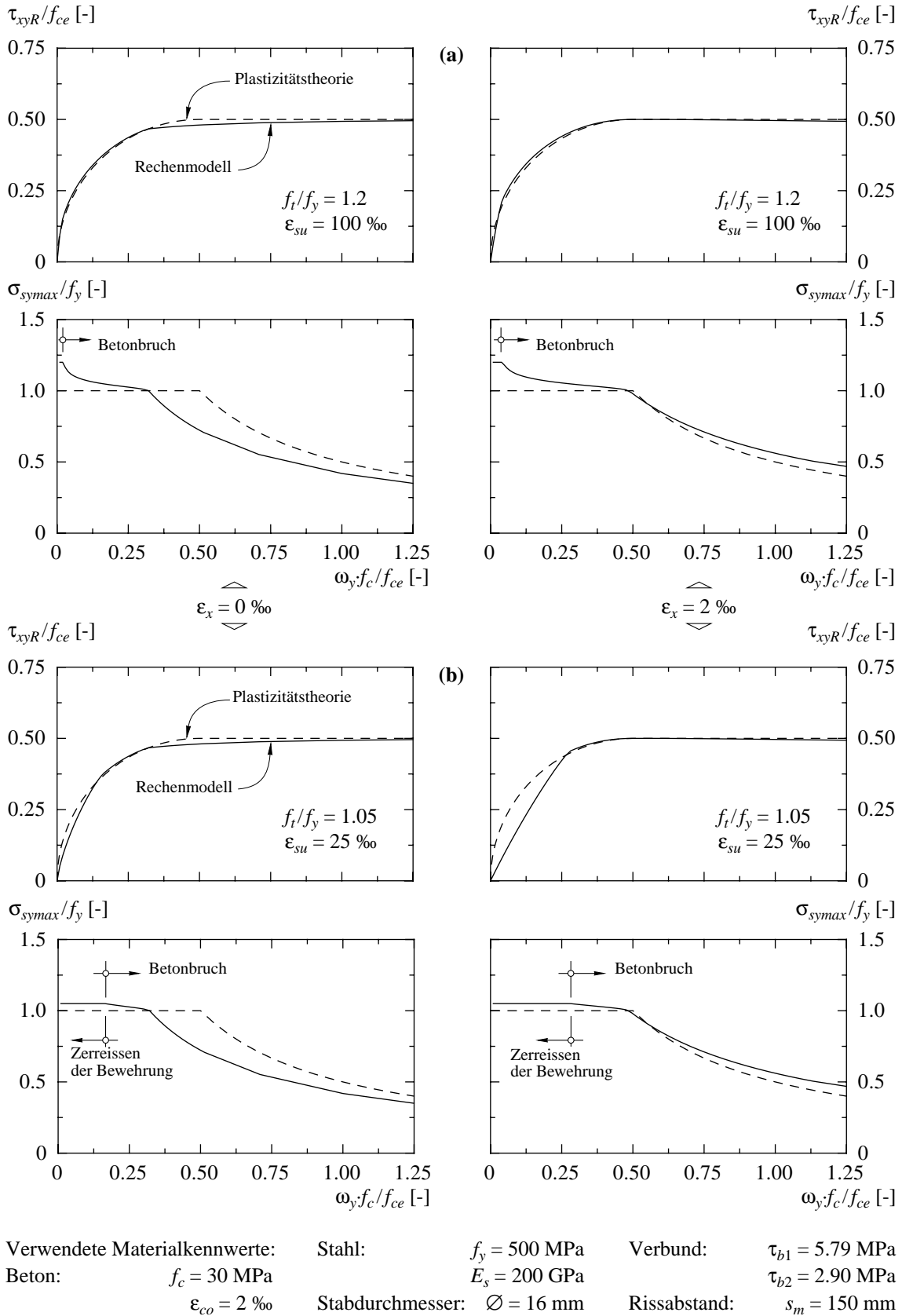


Bild 2.40: Tragwiderstand des Scheibenelements und zugehörige Stahlspannung σ_{symanx} für vorgegebene Längsdehnungen ($\epsilon_x = 0\%$ resp. 2%) in Funktion des mechanischen Bewehrungsgehalts. Stahl der Duktilitätsklasse A (a) und der Duktilitätsklasse C (b).

Die in Bild 2.40(a) gezeigten Resultate verdeutlichen, dass mit einem Stahl der Duktilitätsklasse A die Traglast gemäss der Plastizitätstheorie nahezu im gesamten Bereich der betrachteten Bewehrungsgehalte erreicht werden kann. Da mit dem Rechenmodell die Verfestigung des Stahls berücksichtigt wird, liegen die auf diese Weise ermittelten Resultate über weite Bereiche sogar oberhalb derjenigen der plastischen Berechnung. Wie bereits erwähnt wird aber, trotz der beachtlichen Dehnfähigkeit des Stahls, bei sehr kleinen Bewehrungsgehalten das Zerreißen der Bewehrung massgebend. Bei der Bemessung entsprechender Tragelemente wird diese Bruchart in der Regel durch eine Begrenzung der Druckfeldneigung oder durch das Einlegen einer Mindestbewehrung ausgeschlossen. Für den im Bild gezeigten Fall einer verschwindenden Längsdehnung $\epsilon_x = 0 \text{ ‰}$ erreichen gemäss dem Rechenmodell die Stahlspannungen ab einem Bewehrungsgehalt $\omega_y \cdot f_c / f_{ce}$ von etwa 0.3 die Fließgrenze nicht mehr. Mit Gleichung (2.89) findet man für den Übergang vom Bruchregime [BS] zum Regime [B] hingegen einen Bewehrungsgehalt von $\omega_y \cdot f_c / f_{ce} = 0.5$. Trotzdem ergeben sich in bezug auf den Tragwiderstand der Scheibe nur geringe Unterschiede zwischen den beiden Berechnungen, da sich mit dem Rechenmodell aus Verträglichkeitsgründen etwas flachere Druckfeldneigungen einstellen. Für eine Längsdehnung von $\epsilon_x = 2 \text{ ‰}$ fallen die Resultate auch in diesem Übergangsbereich annähernd zusammen.

Bild 2.40(b) zeigt die entsprechenden Rechenergebnisse für einen Bewehrungsstahl der Duktilitätsklasse C. Aufgrund der im Vergleich zu Stahl der Duktilitätsklasse A bedeutend geringeren Dehnfähigkeit ($\epsilon_{su} = 25 \text{ ‰}$) bestimmt das Zerreißen der Bewehrung über weite Bereiche den Bruch. Besonders deutlich zeigt sich dies für eine Längsdehnung von $\epsilon_x = 2 \text{ ‰}$. Bei grösseren Bewehrungsgehalten wird allerdings auch in diesem Fall die Bruchbedingung (2.88) massgebend und die auf der Grundlage des Rechenmodells ermittelten Resultate stimmen wieder gut mit denjenigen der Plastizitätstheorie überein. Für Beanspruchungssituationen, in denen die Bewehrung die Fließspannung nicht erreicht, ergeben sich mit dem Rechenmodell für beide Stähle identische Tragwiderstände.

Die hier gezeigten Berechnungen belegen, dass der Tragwiderstand von Scheibenelementen mit den Methoden der Plastizitätstheorie zuverlässig beurteilt werden kann. Eine genügende Dehnfähigkeit des Bewehrungsstahls ist hierfür die Voraussetzung. Liegen die Duktilitätskennwerte des Stahls (Bruchdehnung und Verfestigung) deutlich unter den heute üblichen Grenzen, muss mit vorzeitigen Brüchen gerechnet werden. Die in den Diagrammen in Bild 2.40 dargestellten Ergebnisse gelten für einen Rissabstand von 150 mm, für Bewehrungsstäbe mit einem Durchmesser von 16 mm und basieren auf einem gemäss Gleichung (2.77) konstanten Wert der effektiven Betondruckfestigkeit. Eine Variation dieser Parameter würde die numerischen Resultate zwar beeinflussen, die grundsätzlichen Folgerungen blieben aber die gleichen. Die Übertragung der hier gewonnenen Erkenntnisse auf den für die Praxis wichtigen Fall der Bemessung von Stegscheiben wird in Kapitel 3.2.2 vorgenommen.

2.3 Plastische Bemessung von Stahlbeton

2.3.1 Einführung

Bei der Bemessung oder Nachrechnung eines Stahlbetontragwerks sollen die Betonabmessungen und die Bewehrungsführung festgelegt, respektive überprüft, sowie der Nachweis erbracht werden, dass die an das Tragwerk gestellten Anforderungen bezüglich Tragsicherheit, Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit erfüllt sind. Dies setzt die Kenntnis des Spannungszustands der Tragstruktur für verschiedene Beanspruchungssituationen voraus. Wie auch immer diese Aufgabe angegangen wird, man stützt sich dabei auf Modelle, die gedankliche Idealisierungen der Wirklichkeit darstellen, diese selbst aber nie vollumfänglich erfassen. Selbst wenn versucht wird, alle Besonderheiten des Zusammenwirkens von Stahl und Beton und alle Nebeneffekte miteinzubeziehen, bleibt die Bedingtheit der dem Rechenmodell zugrundeliegenden Voraussetzungen und Annahmen bestehen. Die Tauglichkeit der verwendeten Modelle kann schliesslich einzig anhand von Vergleichen mit Versuchsergebnissen überprüft werden. Allerdings vermögen auch die im Experiment gemessenen Grössen immer nur Teilaspekte des wirklichen Verhaltens zu erfassen. Dieser Sachverhalt widerspiegelt die Konfliktsituation in der naturwissenschaftlichen Forschung. Der Ingenieurwissenschaft kommt folglich die Aufgabe zu, einen für die Praxis gangbaren Weg aufzuzeigen, und damit zwischen einer möglichst naturgetreuen Beschreibung des Verhaltens von Tragwerken und einer solchen, die für eine einfache Formulierung der Zusammenhänge zwischen den wichtigsten Parametern geeignet ist, abzuwägen.

Im Stahlbetonbau wird seit jeher versucht, durch eine geschickte Bemessung die Ausbildung von inneren Tragsystemen zu ermöglichen, in denen der Beton im wesentlichen nur Druck- und die Bewehrung vorwiegend Zugkräfte zu übertragen hat. Das Erreichen des Tragwiderstands soll sich zudem durch für den Bauwerksbenutzer sichtbare Verformungen ankündigen. Das Versagen soll somit nicht schlagartig und unerwartet erfolgen, sondern durch ein duktiles Verhalten des Tragwerks bestimmt werden. Die Erfahrung zeigt, dass unter Beachtung gewisser Regeln, die hauptsächlich die Verteilung und die Verankerung der Bewehrung betreffen, ein solches Verhalten gewährleistet werden kann. Gängige Bemessungsregeln führen deshalb zu relativ schwach bewehrten Bauteilen, die dann, aufgrund der beim Bruch auftretenden plastischen Verformungen der Bewehrung, die erforderliche Duktilität aufweisen.

Die Grösse der bei der Bemessung verwendeten Sicherheitsfaktoren ist in erster Linie durch die Tradition begründet. Sie drückt gewissermassen den Grad des Vertrauens gegenüber den Berechnungen bezüglich der Tragsicherheit aus. Die Duktilität spielt bei der Festlegung dieser subjektiven Sicherheit eine entscheidende Rolle und wirkt sich so auch auf die Kosten eines Bauwerks aus. Es ist allein deshalb unerlässlich, ein möglichst duktiles Verhalten der Stahlbetontragwerke sicherzustellen.

Jedes Tragwerk weist unbekannte Eigenspannungszustände auf, die sich während der Lebensdauer aufgrund äusserer und innerer Einflüsse laufend verändern, so dass der wirkliche Spannungszustand zu keinem Zeitpunkt eindeutig bestimmt werden kann. Eine

detaillierte Spannungsanalyse allein kann somit nicht Grundlage der Bemessung sein. Ernst Melan (1938) schrieb hierzu:

“... In der Praxis liegen nun in den weitaus meisten Fällen die Verhältnisse so, dass verschiedene Belastungszustände möglich sind, die in beliebiger Reihenfolge und beliebig oftmalig einander folgen können. Es wird also der von einer bestimmten Belastung hervorgerufene Spannungszustand im allgemeinen nicht der gleiche sein, wenn diese Belastung nach einer Reihe von Belastungswechseln wieder auftritt. Da die Reihenfolge der Belastungen willkürlich zu sein pflegt, hat die Frage nach einem Spannungszustand bei einer bestimmten Belastung keinen Sinn.”

In der Plastizitätstheorie wird das mechanische Verhalten der Materialien auf diejenigen Eigenschaften reduziert, welche den Tragwiderstand eines Tragwerks im wesentlichen bestimmen. Dem Phänomen des Fliessens kommt dabei besondere Bedeutung zu. Obwohl ideal plastisches Fliessen nicht als Kontinuumseigenschaft von Baustoffen betrachtet werden kann (vgl. Kapitel 2.1.2), hat sich eine solche Idealisierung als zweckmässig erwiesen. Die bei vielen Materialien beobachtete markante Steifigkeitsänderung nach dem Überschreiten einer bestimmten Beanspruchungsintensität (Flie遟renze) wird damit auf die einfachst mögliche Art berücksichtigt. Der Plastizitätstheorie kommt insofern besondere Bedeutung zu, als dass sie eine wissenschaftlich konsistente Grundlage darstellt, aus welcher sich einfache und insbesondere anschauliche Modelle zur Bemessung und konstruktiven Durchbildung von Stahlbetontragwerken herleiten lassen. Die auf einheitlichen und wenigen Prinzipien beruhenden Methoden der Plastizitätstheorie gestatten es, die Traglasten von Tragwerken oder Bauteilen zu ermitteln, beziehungsweise deren Widerstand gegenüber Lasteinwirkungen zu beurteilen. Der wesentliche Unterschied zu einer auf der Grundlage linear elastischen Materialverhaltens durchgeführten Berechnung liegt in der Erkenntnis, dass unter Einbezug des Fliessens weitere Spannungszustände möglich sind, die sich durch Überlagerung von Eigenspannungszuständen aus der elastischen Lösung ergeben. Bei einer Berechnung gemäss den Methoden der Plastizitätstheorie steht demnach nicht die Analyse von Spannungszuständen, die sich während der Nutzung ergeben, im Vordergrund, sondern man beschränkt sich darauf, Zustände nach dem Auftreten plastischer Verformungen zu untersuchen. Durch Plastifizierungen werden Eigenspannungszustände verändert und die betrachteten Lösungen sind schliesslich von der Belastungsgeschichte unabhängig; sie stellen somit die einzig taugliche Grundlage zur Beurteilung der Tragsicherheit dar. Eine besonders gute Übereinstimmung zwischen dem Tragwiderstand eines Bauteils und der Berechnung wird sich in all jenen Fällen ergeben, in denen plastische Verformungen tatsächlich auftreten und so Umlagerungen der innern Beanspruchungen stattfinden können. Der Frage nach dem Verformungsvermögen kommt dabei eine zentrale Bedeutung zu.

Gegen die Anwendung der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton werden hauptsächlich Einwände hinsichtlich des Verhaltens von Beton vorgebracht. Tatsächlich kann in Frage gestellt werden, ob der im Rahmen der Plastizitätstheorie mit dem Flie遟gesetz ausgedrückte Zusammenhang zwischen statischen und kinematischen Grössen das tatsächliche Verhalten von Beton (vgl. Kapitel 2.1.3) angemessen beschreibe. In Versuchen zeigt sich allerdings immer wieder, dass, falls die Betonfestigkeit vorsichtig angesetzt wird, der Tragwiderstand auch in Fällen zuverlässig ermittelt werden kann, in

denen der Bruch durch die Entfestigung des Betons bestimmt wird. Bereits in Kapitel 2.2.4 wurden in diesem Sinn die Beanspruchungen des Betons durch das Erreichen der effektiven Festigkeit f_{ce} begrenzt. Das Konzept eines Fließspannungsniveaus (effektive Festigkeit) in Verbindung mit der Anwendung der Plastizitätstheorie wird in der Bodenmechanik seit jeher benützt. Die Einfachheit des Konzepts birgt jedoch den Nachteil, dass die effektive Festigkeit je nach Problemstellung unterschiedlich festgelegt werden muss. Die Tatsache, dass sich die aus einzelnen Versuchen gewonnen Kennwerte auf eine viel grössere Anzahl von Problemen übertragen lassen, verdeutlicht jedoch die Zulässigkeit einer solchen Vorgehensweise.

Im Stahlbetonbau muss ein möglichst duktileres Tragwerksverhalten gewährleistet werden können. Diese Forderung ergibt sich nicht aus dem Wunsch, die Bemessung auf der Grundlage der Plastizitätstheorie vornehmen zu können, sondern aus den eingangs dieses Abschnitts dargelegten Überlegungen. Mit den Methoden der Plastizitätstheorie verfügt der Ingenieur über zuverlässige Hilfsmittel, welche die Bemessung ermöglichen, aber auch helfen, kritische Tragwerksbereiche zu erkennen. Ein in jeder Hinsicht befriedigendes Tragwerksverhalten muss durch konstruktive Massnahmen und durch die Wahl geeigneter Materialien sichergestellt werden. Eine Berechnung kann hierzu nie die alleinige Grundlage sein.

2.3.2 Die Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie

Für ideal-plastisches Materialverhalten und falls das Gleichgewicht am unverformten System formuliert werden darf, gelten die auf die Arbeiten von Hill (1951) und Drucker, Greenberg und Prager (1951, 1952) zurückgehenden Grenzwertsätze:

- *Statischer Grenzwertsatz*: Jede Belastung, zu der sich ein stabiler, statisch zulässiger Spannungszustand angeben lässt, liegt nicht höher als die Traglast.
- *Kinematischer Grenzwertsatz*: Jede Belastung, zu der sich ein instabiler, kinematisch zulässiger Verschiebungszustand angeben lässt, liegt nicht tiefer als die Traglast.

Ein Spannungszustand heisst *statisch zulässig*, wenn er überall die Gleichgewichtsbedingungen und die statischen Randbedingungen erfüllt. Er ist *stabil*, wenn die Fließbedingung an keiner Stelle verletzt wird. Ein Verschiebungszustand wird als *kinematisch zulässig* bezeichnet, wenn er die kinematischen Relationen sowie die kinematischen Randbedingungen des Systems erfüllt. Er ist *instabil*, wenn die Arbeit der äusseren Belastung bei einer Verschiebung grösser oder gleich der zugehörigen Dissipationsarbeit ist.

Die Grenzwertsätze folgen aus dem Prinzip der virtuellen Arbeit und aus dem Prinzip der maximalen Dissipationsarbeit. Einen Spannungszustand und einen Verschiebungszustand nennt man *verträglich*, wenn sie der Theorie des plastischen Potentials (Konvexität der Fließbedingung, Orthogonalität der plastischen Verzerrungsincremente) genügen [Marti (1980)]. Daraus lässt sich folgender Satz ableiten:

- *Verträglichkeitssatz*: Jeder nichttriviale, kinematisch zulässige Verschiebungszustand, welcher mit einem stabilen, statisch zulässigen Spannungszustand verträglich ist, ist instabil, und die zugehörige Belastung stellt die Traglast dar.

Bei der Anwendung des Verträglichkeitssatzes ist zu beachten, dass die untersuchten Spannungs- und Verschiebungszustände nicht mit denjenigen übereinstimmen müssen, die sich beim Kollaps wirklich einstellen. Notwendig ist lediglich ihre Verträglichkeit im hier besprochenen Sinn. Für die *vollständige Lösung* eines Problems genügt die Angabe eines stabilen, statisch zulässigen Spannungszustands und eines damit verträglichen, nichttrivialen kinematisch zulässigen Verschiebungszustands. Die vollständige Lösung entspricht der Traglast des Systems.

2.3.3 Statische und kinematische Methode

Bei der Anwendung der statischen Methode wird ein Spannungszustand gesucht, der die Gleichgewichtsbedingungen und die statischen Randbedingungen erfüllt, und die Fließbedingungen nirgends verletzt. Durch Betrachtung verschiedener statisch zulässiger Spannungszustände wird man versuchen, denjenigen zu finden, mit dem eine möglichst grosse äussere Belastung aufgenommen werden kann. Bild 2.41 verdeutlicht diese Art der Annäherung an die theoretische Traglast; sie entspricht der Anwendung des statischen Grenzwertsatzes. Die Kompatibilität der Verschiebungen braucht dabei nicht berücksichtigt zu werden. Oft ist es zweckmässig, von dem speziellen statisch zulässigen Spannungszustand auszugehen, der sich unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens einstellt, und diesen durch Überlagerung von Eigenspannungszuständen zu variieren. Da in vielen Fällen ohnehin Berechnungen am elastischen System durchgeführt werden, ist ein solches Vorgehen besonders naheliegend.

Mit der kinematischen Methode untersucht man einen nichttrivialen, kinematisch zulässigen Verschiebungszustand, respektive einen Mechanismus, der zum Kollaps der Struktur führt. Aus der Gleichsetzung der Arbeit der äusseren Kräfte mit der in der Bewehrung und im Beton dissipierten Energie resultiert ein oberer Grenzwert für die Traglast. Dabei ist es ebenfalls möglich, durch die Betrachtung verschiedener Verschiebungszustände, die Lösung zu verbessern. Anstelle eines Maximums wird aber ein Minimum der äusseren Belastung gesucht. In der Regel erweist es sich als hilfreich, von einem vorgängig ermittelten Spannungszustand auszugehen und Änderungen des Verschiebungszustands in den Zonen anzusetzen, die am stärksten beansprucht sind.

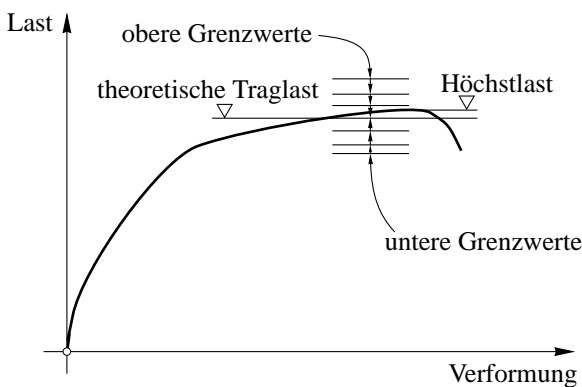


Bild 2.41: Statische und kinematische Methode der Plastizitätstheorie: Anwendung der Grenzwertsätze.

Bei Stab- und Flächentragwerken mit klar definierten Randbedingungen ist es im allgemeinen möglich, vollständige Lösungen zu finden. Häufig lassen sich jedoch die komplexe räumliche Geometrie der Bauteile und die konstruktiven Verbindungen rechnerisch kaum richtig erfassen. Man wird sich daher damit begnügen, obere und untere Grenzwerte der Traglast an vereinfachten Systemen zu untersuchen, und diese einander gegenüberzustellen. Bei der Beurteilung der Resultate wird der Ingenieur abwägen müssen, inwieweit die Vereinfachungen die Ergebnisse beeinflussen. Es wird sich allerdings nur in jenen Fällen eindeutig entscheiden lassen, ob berechnete obere Grenzwerte der Traglast über oder unter der tatsächlich erreichbaren Höchstlast liegen, in denen die Idealisierung der kinematischen Randbedingungen die wirklichen Verhältnisse adäquat repräsentieren. Untere Grenzwerte der Traglast liegen hingegen, ein ausreichend duktiler Verhalten der Tragwerkskomponenten vorausgesetzt, immer unter der tatsächlich erreichbaren Höchstlast (vgl. Bild 2.41).

Für praktische Bemessungsaufgaben empfiehlt sich ein Vorgehen gemäss der statischen Methode. Dies hat den Vorteil, dass die Tragsicherheit eher vorsichtig beurteilt wird, und dass ein statisch zulässiger Spannungszustand für das gesamte Tragwerk entwickelt wird, was die konstruktive Durchbildung ermöglicht. Die kinematische Methode erweist sich bei der Beurteilung bestehender Bauten als besonders nützlich, da mit ihrer Hilfe obere Grenzwerte der Traglast schnell und zuverlässig abgeschätzt werden können. Aber auch bei der Bemessung lassen sich damit die Bewehrungsführung oder wichtige Abmessungen überprüfen. Die Methoden der Plastizitätstheorie ergänzen sich in idealer Weise. Sie stellen echte Ingenieurmethoden dar, indem ihre Anwendung nicht das Erstellen umfangreicher Berechnungen, sondern die Erarbeitung von Entscheidungshilfen in den Vordergrund rückt.

2.3.4 Diskontinuitäten

Bei der Wahl statisch zulässiger Spannungszustände (vgl. Kapitel 3.2) ist zu beachten, dass die Spannungsfelder Unstetigkeiten (Diskontinuitäten) aufweisen dürfen. Da die Gleichgewichtsbedingungen auch für ein Element an der Diskontinuitätsfläche erfüllt sein müssen, besteht allerdings keine vollständige Freiheit bei der Wahl der Spannungen. Bei einem Scheibenelement müssen daher an der Diskontinuitätsfläche, die im ebenen Fall zu einer Linie degeneriert, sowohl die Normalspannungen σ_n als auch die Schubspannungen τ_m übereinstimmen (Bild 2.42). Dies bedeutet, dass lediglich die Normalspannungen σ_t parallel zur Diskontinuitätslinie unstetig sein dürfen, und es besteht

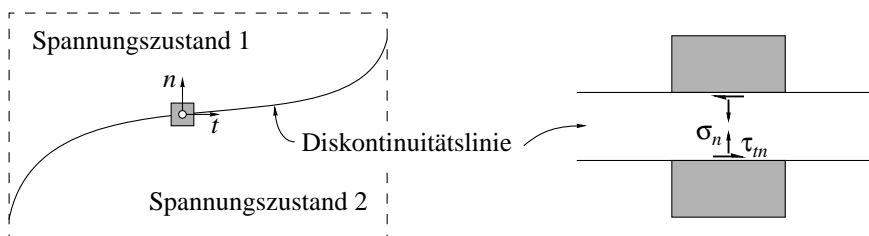


Bild 2.42: Diskontinuität im Spannungszustand.

diesbezüglich eine Analogie zu einem freien Rand. Die Normalspannungen σ_n senkrecht zur Diskontinuitätslinie sowie die Schubspannungen τ_{tn} müssen stetig verlaufen.

Wie im Spannungszustand sind auch im Verschiebungszustand Diskontinuitäten möglich. Beschränkt man sich wiederum auf ebene Probleme, so lässt sich die Unstetigkeit gemäss Bild 2.43 darstellen. Die Diskontinuitätslinie stellt den Grenzfall einer Schicht mit gegen null strebender Dicke d dar, in der sich der Verschiebungszustand stetig ändert.

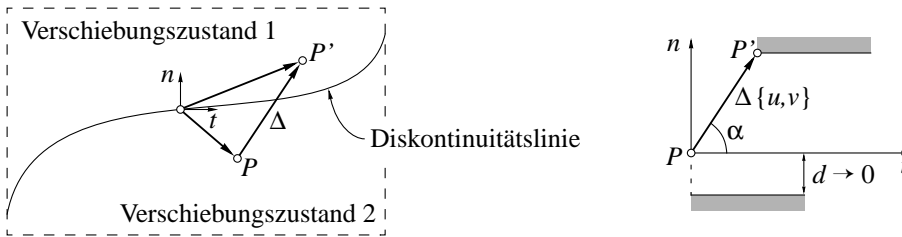


Bild 2.43: Diskontinuität im Verschiebungszustand.

Unter der Annahme, dass die Komponenten u und v (in Richtung der Achsen t und n) des Verschiebungsvektors Δ innerhalb der Diskontinuität linear variieren, kann der Verzerrungszustand in der Schicht wie folgt ausgedrückt werden:

$$\varepsilon_t = \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad \varepsilon_n = \frac{\partial v}{\partial n} = \frac{|\Delta|}{d} \cdot \sin \alpha, \quad (2.92 \text{ a,b})$$

$$\gamma_{tn} = \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{|\Delta|}{d} \cdot \cos \alpha. \quad (2.93)$$

Im Hauptachsensystem ergibt sich

$$\varepsilon_1 = \frac{|\Delta|}{2d} \cdot (1 + \sin \alpha), \quad \varepsilon_2 = -\frac{|\Delta|}{2d} \cdot (1 - \sin \alpha). \quad (2.94 \text{ a,b})$$

Auf der Grundlage der Beziehungen (2.94) kann die im Beton dissipierte Energie ermittelt werden. Für den ebenen Spannungszustand und unter der Annahme einer quadratischen Fliessbedingung gemäss Bild 2.15 findet man für die spezifische Dissipation im Beton infolge einer Einheitsverschiebung an der Diskontinuitätslinie den Ausdruck:

$$W_c^{(p)} = \frac{f_{ce}}{2} \cdot (1 - \sin \alpha). \quad (2.95)$$

Wie in Bild 2.43 bezeichnet α dabei den Winkel zwischen der Diskontinuitätslinie und dem Verschiebungsvektor. Ausführlicheres hierzu findet man bei Marti (1980) und bei Sigrist, Alvarez und Kaufmann (1995).

3 Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern

3.1 Einführung

Anfang der sechziger Jahre setzte, parallel zur Entwicklung plastischer Berechnungsmethoden, eine rege Forschungstätigkeit zur Klärung der Fragen bezüglich des Verformungsvermögens plastischer Gelenkbereiche von Stahlbetonträgern ein; weltweit wurden zahlreiche experimentelle und theoretische Untersuchungen durchgeführt. Diese Arbeiten gelangten mit der Veröffentlichung des CEB-FIP Model Code [CEB (1978)] zu einem vorläufigen Abschluss; auf der Grundlage einer statistischen Auswertung von Versuchsergebnissen wurden zulässige Gelenkverformungen in Funktion der bezogenen Druckzonenhöhe c/d festgelegt. Bedingt durch verschiedene materialtechnologische Entwicklungen (niedrigduktiler Stahl, hochfester Beton) und die fortschreitende Entwicklung nichtlinearer Berechnungsverfahren, wurde der Problembereich des Verformungsvermögens in den achtziger Jahren erneut aufgegriffen.

In den theoretischen Arbeiten orientierte man sich mehrheitlich an der klassischen Biegelehre und erarbeitete Methoden zur Berechnung der Momenten-Krümmungs-Beziehung sowie der fiktiven Länge der plastischen Gelenke. Erste Vorschläge zur Ermittlung der Gelenklänge stammen von Baker und Amarakone (1965), Mattock (1965) und Corley (1966); die entwickelten Gleichungen beruhen auf der Auswertung von Versuchsergebnissen und stellen empirische Beziehungen dar. Verschiedene Einflüsse (System und Art der Belastung, Verformungsverhalten der Materialien, Querschnittsgeometrie) wurden dabei nicht, oder nur indirekt berücksichtigt.

Dilger (1966) ging in seinen Untersuchungen von der Hypothese vom Ebenbleiben der Querschnitte aus, berücksichtigte aber den Einfluss der Querkraft, indem er den Verlauf der Zugkraft und der Krümmung im Gelenkbereich entsprechend der Fachwerkkanalogie korrigierte. Er war damit in der Lage, Gelenklängen für verschiedene Stahlsorten, Betonfestigkeiten und Lastanordnungen zu berechnen; als Versagensart berücksichtigte er ausschliesslich den Bruch der Biegedruckzone. Bachmann (1967) entwickelte ein Verfahren, das auf der Ermittlung der Rissweiten und den daraus resultierenden Elementverdrehungen aufbaut; durch Summation der Verdrehungsanteile bestimmt er die plastischen Verformungen der Gelenkbereiche (Gelenkwinkel). Dabei berücksichtigte er die Verbundwirkung zwischen Beton und Stahl und insbesondere auch die Auswirkung geneigter Risse im Bereich grosser Querkraftbeanspruchungen; je nach vorherrschender Beanspruchungsart unterschied er zwischen dem *Biegerissgelenk* und dem *Schubrissgelenk*. In die Betrachtungen wurden alle möglichen Versagensarten (Zerreißen der Bewehrung, Bruch der Biegedruckzone, Stegbruch) einbezogen.

Macchi (1974) schlug ein vereinfachtes Rechenverfahren für den Nachweis des Verformungsvermögens bei Durchlaufträgern vor; für einen vorgängig gewählten Grad der

Schnittkraftumlagerung ermittelte er den Verformungsbedarf des Systems und verglich diesen mit zulässigen Werten für den plastischen Gelenkwinkel [Siviero (1974)].

In neueren Arbeiten versuchte man, insbesondere durch die Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze, die komplexen Verformungsvorgänge rechnerisch nachzuvollziehen, was mitunter zur Entwicklung relativ umfangreicher Computerprogramme führte [Langer (1987), Graubner (1989), Cohn und Riva (1991)]. Die grundlegenden Mechanismen des Risswachstums und der Plastifizierung sowie der Schnittkraftumlagerung und die eigentlichen Bruchprozesse wurden aber kaum untersucht; ebenso wurde der Kraftfluss in den Gelenkbereichen nur wenig studiert.

Im folgenden wird ein Rechenmodell zur Ermittlung des Verformungsvermögens plastischer Gelenkbereiche von Stahlbetonträgern vorgestellt. Die Ausführungen beziehen sich mehrheitlich auf profilierte, schlaff bewehrte Durchlaufträger; wo dies möglich ist, werden aber auch Hinweise auf vorgespannte Träger gegeben. Hintergrund für die Entwicklung des Modells ist die statische Methode der Plastizitätstheorie, respektive die Analyse des Spannungszustands des Tragwerks auf der Grundlage einfacher Spannungsfelder. Bezieht man bei der Entwicklung der Spannungsfelder auch kinematische Überlegungen mit ein, so ist man in der Lage, den Kraftfluss in der Struktur mit ausreichender Genauigkeit zu beschreiben. Die Verknüpfung der statischen mit den kinematischen Beziehungen erfolgt über die Stoffgesetze. Diese sind im wesentlichen in Kapitel 2 zusammengestellt und werden, falls nötig, durch erweiterte Betrachtungen ergänzt. Damit ist es möglich, insbesondere die plastischen Verformungsanteile zu berechnen. Diese umfassen die Verformungen ab dem Fliessbeginn der Bewehrung bis zum Versagen einer der Tragwerkskomponenten.

Durch eine solche Vorgehensweise beschreitet man einen Mittelweg zwischen Balkentheorie und Scheibenanalyse. Die klassische, auf den Trägerquerschnitt bezogene Betrachtungsweise der Balkentheorie wird durch den Einbezug der Spannungsfelder wesentlich erweitert. Dabei werden nicht bloss die Gurtkräfte entsprechend dem sogenannten Versatzmass korrigiert, sondern sowohl der Verlauf der Gurtkräfte als auch der Spannungszustand des Stegs können für die verschiedenen zu untersuchenden Belastungsintensitäten ermittelt werden. Eine detailliertere Untersuchung des Spannungszustands würde eine Scheibenanalyse erfordern. Hierzu fehlen jedoch weitgehend die Rechengrundlagen zur Berücksichtigung des nichtlinearen Materialverhaltens sowie des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Zudem wären entsprechende Berechnungen äusserst aufwendig und kaum für eine Anwendung in der Praxis geeignet. Das hier gewählte Vorgehen lässt sich hingegen problemlos mit der konventionellen Stabstatik kombinieren, indem die plastischen Verformungsbereiche für die Ermittlung der Schnittkraftverteilung als *plastische Gelenke* idealisiert werden. Dieser Übergang stimmt allerdings nur näherungsweise mit den tatsächlichen Gegebenheiten überein; der dabei gemachte Fehler fällt aber, in Anbetracht der ohnehin vorhandenen Unsicherheiten bezüglich des Verhaltens und des Zusammenwirkens der Materialien, unwesentlich aus.

Mit Hilfe des in Kapitel 3.3 gezeigten Rechenmodells ist es möglich, das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche von Durchlaufträgern für gewählte Spannweitenverhältnisse und Lastanordnungen zu berechnen; die erforderliche Duktilität kann damit für bestimmte Beanspruchungssituationen quantifiziert werden. Bei der Anwen-

derung des Verfahrens in der Praxis wird man sich, wie beim Tragsicherheitsnachweis, auf einige wenige Belastungsszenarien beschränken müssen, die das Versagen des Tragwerks, oder von Teilen davon, zur Folge haben können. Es wird im allgemeinen jedoch nicht möglich sein, alle möglichen Lastkombinationen bezüglich ihrer Auswirkungen auf den Verformungsbedarf und das Verformungsvermögen zu überprüfen. Ziel der rechnerischen Überprüfung kann es demzufolge nicht sein, alle nur denkbaren Einwirkungen zu berücksichtigen. Die Aufgabe des Ingenieurs besteht vielmehr darin, die massgebenden Beanspruchungen zu erkennen und, anhand von einigen aussagekräftigen Berechnungen, die Gefährdung, die diese für das Tragwerk darstellen, zu beurteilen. Berechnungen können aber nie eine den Anforderungen angepasste Konzeption und die korrekte konstruktive Durchbildung des Tragwerks ersetzen. Sie sollen den Ingenieur jedoch in die Lage versetzen, kritische Tragwerksbereiche oder Beanspruchungssituationen zu identifizieren. Durch die Wahl der Betonabmessungen und durch die Bewehrungsführung wird man dann versuchen, das Verhalten in einem günstigen Sinn zu beeinflussen. Im Fall der Überprüfung bestehender Bauten, einer heute immer häufiger vorkommenden Ingenieuraufgabe, umfassen die möglichen Massnahmen die Anordnung von Zustandserfassungen oder von Nutzungseinschränkungen sowie gegebenenfalls von Verstärkungen.

3.2 Zur Entwicklung von Spannungsfeldern

3.2.1 Grundelemente der Bemessung

Die Idee, den Kraftfluss in Stahlbetonelementen mit Fachwerkmodellen zu untersuchen, wird gewöhnlich mit den Namen Ritter und Morsch in Verbindung gebracht. In einem Aufsatz beschrieb Ritter (1899) die ursprünglich von Hennebique vorgeschlagene Fachwerkanalogie, zweifelte aber noch an der Tauglichkeit des Modells, die tatsächlichen Verhältnisse angemessen zu repräsentieren. Anhand von Versuchen fand Morsch (1922) die Modellvorstellung jedoch bestätigt. Er entwickelte auch verfeinerte Modelle, indem er die Fachwerkwirkung der Gurte, der Bügel und der Stegdiagonalen durch Strebenwirkungen, d.h. direkte Abstützung der Lasten auf die Auflager, ergänzte. Er erkannte somit bereits, dass, abhängig vom Bewehrungsgehalt, den Spannweitenverhältnissen und der Beanspruchungsintensität, nicht unbedingt die gesamte Querkraft über die Bügel abgetragen wird. In Versuchen beobachtete er auch die Bildung von sekundären Stegrissen, die teilweise bedeutend flachere Neigungen als die unter etwa 45° geneigten Erstrisse aufwiesen. Es gelang ihm jedoch nicht, die Neigung der Risse, respektive der diagonalen Druckstreben, rechnerisch zu bestimmen. Für die praktische Bemessung der Bügel in Trägerstegen beschränkte er sich deshalb ausdrücklich auf die Anwendung des 45° -Fachwerkmodells.

Die ersten Spannungsfelder auf der Grundlage der Plastizitätstheorie wurden anfangs der sechziger Jahre von Drucker (1961) vorgestellt. Damit wurde die Idee, den Kraftfluss in einem Tragwerk mit einfachen Gleichgewichtsmodellen zu beschreiben, erneut aufge-

griffen und im Hinblick auf die Traglastermittlung auf eine theoretische Basis gestellt. Die Fließbedingungen für orthogonal bewehrte Stahlbeton-Scheibenelemente wurden erstmals von Nielsen (1963) entwickelt, wobei er seinen Betrachtungen Spannungsfelder zugrunde legte. Lampert (1970) untersuchte den Bruchwiderstand von schwach bewehrten, durch Torsion, Biegung und Normalkraft beanspruchten Trägern. Die wesentliche Neuerung bestand in der Entwicklung des Fachwerkmodells mit *variabler Diagonalen- neigung*; die Neigung des Druckfeldes im Trägersteg wurde als freie Variable eingeführt und mit Hilfe der Methoden der Plastizitätstheorie bestimmt. Müller (1978) erweiterte diese Modellvorstellungen und zeigte, dass die Ermittlung der Druckfeldneigung dem Vorgehen bei der Behandlung von Stahlbetonscheiben (vgl. Kapitel 2.2.4), mit den dabei zu unterscheidenden Fließregimes, entspricht. Für Träger mit dünnwandigen, geschlossenen Querschnitten unter konstanter Torsions- und Biegebeanspruchung fand er zudem kinematisch zulässige Verschiebungszustände und ergänzte damit die statische Lösung gemäss Fachwerkmodell für diesen Fall zu einer vollständigen Lösung im Sinne der Plastizitätstheorie (vgl. Kapitel 2.3.2). In der Folge wurde die Vorstellung des diskreten Fachwerkmodells auf diskontinuierliche Spannungsfelder erweitert und daraus ein eigentliches Bemessungsverfahren entwickelt. Einen umfassenden Überblick über diese Entwicklungen vermitteln die Publikationen von Thürlimann et al. (1983), Nielsen (1984), Marti (1985) und Muttoni et al. (1989). Eine verwandte Methode, die sich allerdings mehr an der Elastizitätstheorie orientiert, wurde von Schlaich und Schäfer (1984) vorgeschlagen.

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten Hilfsmittel zusammengestellt, die es ermöglichen, den Spannungszustand profilierter Stahlbetonträger zu beschreiben. Hierzu werden diskontinuierliche Spannungsfelder verwendet. Im Unterschied zu einer Vorgehensweise auf der Grundlage diskreter Fachwerkmodelle, gestattet es diese Art der Idealisierung auch, die Betonabmessungen sowie die Verankerung der Bewehrung zu überprüfen. Zudem wird damit dem Kontinuumscharakter des Betons Rechnung getragen. Die aus den Spannungsfeldern resultierenden inneren Kräfte können anschliessend an äquivalenten Fachwerkmodellen ermittelt werden.

Ausgangspunkt für das Arbeiten mit Spannungsfeldern ist die Aufteilung des an sich dreidimensionalen Bauwerkskörpers in ebene Tragelemente. Man stellt sich dabei den Träger als in seine Komponenten, Obergurt, Untergurt und Steg, zerlegt vor. Für die praktische Anwendung ist es in der Regel ausreichend, von parallel verlaufenden Gurtkräften – und damit von einem konstanten Hebelarm der Gurtkräfte – auszugehen. Die Hauptaufgabe der Bemessung besteht nun darin, für die Stegscheibe einen möglichst zweckmässigen Spannungszustand zu finden und diesen mit einem diskontinuierlichen Spannungsfeld zu visualisieren. Auf der Grundlage des dabei gefundenen Verlaufs der Gurtkräfte kann dann die Bemessung der Gurtplatten in einem zweiten Schritt erfolgen.

Als Grundelemente zur Beschreibung des Spannungszustands des Stegs dienen Fächer, parallele Druckbänder und Knoten für den Beton, sowie parallele Zugbänder für die Bügelbewehrung. Bild 3.1 zeigt die Anwendung dieser Elemente am Beispiel eines einfachen Balkens mit einer einseitigen Auskragung. Für den Hebelarm der Gurtkräfte wurde dabei einfachheitshalber etwa der Abstand der Flanschmittelpunkte $d_v = 620$ mm angenommen (Bild 3.1(b)). Für die Neigung der Druckbänder wurde im Feld ein Winkel

ϑ von 41.5° und im Kragarm ein solcher von 44.4° gewählt. Fächer und Knoten sind in all jenen Bereichen erforderlich, wo konzentrierte Kräfte eingeleitet werden. Grundsätzlich könnte aber das gesamte Spannungsfeld ausschliesslich mit Fächern konstruiert werden. Um die Berechnung übersichtlich zu halten, ist es im allgemeinen jedoch zweckmässig, den Steg in eine Anzahl gleicher Abschnitte zu unterteilen, was, zumindest für Bereiche des Tragwerks, zu einer Abfolge von parallelen Druckbändern führt.

Der Kraftfluss im Steg des Trägers kann anhand des in Bild 3.1(b) gezeigten Druckbandes *ABED* verdeutlicht werden. Die gleichmässig verteilte Last *q* entlang der Linie *DE* und das vertikale Zugband *BCED*, das die Wirkung der Bügelbewehrung beschreibt, stehen im Gleichgewicht mit den vertikalen Komponenten der Betondruckspannungen im Steg. Die horizontalen Komponenten der Betondruckspannungen bewirken hingegen einen Zuwachs der Gurtkraft entlang der Linie *DE*. Im Bild sind die daraus resultieren-

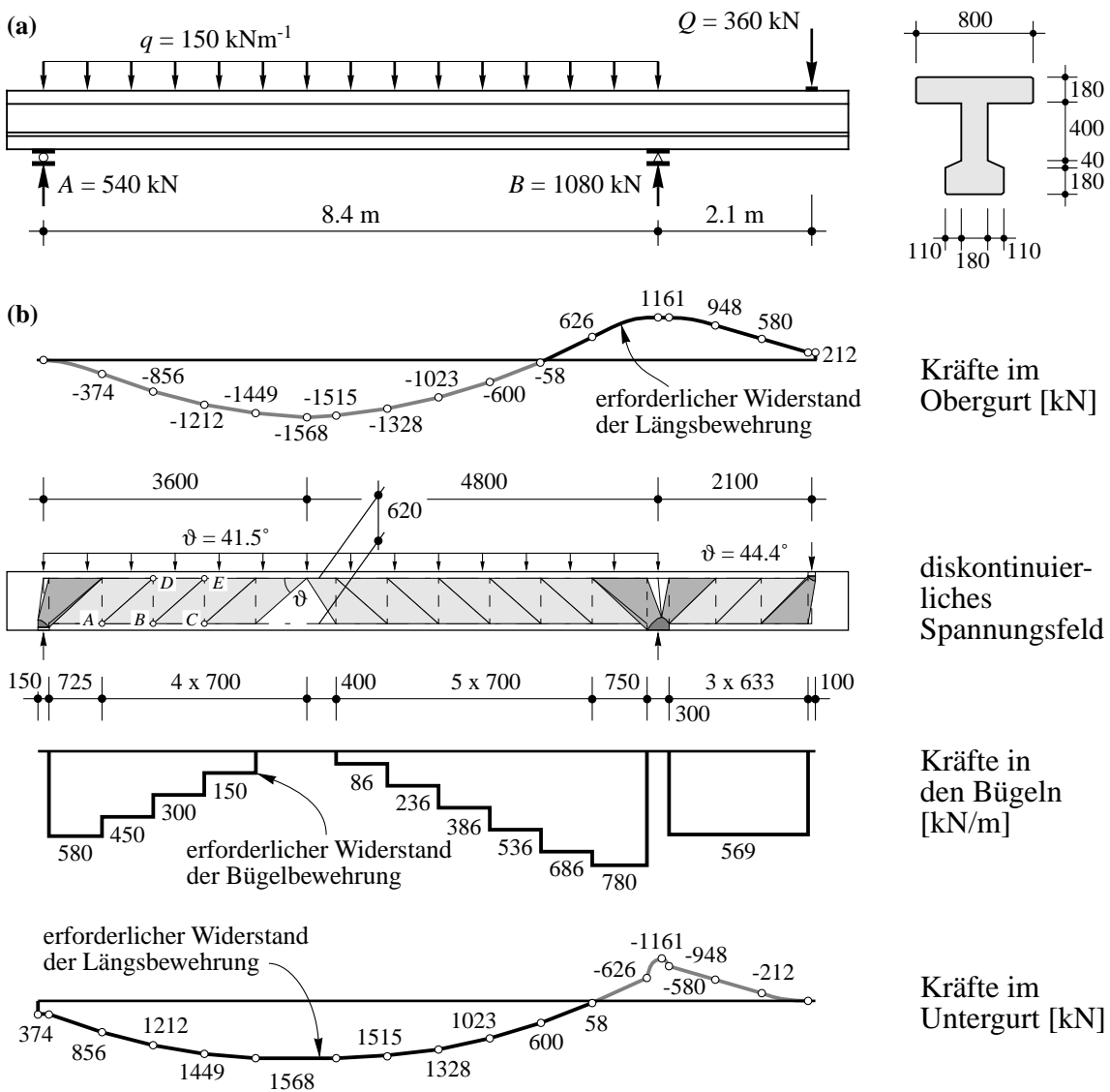


Bild 3.1: Einfacher Balken mit einseitiger Auskragung: (a) Geometrie und Belastung; (b) diskontinuierliches Spannungsfeld und daraus resultierende Bewehrungskräfte. [Abmessungen in m und mm, Kräfte in kN]

den Gurt- und Bügelkräfte aufgetragen. Für die Bügelkräfte ergibt sich ein abgetreppter Verlauf, wobei jedem Treppenniveau der in diesem Trägerabschnitt erforderliche Widerstand der Bügelbewehrung entspricht; in der Literatur findet man hierfür den Begriff “staggered shear design” [Marti (1986)]. Werden nur Lasten berücksichtigt, die auf dem Niveau des oberen Flansches angreifen, so ist die zugehörige Querkraftlinie, bei einem als gewichtslos betrachteten Träger, dieser Treppenlinie umschrieben. Alle unterhalb des oberen Flansches angreifenden Lasten, im vorliegenden Fall das Eigengewicht des Steges und des unteren Flansches, müssen mittels einer zusätzlichen Aufhängebewehrung aufgenommen werden.

Bild 3.2(b) zeigt den Schnittkörper für den Fall eines zentrierten Fächers für einen parallelgurtigen Träger unter einer gleichmässig verteilten Belastung. Die Fächerberandungen AD und BC stellen Diskontinuitätslinien im Sinne von Kapitel 2.3.4 dar. In der Bemessung wird normalerweise davon ausgegangen, dass die Bügelbewehrung die Fließgrenze f_y erreicht; die Beanspruchungen des Betons können anschliessend kontrolliert werden. Die abschnittsweise einheitliche Bügelbewehrung bewirkt eine gleichmässig verteilte Belastung $a_{sw} \cdot f_y$ innerhalb jeden Abschnitts; a_{sw} steht für den bezogenen Bügelquerschnitt A_{sw}/s_w , wobei s_w den Abstand der Bügel bezeichnet. Für den Schnittkörper in Bild 3.2(b) liefert die Gleichgewichtsbedingung für die vertikalen Kräfte die Beziehung

$$a_{sw}^{(l)} \cdot f_y \cdot b = (q + a_{sw}^{(r)} \cdot f_y) \cdot a \quad . \quad (3.1)$$

Die Intensitäten $a_{sw}^{(l)} \cdot f_y$ und $a_{sw}^{(r)} \cdot f_y$ der vertikalen Zugbänder links und rechts des Schnittes BD entsprechen somit den Beanspruchungsniveaus im abgetreppten Diagramm gemäss Bild 3.1(b). In jedem Punkt des fächerförmigen Betondruckfelds $ABCD$ ist der

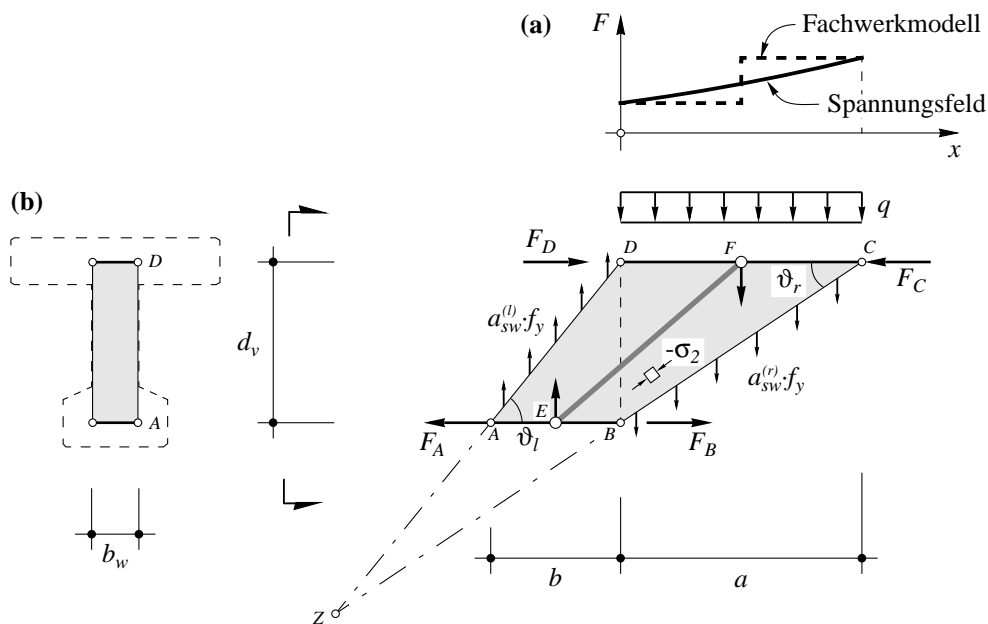


Bild 3.2: Zentrierter Fächer. (a) Verlauf der Gurtkraft des oberen Flansches; (b) Spannungsfeld und äquivalentes Fachwerkmodell.

Beton einachsig, durch die Druckspannung $\sigma_2(x,y)$, beansprucht. Die Hauptspannungstrajektorien des Fächers verlaufen geradlinig und schneiden sich alle ausserhalb der Stegscheibe im Punkt Z ; der Fächer ist somit in diesem Punkt zentriert. Die Betonspannungen können für jeden Punkt des Fächers berechnet werden, wobei vor allem die Punkte entlang der flacheren Fächerberandung BC interessieren. So ergibt sich beispielsweise für den Punkt C die Druckspannung

$$\sigma_{2C} = \frac{-(q + a_{sw}^{(r)} \cdot f_y)}{b_w \cdot \sin^2 \vartheta_r} ; \quad (3.2)$$

b_w bezeichnet dabei die Breite des Steges. Entlang der Linie CB wächst die Druckspannung hyperbolisch an. Den grössten Wert innerhalb des Fächers findet man mit

$$\sigma_{2B} = \frac{-(q + a_{sw}^{(r)} \cdot f_y) \cdot a}{b_w \cdot \sin^2 \vartheta_r \cdot b} = \frac{-a_{sw}^{(l)} \cdot f_y}{b_w \cdot \sin^2 \vartheta_r} \quad (3.3)$$

für den Punkt B , da an dieser Stelle sowohl die kleinste horizontale Abmessung (b) des Fächers als auch der kleinste Neigungswinkel (ϑ_r) des Trajektorienfelds vorliegen.

Für einen mit $a = b$ zu einem parallelen Druckband degenerierten Fächer liefern die Beziehungen (3.2) und (3.3) identische Ergebnisse. Da in diesem Fall die Trajektorien parallel verlaufen, ergeben sich auch für alle andern Punkte innerhalb des Druckbandes die gleichen Druckspannungen. Ersetzt man in Gleichung (3.3) die Intensität des Zugbandes durch die Querkraft V im Schnitt BD

$$V = a_{sw}^{(l)} \cdot f_y \cdot a = a_{sw}^{(l)} \cdot f_y \cdot d_v \cot \vartheta , \quad (3.4)$$

mit $\vartheta_r = \vartheta_l = \vartheta$ sowie $b = a = d_v \cot \vartheta$, so ergibt sich die bekannte Bemessungsformel

$$-\sigma_2 = \frac{V}{b_w \cdot d_v \cdot \sin \vartheta \cos \vartheta} . \quad (3.5)$$

Anhand des Vergleichs der Druckspannung σ_2 mit der effektiven Betondruckfestigkeit f_{ce} (vgl. Kapitel 2.2.4) können sodann die Betonabmessungen des Steges überprüft werden.

Der Verlauf der Gurtkräfte kann ebenfalls mit Hilfe elementarer Überlegungen ermittelt werden. Für den Obergurt des zentrierten Fächers gemäss Bild 3.2 liefert die Lösung des Gleichgewichtsproblems die parabolische Beziehung

$$F(x) = F_D + (q + a_{sw}^{(r)} \cdot f_y)x \cdot \frac{(a-b)x + 2ab}{2d_v a} ; \quad (3.6)$$

darin bezeichnet x die horizontale Koordinate mit dem Ursprung im Punkt D . Die Kraft F_D wird dabei als bekannt vorausgesetzt. In Bild 3.2(a) ist die Gurtkraft entlang der Linie DC aufgetragen. Für den Verlauf der Kraft im Untergurt liesse sich eine analoge Gleichung angeben. Wiederum kann die für den Fächer gefundene Beziehung auch auf den Fall des parallelen Druckbandes übertragen werden. Mit $b = a = d_v \cot \vartheta$ vereinfacht sich die Beziehung (3.6) zu

$$F(x) = F_D + (q + a_{sw}^{(r)} \cdot f_y)x \cdot \cot \vartheta \quad , \quad (3.7)$$

was einer linearen Zunahme der Gurtkraft entspricht.

Die Gurtkräfte in den Eckpunkten des Fächerbereichs lassen sich mit den bekannten Querschnittsbeziehungen ermitteln. Mit den Schnittkräften M , V und N findet man für vertikale Schnitte durch die Endpunkte der Fächer oder Druckbänder (z.B. Schnitt BD in Bild 3.2(b)) die folgenden Gleichungen:

$$F_{sup} = -\frac{M}{d_v} + \frac{N}{2} + \frac{|V|}{2} \cdot \cot \vartheta_l \quad (3.8)$$

für den Obergurt und

$$F_{inf} = \frac{M}{d_v} + \frac{N}{2} + \frac{|V|}{2} \cdot \cot \vartheta_r \quad (3.9)$$

für den Untergurt. Dabei sind die Neigungen der jeweils angrenzenden Diskontinuitätslinien (im Beispiel ϑ_l resp. ϑ_r) zu berücksichtigen. In Bild 3.2(a) ebenfalls eingetragen, ist der Verlauf der Gurtkraft, der sich aus einer Berechnung am äquivalenten Fachwerkmodell ergibt. Für das Fachwerkmodell werden die Beanspruchungen der Zugbänder und des Fächers durch ihre Resultierenden ersetzt; die Druckdiagonale verbindet die Mittelpunkte der Strecken AB und CD und ihr Neigungswinkel beschreibt die mittlere Wirkungsrichtung des Trajektorienfelds. Wie das Diagramm in Bild 3.2(a) zeigt, stimmen damit die Gurtkräfte in den Endpunkten des Fächers (oder des parallelen Druckbandes) mit denjenigen aus der Spannungsfeldanalyse überein.

In Bereichen wo konzentrierte Kräfte eingeleitet werden, bilden sich neben Fächern auch zweiachsig beanspruchte Knoten. Aufgrund der geometrischen Ausdehnung der Knoten sind die Fächer nicht mehr zentriert. Ein solcher Fall ist in Bild 3.3 für eine durch eine gleichmässig verteilte Last p beanspruchte Konsole behandelt. Das betrachtete Beispiel entspricht aber auch den Verhältnissen im Stützenbereich eines Durchlaufträgers, wobei dann die Last p die Anteile aus der Nutzlast q sowie der Wirkung der Bügelbewehrung $a_{sw}f_y$ umfasst.

Die Geometrie des Knotens ABC kann aus der Bedingung ermittelt werden, dass entlang der Knotenränder gerade die einachsige Betondruckfestigkeit f_c erreicht wird. Im Knoteninnern herrscht ein sogenannt *hydrostatischer* Spannungszustand, bei dem die Intensitäten der beiden Hauptspannungen identisch sind. Die Geometrie der Knotenberandung CB folgt aus der Lösung der Differentialgleichung des Gleichgewichts für die vertikalen Kräfte. Im lokalen Koordinatensystem mit den Achsen ξ und η führt dies zur hyperbolischen Funktion

$$(\eta + d')^2 = d'^2 + \xi^2 \frac{a-b}{b} + 2\xi(b+e) \quad , \quad (3.10)$$

wobei die in Bild 3.3 eingeführten Bezeichnungen verwendet werden. Wie in den vorangehenden Ausführungen wird der Hebelarm der Gurtkräfte d_v vorerst als bekannt vorausgesetzt. Durch Umformung von Gleichung (3.10) und unter Berücksichtigung der

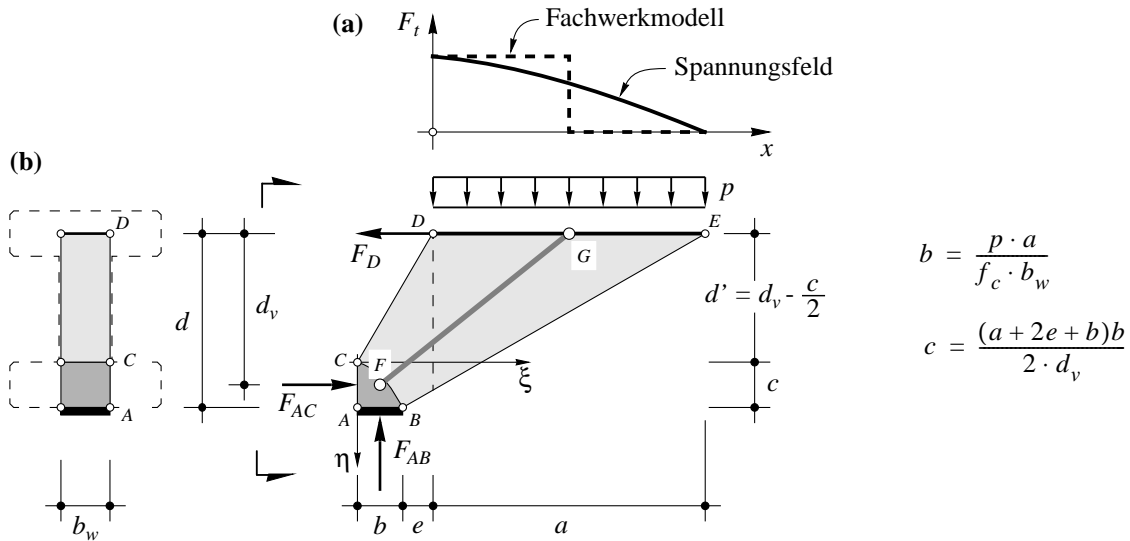


Bild 3.3: Fächerwirkung in einer gleichmässig belasteten Konsole. (a) Verlauf der Gurtkraft; (b) Spannungsfeld und äquivalentes Fachwerkmodell.

Beziehungen $d' = (d_v - c/2)$ und $b = pa/(f_c \cdot b_w)$ kann die Höhe c des Knotens, respektive der Biegdruckzone, bestimmt werden:

$$c = \frac{(a + 2e + b) \cdot b}{2 \cdot d_v} \quad (3.11)$$

Zum gleichen Resultat gelangt man auch durch Auflösung der Momentengleichgewichtsbedingung für den Punkt F . Der Hebelarm der Gurtkräfte kann sodann variiert werden, bis die statische Höhe d des Querschnitts vollständig ausgenutzt ist. Aus den Knotenabmessungen b und c ergeben sich die Mindestabmessungen der Lagerplatte und, für den Fall eines Zwischenauflegers eines Durchlaufträgers, der Höhe des unteren Flansches.

Die Abnahme der Zugkraft im oberen Flansch entlang der Linie DE korrespondiert mit der Zunahme der Knotenhöhe η entlang der Linie CB . Dieser Sachverhalt lässt sich wie folgt ausdrücken:

$$F_t(x) = F_D - f_c \cdot b_w \cdot \eta \quad (3.12)$$

Ersetzt man ξ in Gleichung (3.10) durch $px/(f_c \cdot b_w)$, so kann η in Funktion des horizontalen Abstands x vom Punkt D ausgedrückt werden. Dies führt zur Beziehung

$$\eta(x) = -d' + \sqrt{d'^2 + x^2 \frac{(a-b)b}{a^2} + x \frac{2(b+e)b}{a}} \quad (3.13)$$

die, eingesetzt in Gleichung (3.12), den gesuchten Verlauf der Gurtkraft liefert. Für das Beispiel der hier untersuchten Konsole ist das entsprechende Ergebnis in Bild 3.3(a) aufgetragen. Wiederum enthält das Diagramm auch die Lösung für das äquivalente Fachwerkmodell, die in den Punkten D und E mit derjenigen des Spannungsfelds übereinstimmt.

Bei der Bemessung von Trägern ist es nicht notwendig, den detaillierten Verlauf der Gurtkräfte zu kennen. Für die Abstufung der Längsbewehrung ist es im allgemeinen ausreichend, den Verlauf näherungsweise zu bestimmen. Hierzu kann der Fächer in Bild 3.3 durch einen im Punkt F zentrierten Fächer ersetzt werden. Der Knoten degeneriert für diese Idealisierung zu einem Punkt ($b = c = 0$), in dem die Druckspannungen unendlich gross werden. Der Verlauf der Gurtkraft im Fächerbereich ergibt sich dann zu

$$F_t(x) = F_D - \frac{px}{d_v} \left(e + \frac{x}{2} \right), \quad (3.14)$$

was für $e = 0$ und unter Berücksichtigung von $b = 0$ auch dem Resultat von Gleichung (3.6) entspricht.

Bild 3.4 zeigt den Stützenbereich eines Durchlaufträgers mit T-Querschnitt. Im Unterschied zu einem Hohlkastenträger oder einem Träger mit I-Querschnitt können hier die Biegedruckkräfte nicht in die äusseren Bereiche der unteren Gurtplatte ausgebreitet werden; der Fächer muss sich daher auf die Biegedruckzone aufsetzen, und es steht ihm nur die reduzierte Nutzhöhe ($d_{v1} + c_1/2$) zur Verfügung. Die Breite der Lagerplatte b und die Höhe der Druckzone c über dem Lager können mittels globaler Gleichgewichtsüberlegungen bestimmt werden. Dabei findet man auch die Grösse der maximalen Zugkraft im Obergurt; $F_F = c \cdot f_c \cdot b_w$. Die Aufteilung der Höhe AE (c) in die Abschnitte AD und DE (c_1) muss jedoch iterativ vorgenommen werden, da aus Gleichgewichtsgründen für die Knotenkraft F_{AD} sowohl die Beziehung

$$F_{AD} = F_H + \frac{1}{2}(q + a_{sw} f_y) \cot \vartheta (a + d_v \cot \vartheta) \quad (3.15)$$

als auch die aus der Gleichung (3.11) folgende Bedingung

$$F_{AD} = f_c b_w \left(c - \frac{(a+b)b}{2d_v - c} \right) \quad (3.16)$$

erfüllt werden müssen. Damit wird klar, dass die Untersuchung des Kraftflusses im Tragwerk – respektive der Beanspruchungen der einzelnen Tragwerkskomponenten –

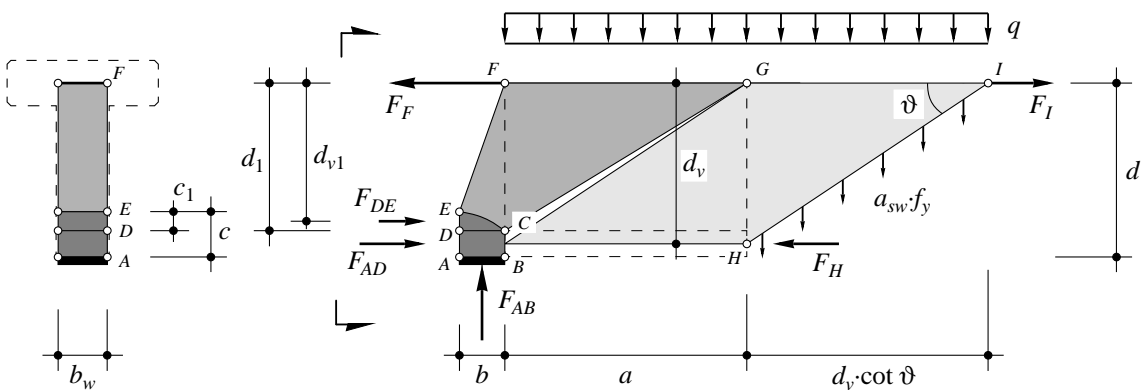


Bild 3.4: Stützenbereich eines Durchlaufträgers: Fächer und Knotenausbildung für einen Träger mit T-Querschnitt.

die korrekte Ermittlung der Knotengeometrie bedingt. Im Beispiel von Bild 3.4 wird von einem konstanten Hebelarm der Gurtkräfte d_v ausgegangen; einzig im Knotenbereich wird dieser den statischen und geometrischen Gegebenheiten angepasst. Obwohl durch die Berücksichtigung einer variablen Druckzonenhöhe allgemeinere Lösungen entwickelt werden können [Sigrist, Alvarez und Kaufmann (1995)], erfasst man mit dieser vereinfachenden Annahme die tatsächlichen Verhältnisse in der Regel ausreichend genau. Zudem ergeben sich, mit der Idealisierung der Stegscheibe als parallelgurtiges Spannungsfeld, besonders einfache Beziehungen.

Die Betonspannungen im Steg können, ausser entlang der Knotenberandungen, weiterhin mit den Beziehungen (3.2) und (3.3) berechnet werden. Entlang der Diskontinuitätslinie GC des Fächers $ECGF$ (Bild 3.4) wachsen die Druckspannungen hyperbolisch an und erreichen im Punkt C die einachsige Betondruckfestigkeit f_c ; bei der Bestimmung der Knotengeometrie wurde dies vorausgesetzt. Für die Bemessung bedeutet dies, dass die zur Überprüfung der Stegabmessungen benötigte effektive Betondruckfestigkeit $f_{ce} < f_c$, die gemäss Gleichung (2.75) vom lokalen Verzerrungszustand abhängig ist, für jeden Punkt innerhalb des Fächers berechnet werden müsste; nur so könnte der Nachweis $-\sigma_2 \leq f_{ce}$ korrekt geführt werden. Ein solches Vorgehen ist aber, da hierfür sowohl die theoretischen als auch die experimentellen Grundlagen fehlen, nicht möglich. Die Bemessung muss deshalb auf der Grundlage eines nominellen, in einem vorgegebenen Bemessungsschnitt geführten Nachweises vorgenommen werden. Da sich im Steg unmittelbar neben der Krafteinleitung im allgemeinen ein mehr oder weniger parallel beanspruchtes Druckband ausbildet, kann der Bemessungsschnitt beispielsweise in den im Abstand $d_v \cdot \cot \vartheta$ neben der Auflagerkante liegenden Querschnitt gelegt werden. Erfolgt die Auswertung der Versuche zur Festlegung der effektiven Betondruckfestigkeit f_{ce} auf die gleiche Weise, kann Gleichung (3.5) in der Form

$$-\sigma_2 = \frac{|V|}{b_w \cdot d_v \cdot \sin \vartheta \cos \vartheta} \leq f_{ce} \quad (3.17)$$

für den Nachweis verwendet werden. In Situationen, in denen keine allzu grossen plastischen Verformungen auftreten, fallen die Verzerrungen im Fächerbereich deutlich geringer aus als im benachbarten Steg; in Fächern ist aus diesem Grund die Reduktion der Betondruckfestigkeit weniger ausgeprägt. Die höheren Beanspruchungen im Fächer können deshalb häufig aufgenommen werden, und man erfasst dann mit dem hier besprochenen Nachweisverfahren die tatsächlich kritische Druckspannung.

Wie in der Einführung zu diesem Abschnitt erwähnt, hat Mörsch bereits darauf hingewiesen, dass sich der eigentlichen Fachwerkwirkung auch Streben- und Bogenwirkungen überlagern können. Dieser Sachverhalt wurde in den Versuchen von Leonhardt und Walther (1963) bestätigt. Dadurch, dass die Gurtkräfte in gewissen Bereichen des Trägers geneigt oder gekrümmt verlaufen, werden die Lasten teilweise direkt, d.h. ohne Mitwirkung der Bügelbewehrung abgetragen. Infolgedessen werden weniger Bügel benötigt (oder die Bügel werden weniger beansprucht); der Bedarf an Längsbewehrung nimmt hingegen zu, da die Beanspruchungen weniger rasch (grösseres Versatzmass) abgebaut werden. Die Aufteilung der Lastabtragung in die unterschiedlichen Tragwirkungen ist jedoch kaum möglich, da sie sich während des Belastungsfortschritts laufend verändert

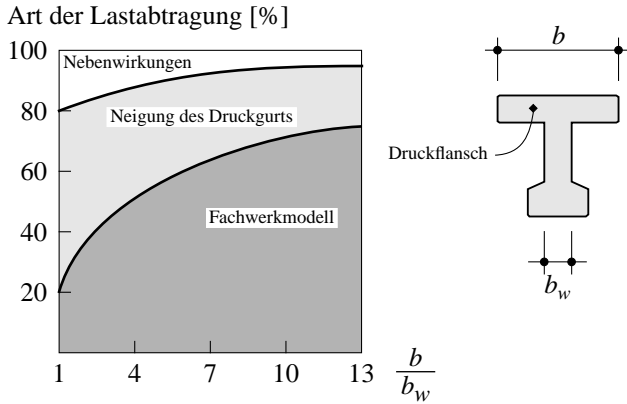


Bild 3.5: Aufteilung der Lastabtragung in unterschiedliche Tragwirkungen für Zustände kurz vor dem Erreichen der Fließgrenze [aus Leonhardt und Mönning (1973)].

und einer Vielzahl weiterer Einflüsse unterliegt. Neben der Schlankheit des Trägers, spielen die Steifigkeit der Bügel- und der Längsbewehrung, die Querschnittsabmessungen sowie die Belastungsgeschichte eine wichtige Rolle. Für einen dieser Parameter, das Verhältnis b/b_w , haben Leonhardt und Mönning (1973) die Aufteilung der möglichen Tragwirkungen qualitativ dargestellt (Bild 3.5).

Diese kombinierte Art der Lastabtragung wurde in den bisherigen Betrachtungen nicht berücksichtigt, da sie in der Bemessung eine eher untergeordnete Bedeutung hat; mit den hier gezeigten Modellen wird, falls das Tragwerk über eine genügende Duktilität verfügt, immer ein möglicher stabiler Gleichgewichtszustand beschrieben. In speziellen Fällen kann es jedoch sinnvoll sein, eine kombinierte Lastabtragung explizit zu berücksichtigen. Dies kann wiederum auf der Grundlage diskontinuierlicher Spannungsfelder erfolgen. Ein solcher Fall ist in Bild 3.6 dargestellt [Marti (1985)]; es handelt sich um eine auskragende Scheibe, die an ihrem freien Ende durch eine Einzellast Q beansprucht

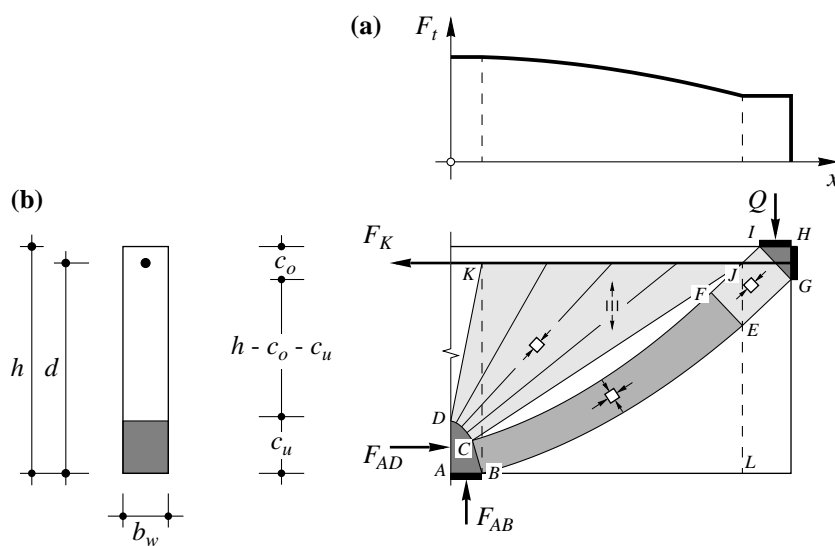


Bild 3.6: Auskragende Scheibe unter einer Einzellast. (a) Verlauf der Gurtkraft; (b) kombinierte Bogen- und Fächerwirkung.

ist. Ausgangspunkt für die Entwicklung des Spannungsfelds ist die Annahme, dass entlang der Knotenberandungen die einachsige Betondruckfestigkeit f_c erreicht wird. Die Geometrie der einzelnen Spannungsfeldkomponenten kann dann iterativ gefunden werden, so dass sich an keiner Stelle Überlappungen ergeben. Wie das Bild zeigt, wird nur ein Teil der Last über den nicht zentrierten Fächer $CJKD$ und die im Bereich $BLJK$ eingelegte vertikale Bügelbewehrung abgetragen. Der Rest wird direkt vom Bogen aufgenommen; dieser ist entlang der Linie BE durch die gleichmässig verteilten Bügelkräfte beansprucht und verläuft folglich parabolisch. Bei der Bemessung der Scheibe kann die Aufteilung in Bogen- und Fächerwirkung frei gewählt werden. Vernachlässigt man die Fächerwirkung ganz, degeneriert das Spannungsfeld zur bekannten Lösung der direkten Abstützung (Strebenwirkung).

Bild 3.6(a) zeigt den Verlauf der Gurtkraft. Die Zugkraft wird entsprechend Gleichung (3.12) entlang der Strecke KJ teilweise abgebaut; ein bedeutender Anteil der Zugkraft muss aber hinter dem Knoten GHI verankert werden. Im Grenzfall einer direkten Abstützung würde die Zugkraft über die gesamte Länge den Wert F_K aufweisen, was eine grössere Knotenabmessung c_o , und somit eine etwas kleinere statische Höhe d , zur Folge hätte. Für die gleiche Last Q müsste deshalb der Querschnitt der Längsbewehrung geringfügig vergrössert werden.

3.2.2 Neigung der Druckfelder

In Versuchen an profilierten Stahlbetonträgern beobachtet man, dass sich in den Stegen ausserhalb der Krafteinleitungsbereiche weitgehend parallele Risse bilden. Mit fortschreitender Rissbildung ergibt sich eine sukzessive Änderung des inneren Tragsystems und damit eine Änderung des Spannungszustands der Stegscheibe. Die genaue Berechnung der auftretenden Spannungsumlagerungen ist allerdings kaum möglich, da die Entwicklung der Risse von vielen Faktoren wie vorhandenen Eigenspannungen und Mikrorissen beeinflusst wird. Für die Stegscheibe kann daher nur eine mittlere Rissrichtung angegeben werden, zu deren Bestimmung eine globale Betrachtung genügen muss.

Der sich nach der Rissbildung einstellende Spannungszustand kann deshalb vereinfachend, analog zum Vorgehen in Kapitel 3.2.1, durch ein einachsiges, in der Richtung der Risse verlaufendes Betondruckfeld beschrieben werden, das mit dem Zugfeld der vertikalen Bügelbewehrung und den Gurtkräften im Gleichgewicht ist. Bild 3.7 zeigt einen Trägerabschnitt der Länge $d_v \cdot \cot \vartheta_1$, wobei angenommen wird, dass der Winkel ϑ_1 die mittlere Neigung der Risse angebe. Die Beanspruchungen der Gurte, der Bügel und des Betons können auf der Grundlage der im vorhergehenden Kapitel zusammengestellten Beziehungen berechnet werden. Die Gurtkräfte verlaufen abschnittsweise linear und können an den Abschnittsgrenzen mit Hilfe der Gleichungen (3.8) und (3.9) aus den Schnittkräften ermittelt werden. Die Wirkung der Bügelbewehrung wird durch die äquivalente Linienlast $a_{sw} \cdot \sigma_{sy}$ erfasst; für die Betondruckbänder resultieren daraus einachsige Beanspruchungen gemäss Gleichung (3.5). Drückt man die Querkraft V durch die nomi-

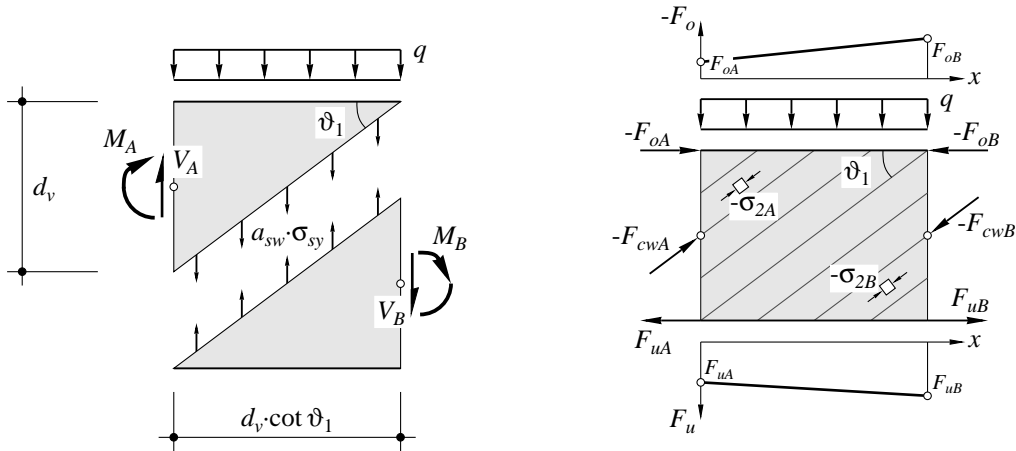


Bild 3.7: Schnittkörper der Länge $d_v \cdot \cot \vartheta_1$ zur Ermittlung der inneren Beanspruchungen aus den Schnittkräften.

nelle Schubspannung $\tau_{xy} \cdot d_v \cdot b_w$ aus, ergeben sich für den in Bild 3.7 behandelten Schnittkörper folgende Beziehungen:

$$\sigma_{2A} = \frac{-\tau_{xyA}}{\sin \vartheta_1 \cos \vartheta_1}, \quad \sigma_{2B} = \frac{-\tau_{xyB}}{\sin \vartheta_1 \cos \vartheta_1} \quad (3.18 \text{ a,b})$$

$$a_{sw} \cdot \sigma_{sy} = \frac{\tau_{xyB} \cdot b_w}{\cot \vartheta_1}. \quad (3.19)$$

Die Kinematik der im betrachteten Trägerabschnitt auftretenden Verformungen, insbesondere der mittleren Schiebungen der Stegscheibe, kann an einer stellvertretenden Fachwerksmaschine hergeleitet werden. Das Vorgehen gemäss Williotischem Verschiebungsplan ist in Bild 3.8 skizziert. Die Schiebung kann in die Anteile γ_1 (infolge der mittleren Verlängerung der Bügel), γ_2 (infolge der Verkürzung der Druckdiagonalen) und γ_3 (infolge der mittleren Gurtverformungen) aufgeteilt werden. Die mittlere Schiebung ergibt sich dann als Summe dieser Anteile zu

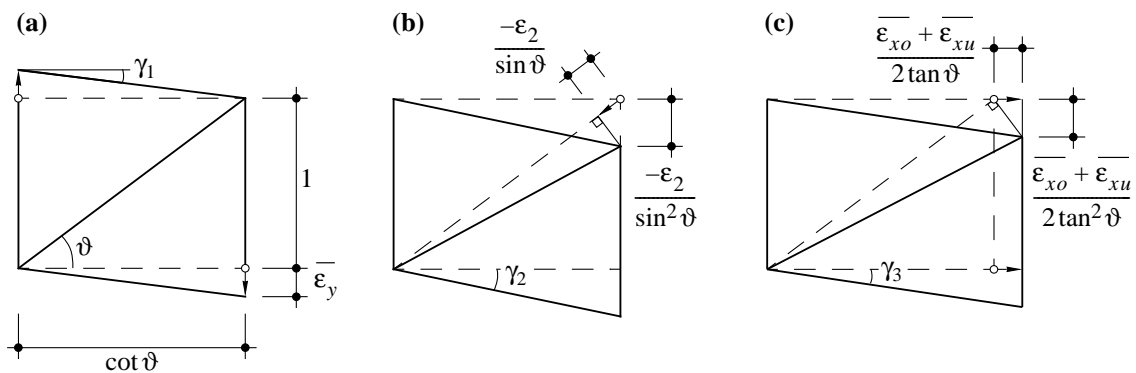


Bild 3.8: Ermittlung der Schiebungen am Fachwerk (Williotischer Verschiebungsplan). (a) Dehnung der Bügel; (b) Stauchung der Diagonalen; (c) mittlere Gurtdehnungen.

$$\gamma_{xy} = \frac{\overline{\varepsilon_{xo}} + \overline{\varepsilon_{xu}}}{2 \tan \vartheta} + \overline{\varepsilon}_y \tan \vartheta - \frac{\varepsilon_2}{\sin \vartheta \cos \vartheta} . \quad (3.20)$$

Die Kinematik des Fachwerks gilt allgemein, weshalb der Neigungswinkel der Fachwerkdiagonalen mit ϑ bezeichnet wird. Führt man für die mittleren Gurtdehnungen die abgekürzte Schreibweise

$$\overline{\varepsilon}_x = \frac{\overline{\varepsilon_{xo}} + \overline{\varepsilon_{xu}}}{2} \quad (3.21)$$

ein, so findet man einen mit der Beziehung (2.82), die für das Scheibenelement hergeleitet wurde, identischen Ausdruck. Die Verknüpfung der einzelnen Verformungsanteile gemäss Gleichung (2.83) – resp. die Verträglichkeitsbedingung zur Bestimmung der Neigung des Druckfelds – lässt sich jedoch nicht am Fachwerkmodell ablesen. Collins und Mitchell (1980) schlugen vor, die Druckfeldneigung unter Verwendung des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit zu ermitteln; es besagt, dass sich die Neigung entsprechend der minimalen Verzerrungen der Fachwerksmasche einstellt. Wendet man die Bedingung $\partial \gamma_{xy} / \partial \vartheta = 0$ auf (3.20) an, so findet man den Ausdruck

$$\tan^2 \vartheta = \frac{\overline{\varepsilon}_x - \varepsilon_2}{\overline{\varepsilon}_y - \varepsilon_2} , \quad (3.22)$$

der wiederum mit demjenigen für das Scheibenelement übereinstimmt. Gleichung (3.22) gilt strenggenommen allerdings nur, falls die Dehnungen im betrachteten Abschnitt konstant, und damit von ϑ unabhängig, sind; dies trifft für das Scheibenelement im Mittel und für das diskrete Fachwerk exakt zu. Für die Stegscheibe muss Beziehung (3.22) jedoch als Näherung betrachtet werden. Die Gurtverformungen sind beispielsweise nur im Fall einer reinen Biegebeanspruchung über die Länge konstant; hierfür findet man aber mit $\overline{\varepsilon}_y = \varepsilon_2$ lediglich die triviale Lösung $\vartheta = 90^\circ$. Man behilft sich deshalb mit der Vorstellung, dass die kinematischen Relationen (3.20) und (3.22) auf ein in der Stegmitte liegendes Scheibenelement angewendet werden. Gleichung (3.21) dient dann zur Ermittlung der zu berücksichtigenden Längsdehnung, wobei die Gurtdehnungen auf der Grundlage einer Querschnittsanalyse (Ebenbleiben der Querschnitte) berechnet werden können.

Die vorhergehenden Ausführungen verdeutlichen, dass die Anwendung des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit keine neuen Erkenntnisse liefert; die Energiebetrachtung verlangt lediglich die Erfüllung der Verträglichkeit der mittleren Verformungen. Aus diesem Grund könnten auch direkt die am Scheibenelement hergeleiteten Beziehungen verwendet werden (Kapitel 2.2.4); geht man von einem konstanten Neigungswinkel ϑ aus, so ergeben sich sowohl für die Dehnungen ε_x und ε_y als auch für die Schiebung γ_{yx} lineare Verläufe über die Steghöhe [Marti (1982)].

Denkt man sich den in Bild 3.7 gezeigten Trägerabschnitt auf seiner linken Seite durch das benachbarte Stegelement ergänzt, und setzt man eine konstante Bügelbewehrung sowie linear elastisches Materialverhalten voraus, so kann die mittlere vertikale

Dehnung der Fachwerksmasche (mit der in Richtung von F_{cwA} verlaufenden Druckdiagonalen) wie folgt ausgedrückt werden:

$$\bar{\varepsilon}_y = \frac{\tau_{xy}}{\rho_y E_s^{(b)} \cdot \cot \vartheta_1} - \frac{q}{2a_{sw} \cdot E_s^{(b)}} \quad (3.23)$$

Darin bezeichnen ρ_y den geometrischen Bügelbewehrungsgehalt a_{sw}/b_w und $E_s^{(b)}$ den mittleren Elastizitätsmodul der Bügelbewehrung; zur Berücksichtigung der Verbundwirkung zwischen Stahl und Beton kann hierfür ein im Vergleich zum Elastizitätsmodul E_s des Stahls um etwa 20 % grösserer Wert angenommen werden. Setzt man Gleichung (3.23) in (3.22) ein und ersetzt man die äussere Last durch die äquivalente Spannung, $-\sigma_y = q/b_w$, sowie die Diagonalendehnung ε_2 durch σ_2/E_c , mit σ_2 gemäss Gleichung (3.18), so folgt daraus die Bestimmungsgleichung für die Neigung des Druckfelds

$$\tan^3 \vartheta_1 \left(1 + \frac{1}{\rho_y \cdot n} \right) + \tan^2 \vartheta_1 \frac{\sigma_y}{2\tau_{xy} \cdot \rho_y \cdot n} - \cot \vartheta_1 - \frac{\bar{\varepsilon}_x \cdot E_c}{\tau_{xy}} = 0 \quad (3.24)$$

die somit zur Abschätzung der Richtung der Erstrisse im Steg verwendet werden kann. Das Verhältnis der Elastizitätsmoduli $E_s^{(b)}/E_c$ wird dabei mit n bezeichnet.

Für den Fall einer im betrachteten Trägerabschnitt konstanten Querkraft ($\sigma_y = 0$) vereinfacht sich die Beziehung (3.24) zu

$$\tan^3 \vartheta_1 \left(1 + \frac{1}{\rho_y \cdot n} \right) - \cot \vartheta_1 - \frac{\bar{\varepsilon}_x \cdot E_c}{\tau_{xy}} = 0 \quad (3.25)$$

Die mittlere Dehnung $\bar{\varepsilon}_x$ in Trägerlängsrichtung kann sich nicht frei einstellen, da sie durch die Verformungen der Gurte behindert ist. Die Neigung der Risse wird somit nicht nur vom Bügelbewehrungsgehalt, sondern auch von den Steifigkeiten der Flansche beeinflusst. Falls keine Längsbewehrung im Steg eingelegt wird, ist die Dehnungsbehinderung durch den Druck- und Zuggurt sogar notwendig, um überhaupt Querkräfte

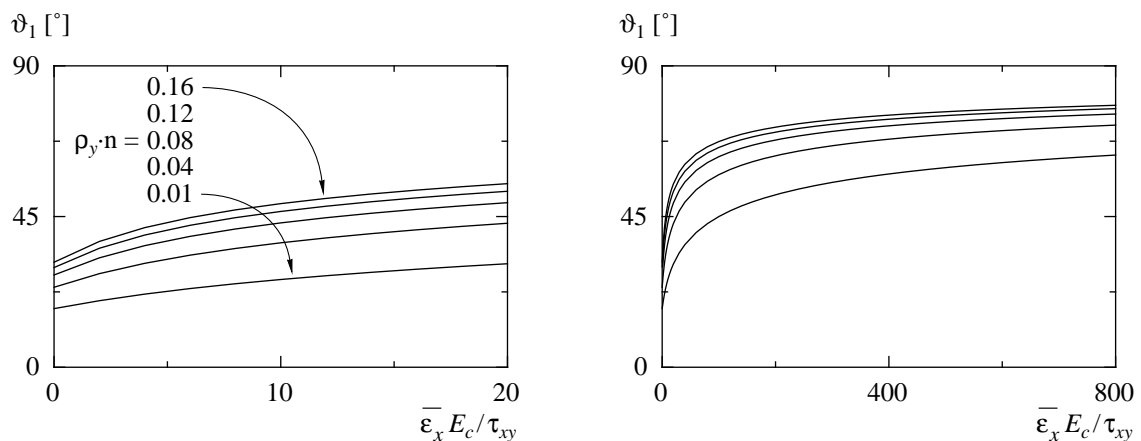


Bild 3.9: Neigungswinkel ϑ_1 für verschiedene Bewehrungsgehalte in Funktion der mittleren Gurtdehnung und der Beanspruchungsintensität (Gleichung (3.25)).

aufnehmen zu können. In Bild 3.9 ist die Beziehung (3.25) für die beiden unabhängigen Parameter $\rho_y \cdot n$ und $\bar{\varepsilon}_x E_c / \tau_{xy}$ ausgewertet [Frey (1984)]. Für $\bar{\varepsilon}_x E_c / \tau_{xy} = 10 \dots 15$, womit für das Auftreten geneigter Stegrisse etwa übliche Verhältnisse erfasst werden, ergeben sich Neigungswinkel ϑ_1 von ungefähr 30 bis 50°. Bei schlaff bewehrten Trägern liegen die Werte für $\rho_y \cdot n$ in der Grössenordnung von 0.04 bis 0.12, und man findet hierfür Neigungswinkel nahe bei 45°. Dieses Ergebnis steht im Einklang mit den in Versuchen beobachteten Neigungen der Risse; die Annahme für das klassische, Mörschsche Fachwerkmodell kann somit auch auf theoretischem Weg begründet werden. Bei vorgespannten Trägern (tiefere Werte $\bar{\varepsilon}_x E_c / \tau_{xy}$) ist hingegen mit deutlich flacher verlaufenden Rissen zu rechnen. Für $\tau_{xy} \rightarrow 0$, respektive $\bar{\varepsilon}_x E_c / \tau_{xy} \rightarrow \infty$, nähert sich der Neigungswinkel für alle Bewehrungsgehalte dem Wert $\vartheta_1 = 90^\circ$. Dies entspricht den Verhältnissen bei einer reinen Biegebeanspruchung.

Drückt man die mittlere Längsdehnung $\bar{\varepsilon}_x$ durch die entsprechenden Spannungen σ_{sx} (Zuggurt) und σ_{cx} (Druckgurt) aus, so kann die Beziehung (3.25) in die Form

$$\tan^3 \vartheta_1 - \tan \vartheta_1 \frac{\sigma_{sx} + n \sigma_{cx}}{2 \sigma_{sy}} - \frac{\tau_{xy} \cdot n}{\sigma_{sy}} (1 - \tan^4 \vartheta_1) = 0 \quad (3.26)$$

gebracht werden. Gleichung (3.26) wurde erstmals von Kupfer (1964) hergeleitet. Er fand sie mit Hilfe der Bedingung vom Minimum der Formänderungsarbeit, wobei er die Verformungen direkt aus den Kräften des diskreten Fachwerkmodells ermittelte und anschliessend die Kräfte durch die Spannungen substituierte. Linear elastisches Materialverhalten wurde dabei vorausgesetzt.

Für die Annahme ideal plastischen Materialverhaltens kann Gleichung (3.19), für Zustände nach dem Erreichen der Fließgrenze der Bügelbewehrung, wie folgt geschrieben werden:

$$\tau_{xy} = \frac{a_{sw} \cdot f_y}{b_w} \cot \vartheta = \rho_y \cdot f_y \cdot \cot \vartheta = \omega_y \cdot f_c \cdot \cot \vartheta . \quad (3.27)$$

Andererseits ergibt sich aus Gleichung (3.18) die Beziehung

$$-\sigma_2 = \tau_{xy} \tan \vartheta + \tau_{xy} \cot \vartheta , \quad (3.28)$$

und die Verknüpfung von (3.27) und (3.28) liefert

$$-\sigma_2 = f_c \left(\omega_y + \frac{\tau_{xy}^2}{f_c^2 \cdot \omega_y} \right) . \quad (3.29)$$

Gemäss Plastizitätstheorie wird das Erreichen der Traglast durch denjenigen Zustand definiert, in dem die Druckspannung σ_2 im Trägersteg die effektive Betondruckfestigkeit f_{ce} erreicht. Dieser Zustand erfüllt die Vorgaben für das Bruchregime [BS] (vgl. Kapitel 2.2.4). Durch Umformen von Gleichung (3.29) erhält man

$$\frac{\tau_{xyR}}{f_{ce}} = \sqrt{\omega_y \frac{f_c}{f_{ce}} \cdot \left(1 - \omega_y \frac{f_c}{f_{ce}} \right)} . \quad (3.30)$$

Die für das Scheibenelement hergeleitete Beziehung (2.89) kann demzufolge auch auf den Trägersteg angewendet werden. Dabei ist die im betrachteten Trägerabschnitt jeweils kleinste auftretende Schubspannung (Querkraft) zu berücksichtigen. Der sich im Bruchzustand einstellende Neigungswinkel des Druckfelds kann weiterhin mit Gleichung (2.90) berechnet werden.

In Bild 3.10 sind die Druckfeldneigungen, die sich einerseits mit Gleichung (3.25), und andererseits mit Hilfe der Plastizitätstheorie ermitteln lassen, in Funktion des Bügelbewehrungsgehalts aufgetragen. Zudem enthält das Diagramm die Resultate von Berechnungen, die auf der Grundlage des in den Bildern 2.39 und 2.40 behandelten Rechenmodells durchgeführt wurden. Den Berechnungen wurden die Kennwerte für einen Stahl der Duktilitätsklasse A, eine mittlere Längsdehnung der Gurte von $\bar{\epsilon}_x = 1 ‰$ sowie ein konstanter Wert der effektiven Betondruckfestigkeit f_{ce} gemäss Gleichung (2.77) zugrunde gelegt. Ebenfalls eingetragen ist die zu erwartende Neigung der Druckfelder bei Fließbeginn der Bügelbewehrung. Auch in diesen Berechnungen wurde gemäss dem Rechenmodell vorgegangen, d.h., das nichtlineare Verformungsverhalten des Betons und der Einfluss des Verbundes zwischen Stahl und Beton wurden berücksichtigt. Für sehr kleine Bewehrungsgehalte ρ_y , überschneidet sich deshalb diese Kurve mit denjenigen für die Neigung der Risse. Die gezeigten Kurven umreissen etwa den Bereich möglicher Neigungswinkel ϑ , die sich unter der Annahme, dass die Längsbewehrung elastisch bleibt, ergeben können; in der Praxis entspricht diese Annahme normalerweise den tatsächlichen Gegebenheiten.

Für Träger unter monoton ansteigender Belastung kann anhand des Diagramms in Bild 3.10 die bei einem bestimmten Bügelbewehrungsgehalt zu erwartende Umlagerung

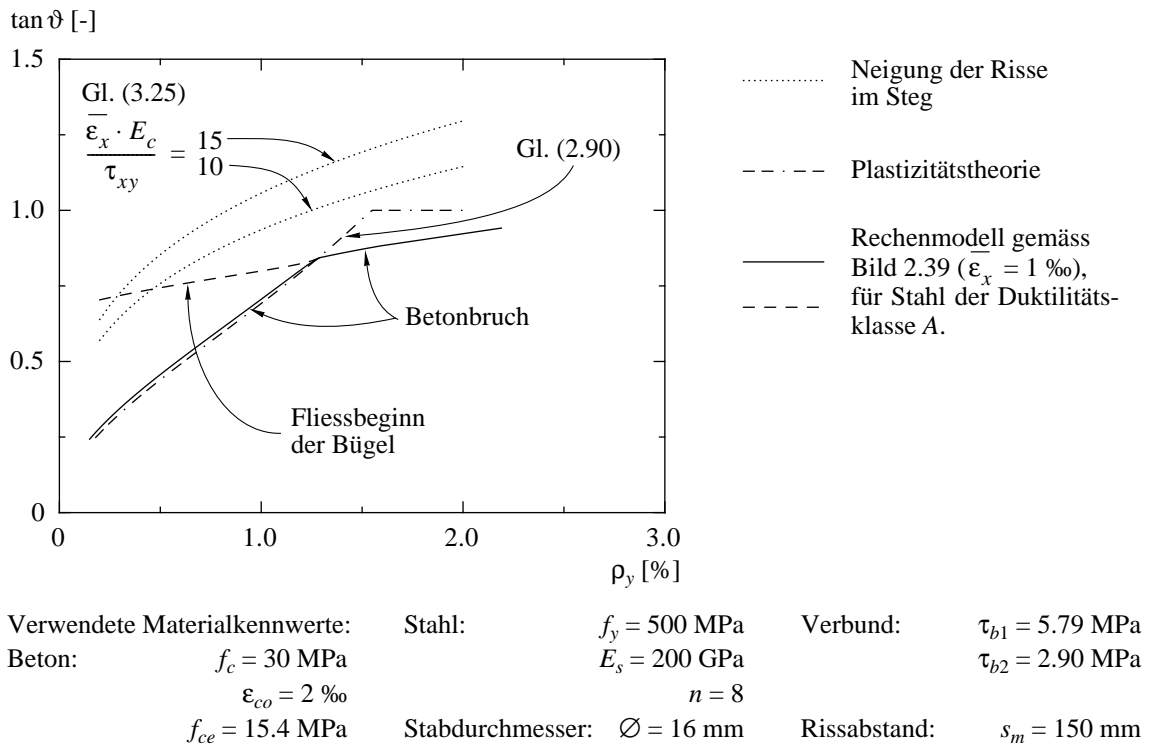


Bild 3.10: Neigung der Druckfelder für verschiedene Beanspruchungszustände.

der Druckfeldneigung abgeschätzt werden. Mit den gewählten Parametern verbleiben die Bügel bei Bewehrungsgehalten von etwa $\rho_y > 1.3\%$ elastisch. Die Erstrisse verlaufen mit Neigungen von ungefähr 45 bis 50° , und die Brüche erfolgen bei Druckfeldneigungen von etwa 40° . Bei kleineren Bewehrungsgehalten verlaufen die Erstrisse in der Regel flacher als 45° , und bei Druckfeldneigungen von etwa 35 bis 40° wird die Fließgrenze der Bügelbewehrung erreicht; die Weiten der geneigten Risse betragen dann ungefähr 0.25 bis 0.35 mm. Bei weiterer Laststeigerung stellen sich sukzessive flachere Druckfeldneigungen ein. Häufig bildet sich dabei eine zweite Risseschar, die diejenige der Erstrisse kreuzt; dies belegt, dass bei in der Praxis üblichen Bügelbewehrungsgehalten, auch bei relativ grossen Rissweiten, Kräfte über die Rissflächen übertragen werden können. Für Stahl mit ausreichender Dehnfähigkeit (in Bild 3.10, Stahl der Duktilitätsklasse A) erfolgen die Brüche ungefähr bei Druckfeldneigungen, wie sie sich aus der plastizitätstheoretischen Berechnung ergeben. In Bild 2.40 wurde jedoch bereits gezeigt, dass für Stahl mit geringerer Dehnfähigkeit, bei kleinen Bewehrungsgehalten, das Zerreißen der Bügel den Bruch bestimmt.

Die in Bild 3.10 gezeigten Rechenergebnisse gelten für die diesen Berechnungen zugrunde gelegten Parameter. Versagen der Biegedruckzone, Fließen der Längsbewehrung sowie Verankerungsbrüche werden dabei ausgeschlossen. Für Trägerabschnitte, in denen keine allzu grossen plastischen Verformungen auftreten, können die Ergebnisse aber als repräsentativ betrachtet werden. Treten hingegen im untersuchten Trägerbereich sowohl plastische Verformungen der Längsbewehrung als auch der Bügelbewehrung auf, so dass sich für die Stegscheibe deutlich grössere Verzerrungen ergeben, hat dies eine weitere Reduktion der effektiven Betondruckfestigkeit zu Folge. Da sich mit dem Fließen der Bewehrung die Steifigkeitsverhältnisse im Steg markant verändern, ist zudem mit einer Umlagerung der inneren Tragwirkung zu rechnen. Qualitativ kann dies mit dem in Bild 3.6 gezeigten Spannungsfeld veranschaulicht werden; für eine nach dem Fließbeginn aufgebrachte, zusätzliche Belastung werden Tragwerksbereiche, in denen die Bewehrung nicht fließt, vermehrt an der Abtragung der Kräfte beteiligt, währenddem sich die inneren Kräfte in den plastifizierten Bereichen kaum verändern.

Soll die Bemessung weiterhin für den nominellen Bemessungsquerschnitt gemäss Abschnitt 3.2.1 erfolgen, muss diesen Besonderheiten Rechnung getragen werden; die effektive Betondruckfestigkeit f_{ce} ist dementsprechend vorsichtig anzusetzen. Anhand der wenigen zur Zeit vorliegenden Versuchsergebnisse [z.B. Cerruti und Marti (1987), Sigrist und Marti (1993)] lassen sich hierfür jedoch keine schlüssigen Werte angeben. Die Versuchsergebnisse deuten aber darauf hin, dass die untere Grenze der effektiven Betondruckfestigkeit etwa bei

$$f_{ce, \min} = 1,25 \cdot f_c^{2/3} \quad (\text{in MPa}) \quad (3.31)$$

festgelegt werden kann. Für die analytische Beschreibung des Übergangs vom Wert der effektiven Betondruckfestigkeit gemäss Gleichung (2.77) zu demjenigen gemäss Gleichung (3.31), kann beispielsweise eine lineare Abhängigkeit des Quotienten $f_{ce}/f_c^{2/3}$ von der mittleren Dehnung $\bar{\varepsilon}_y$ angesetzt werden. In Bild 3.11(a) ist eine entsprechende Abminderungsfunktion grafisch dargestellt; der Übergangsbereich kann dabei etwa durch die Dehnungen $\bar{\varepsilon}_y = 5\%$ und $\bar{\varepsilon}_y = 20\%$ begrenzt werden. Überträgt

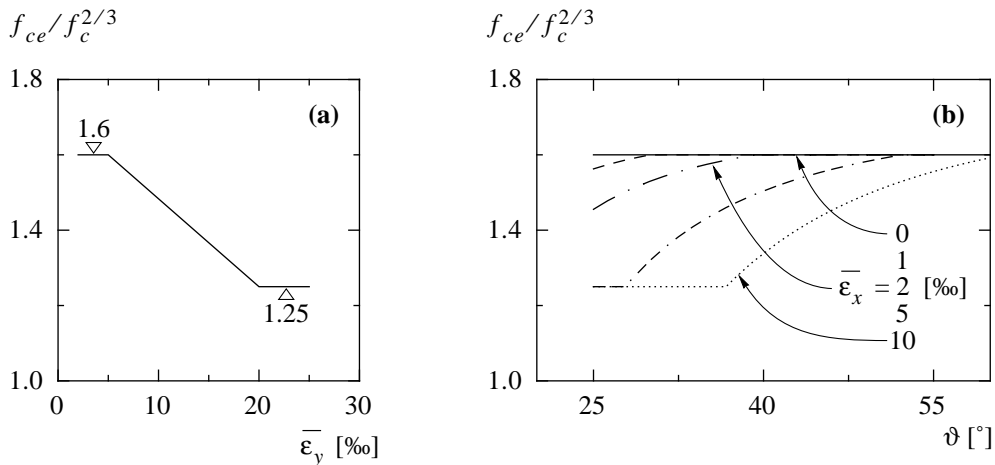


Bild 3.11: Abminderung der effektiven Betondruckfestigkeit f_{ce} (Gleichung (2.77)) in Funktion der Verzerrungen des Steges. (a) Angenommener Übergangsbereich und (b) daraus berechnete effektive Festigkeiten in Funktion von ϑ und $\bar{\epsilon}_x$.

man den damit definierten Zusammenhang, unter Verwendung der kinematischen Beziehung (3.22), für den Bruchzustand ($\bar{\epsilon}_2 = -2$ ‰) auf den Neigungswinkel des Druckfelds ϑ und die mittlere Längsdehnung $\bar{\epsilon}_x$, so findet man die in Bild 3.11(b) gezeigten Abhängigkeiten. Das Diagramm verdeutlicht, dass die Abminderung nicht anhand der Druckfeldneigung allein, sondern erst unter Einbezug des Verzerrungszustands des Steges angegeben werden kann. Auf diesen Sachverhalt wurde bereits in Kapitel 2.2.4 hingewiesen. Bei Trägern mit relativ geringen mittleren Längsdehnungen $\bar{\epsilon}_x$ kann nahezu im gesamten Bereich der in Bild 3.11(b) berücksichtigten Druckfeldneigungen von einem Wert f_{ce} gemäss Gleichung (2.77) ausgegangen werden. Andererseits ergeben sich in Trägerabschnitten mit grossen Längsdehnungen auch grosse vertikale Dehnungen, so dass die effektive Betondruckfestigkeit auch für übliche Neigungswinkel ($\vartheta = 25 \dots 45^\circ$) reduziert werden muss. Das in Bild 3.11 skizzierte Näherungsverfahren kann dabei zur Abschätzung von f_{ce} benutzt werden. Die gezeigten Kurven gelten für parallele, oder zumindest näherungsweise parallele Druckbänder und vertikale Bügelbewehrungen; die angegebenen Werte können somit auch für den Nachweis im nominellen Bemessungsquerschnitt (vgl. Abschnitt 3.2.1) verwendet werden. Eine abschliessende Beurteilung der hier vorgeschlagenen Kenngrössen ist jedoch auf der Grundlage des derzeitigen Kenntnisstandes nicht möglich. In der Forschung wird diesem Problemkreis noch vermehrt Beachtung geschenkt werden müssen.

Die in diesem Kapitel entwickelten Beziehungen zur Beurteilung des Verhaltens von Trägerstegen basieren auf den Zusammenhängen, die sich anhand der gewählten physikalischen Modelle ergeben. Das wirkliche Verhalten der Träger kann damit nicht vollumfänglich beschrieben werden. Die für die Bemessung relevanten Eigenschaften werden aber, wie Vergleiche mit Versuchsergebnissen belegen, zuverlässig erfasst. Auch wenn es wünschenswert erscheinen mag, alle Teilaspekte des Verhaltens der Tragwerke detailliert berechnen zu können, kann dies nicht das Ziel der Bemessung oder der Nachrechnung sein. Der Ingenieur wird diesbezüglich immer einen Kompromiss eingehen müssen.

3.3 Rechenmodell

3.3.1 Plastische Verformungsbereiche

Das im folgenden beschriebene Rechenmodell basiert auf der Analyse des Spannungszustands der plastischen Verformungsbereiche mit Hilfe diskontinuierlicher Spannungsfelder. Für die Berechnung der Verformungen werden die in Kapitel 2 zusammengestellten Grundlagen verwendet. Plastische Verformungen ergeben sich hauptsächlich aus der Verlängerung der Längsbewehrung, weshalb dem Verformungsverhalten des Zuggurts besondere Beachtung geschenkt wird. Die Verformungen des Stegs und des Druckgurts haben demgegenüber eine eher untergeordnete Bedeutung; ihr Einfluss wird anhand von qualitativen Überlegungen diskutiert. In Kapitel 3.3.3 werden die Berechnungen für die plastischen Verformungsbereiche mit denjenigen zur Ermittlung der Schnittkräfte der zugehörigen Stabsysteme kombiniert. Hierzu werden die Kenngrößen der plastischen Verformungsbereiche – die Biegemomente bei Fließbeginn und beim Eintreten des Versagens sowie die Verfestigung – auf idealisierte plastische Gelenke übertragen. Die Verformungen der plastischen Verformungsbereiche werden deshalb vereinfachend zu Gelenkwinkeln (Rotationswinkeln) zusammengefasst.

Plastische Verformungen treten primär in Bereichen maximaler Momentenbeanspruchungen auf, wobei diese in der Regel dort liegen, wo konzentrierte Kräfte senkrecht zur Stabachse eingeleitet werden. Bild 3.12(a) zeigt einen einfachen Balken unter einer Einzellast. Geht man vereinfachend davon aus, dass sich für den Steg ein mittlerer (über die Länge konstanter) Neigungswinkel der diagonalen Druckbänder bestimmen lässt, so ergibt sich damit das dargestellte Spannungsfeld, und insbesondere der in Bild 3.12(b) aufgetragene Zugkraftverlauf der Längsbewehrung. Der Zuggurt kann sodann in einzelne Risselemente unterteilt werden, wobei näherungsweise angenommen wird, dass für die

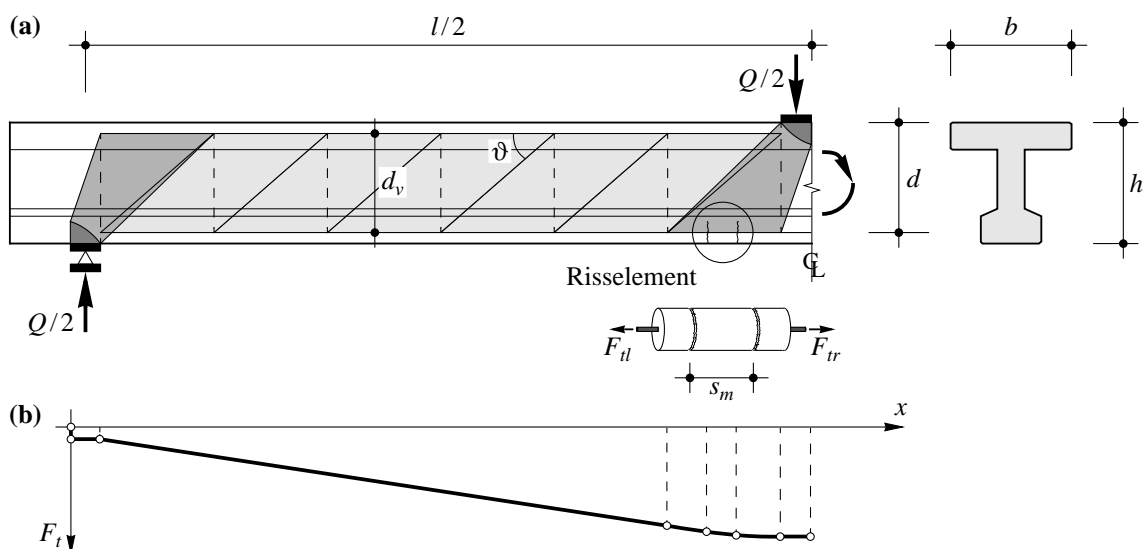


Bild 3.12: Einfacher Balken unter einer Einzellast. (a) Spannungsfeld und idealisiertes Risselement; (b) Zugkraftverlauf der Längsbewehrung.

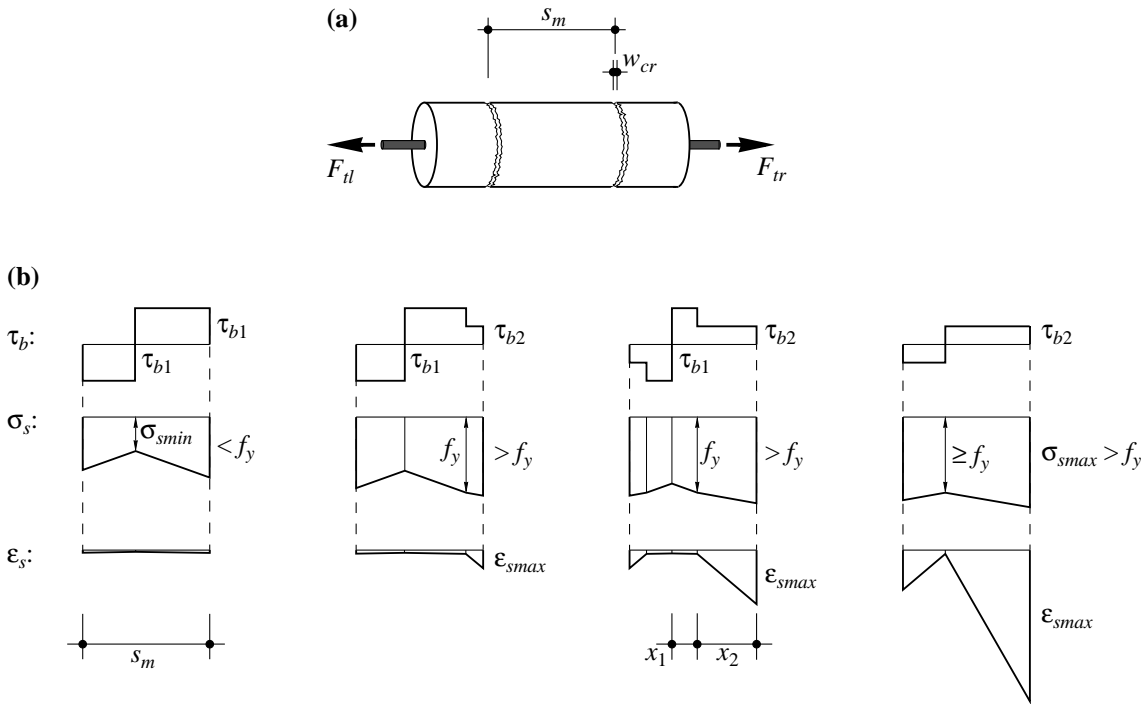


Bild 3.13: (a) Idealisiertes Risselement des Zuggurts; (b) Entwicklung der Verbundspannungen, der Stahlspannungen und der Dehnungen bei sukzessiver Laststeigerung.

untersuchten Beanspruchungszustände das vollständige Rissbild vorliegt. Der mittlere Rissabstand wird im allgemeinen dem Abstand der im unteren Flansch eingelegten Querbewehrung (Bügel) gleichgesetzt, oder aber man schätzt ihn mit Hilfe von Gleichung (2.54) ab; der geometrische Bewehrungsgehalt des Zuggurts ergibt sich etwa als Verhältnis der Querschnittsfläche der Längsbewehrung zu derjenigen des Flansches. Für jedes Risselement lässt sich eine Verformungsberechnung durchführen. Grundlage hierfür ist das bilineare Stoffgesetz für den Bewehrungsstahl sowie die zweistufige, starr-plastische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung gemäss Bild 2.26. Die in Kapitel 2.2.2 für das symmetrisch belastete Risselement hergeleiteten Beziehungen können sinngemäss auf den vorliegenden Fall übertragen werden. In Bild 3.13 sind die dabei zu unterscheidenden Beanspruchungssituationen zusammengestellt.

Voraussetzung für die Verformungsberechnung ist die Bestimmung des Verschiebungsnulldpunktes im Risselement, derjenigen Stelle also, wo die Verbundspannung das Vorzeichen wechselt respektive die kleinste Stahlspannung σ_{smin} auftritt. Für Zustände, in denen die Fließgrenze der Bewehrung in den angrenzenden Rissen bereits überschritten ist, lautet die entsprechende Bedingung

$$\sigma_{smax} - x_2 \frac{4\tau_{b2}}{\varnothing} - x_1 \frac{4\tau_{b1}}{\varnothing} = f_y - x_1 \frac{4\tau_{b1}}{\varnothing} = \sigma_{smin} \quad (3.32)$$

Da sich für den anderen Abschnitt des Risselementes eine analoge Beziehung anschreiben lässt, können die unbekannt Grössen x_1 , x_2 und σ_{smin} berechnet werden. Damit ist der Verlauf der Stahlspannung und, über das Stoffgesetz für den Stahl, auch derjenige der Dehnung festgelegt. Durch Integration der Stahldehnungen gemäss Gleichung (2.41)

findet man schliesslich die Beiträge der beiden Abschnitte zu den Rissweiten (w_{cr}) links und rechts des Elementes; dividiert man diese anschliessend durch die entsprechenden Abschnittslängen, so ergeben sich deren mittlere Dehnungen ϵ_{sm} . Der skizzierte Rechengang kann, unter Berücksichtigung der in Bild 3.13(b) gezeigten Fallunterscheidungen, für alle Risselemente des betrachteten Trägerabschnitts durchgeführt werden; man findet so den Verlauf der mittleren Dehnung entlang des Zuggurts. Das besprochene Verfahren ist näherungsweise auch auf mehrlagige Bewehrungen anwendbar. In der Berechnung wird dabei, über die Annahme des Hebelarms der Gurtkräfte, ein mittlerer Zugkraft- oder Stahlspannungsverlauf berücksichtigt. Obwohl detailliertere Untersuchungen möglich wären, lohnt es sich kaum, solche durchzuführen. Mit den dem Modell zugrundeliegenden Annahmen über den Verlauf der Gurtkraft und das Verbundverhalten der Bewehrung, werden die Verhältnisse in der Zugzone in der Regel mit ausreichender Genauigkeit erfasst (vgl. Kapitel 3.5.1). Der Einbezug weiterer Einflüsse würde demgegenüber nur den Rechenaufwand erhöhen, nicht aber die Qualität der Resultate verbessern.

In den Berechnungen wird, wie bereits in Kapitel 2.2.2, davon ausgegangen, dass, sobald die maximale Stahldehnung ϵ_{smax} im am stärksten beanspruchten Riss die Grenzdehnung ϵ_{su} erreicht, der Bruch eintritt. Die Annahme eines charakteristischen Wertes ϵ_{su} der Grenzdehnung, die teilweise beträchtlichen Streuungen unterworfen ist, muss demzufolge zur Festlegung dieses Versagenszustands genügen. Die Entfestigung (Einschnürungsphase) der Bewehrung wird dabei nicht berücksichtigt, da sie bei üblichen Trägerabmessungen schlagartig erfolgt; die vom Träger elastisch gespeicherte Energie übersteigt in der Regel das Dissipationsvermögen der Einschnürbereiche (Bruchzonen) bei weitem.

Als weitere Versagensform muss der Bruch der Biegedruckzone berücksichtigt werden. Für die Entwicklung von Spannungsfeldern wird im allgemeinen starr-ideal plastisches Verhalten des Betons angenommen. Auf der Grundlage dieser Idealisierung können insbesondere die Knoten- und Fächergeometrie in Krafteinleitungsbereichen bestimmt werden. Mit Hilfe der in Kapitel 2.2.3 zusammengestellten Beziehungen gelingt es zudem, die Beanspruchungen der Biegedruckzone unmittelbar neben den Krafteinleitungsknoten, wo der Bruch in der Regel tatsächlich eintritt, zu beurteilen; ein entsprechendes Vorgehen wird in Kapitel 3.5.1 näher behandelt. Für die systematische Überprüfung des Verformungsvermögens sind solche Detailuntersuchungen allerdings wenig geeignet, da hierzu die konstruktive Durchbildung, speziell die Umschnürung der Biegedruckzone, und die Querschnittsabmessungen des Trägers bekannt sein müssen. In vollständiger Analogie zur Vorgehensweise bei der Biegebemessung, wird deshalb die nominelle Randstauchung des Betons

$$\epsilon_{cn} = \epsilon_{sm} \cdot \frac{c}{d - c} \quad (3.33)$$

auf den Wert $\epsilon_{cn} = \epsilon_{cu}$ limitiert. Das Bruchkriterium lautet dann

$$\epsilon_{sm} = \epsilon_{cu} \cdot \left(\frac{d}{c} - 1 \right), \quad (3.34)$$

und entsprechende Berechnungen müssen, da die Last, die im am stärksten beanspruchten Risselement die mittlere Dehnung ϵ_{sm} hervorruft, vorerst unbekannt ist, iterativ vor-

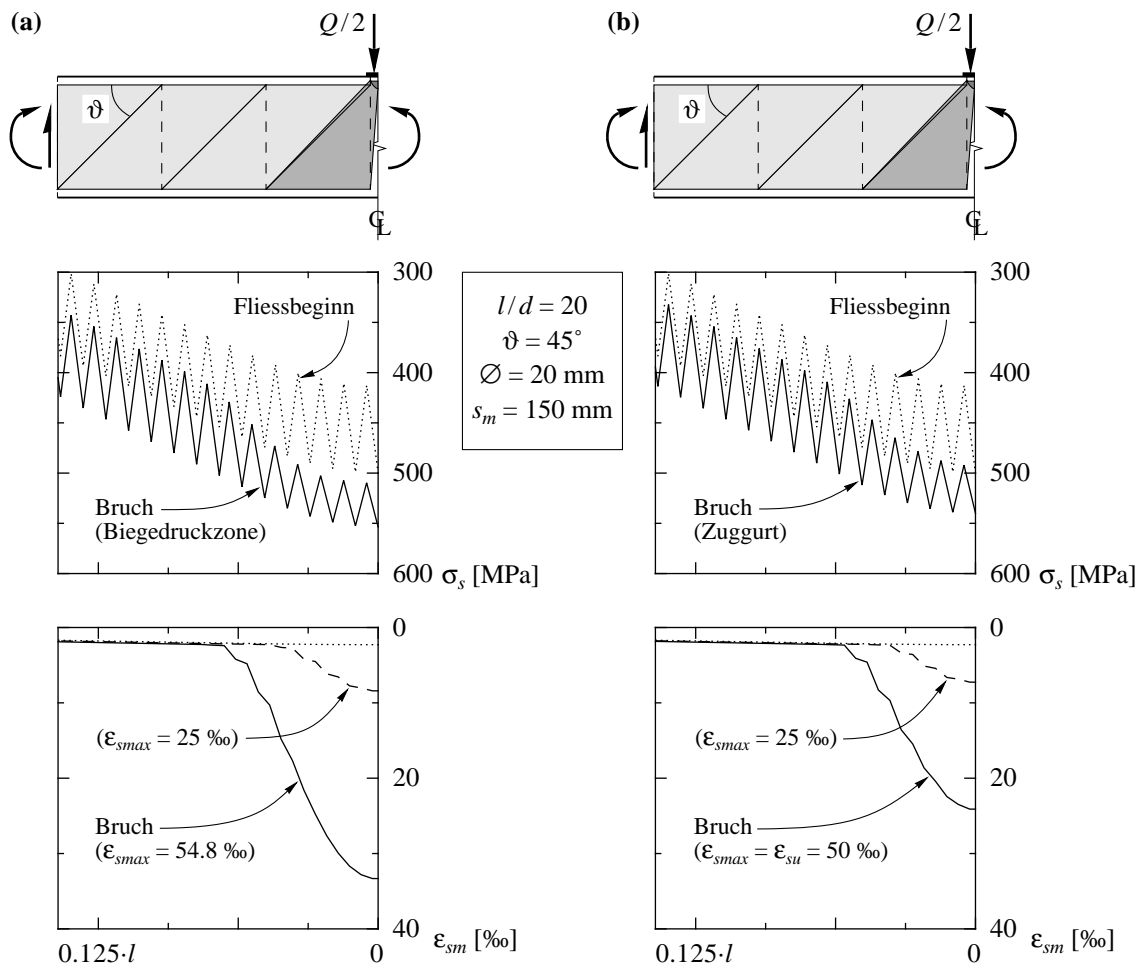


Bild 3.14: Stahlspannungen und mittlere Gurtdehnungen für einen Träger mit $\omega = 0.12$. (a) Stahl der Duktilitätsklasse A; (b) Stahl der Duktilitätsklasse B.

genommen werden. Vergleiche mit Versuchsergebnissen [z.B. Bachmann und Thürlimann (1965), Sigrist und Marti (1993)] zeigen, dass von einer nominellen Bruchgrenze von etwa $\epsilon_{cu} = 5 \text{ ‰}$ ausgegangen werden kann; falls in der Biegedruckzone eine Umschnürungsbewehrung sowie eine kräftige Längsbewehrung vorhanden sind, können sogar bedeutend höhere Werte beobachtet werden. In der Literatur wird der im Vergleich zu der im einachsigen Druckversuch festgestellten Stauchung ϵ_{co} eher hohe Wert für ϵ_{cu} dadurch begründet, dass ein Dehnungsgradient über die Höhe der Biegedruckzone eine Behinderung der Querdehnungen zur Folge hat. Tatsächlich treten in der näheren Umgebung von Krafteinleitungen und speziell in den Knotenbereichen immer mehrachsige Spannungszustände auf.

Da das Versagen der Biegedruckzone durch die Entfestigung des Betons bestimmt wird, muss eine Abhängigkeit der nominellen Bruchstauchung ϵ_{cu} von der Grösse der Träger vermutet werden (vgl. Kapitel 2.1.3). Auf der Grundlage der zur Zeit vorliegenden Versuchsergebnisse kann jedoch nicht beurteilt werden, inwieweit ϵ_{cu} für die Behandlung sehr grosser Träger abgemindert werden müsste. In jedem Fall kann das Problem aber durch das Einlegen einer Längs- und einer Umschnürungsbewehrung entschärft werden.

In Bild 3.14 sind berechnete Spannungs- und Dehnungsverläufe, für den Mittenbereich des in Bild 3.12 gezeigten Trägers, dargestellt. Die Berechnungen wurden auf der Grundlage des hier beschriebenen Rechenmodells durchgeführt, wobei die gezeigten Resultate für eine Trägerschlankheit l/d von 20, eine Druckfeldneigung ϑ von 45° , einen mittleren Rissabstand s_m von 150 mm sowie einen Stabdurchmesser \varnothing von 20 mm gelten. Bild 3.14(a) zeigt die Ergebnisse für Bewehrungsstahl der Duktilitätsklasse A und Bild 3.14(b) diejenigen für Stahl der Duktilitätsklasse B. Der mechanische Bewehrungsgehalt

$$\omega = \frac{A_s \cdot f_y}{b \cdot d \cdot f_c} \quad (3.35)$$

wurde in beiden Berechnungen gleich gewählt; er beträgt $\omega = 0.12$. Die Resultate beziehen sich einerseits auf den Zustand bei Fliessbeginn der Längsbewehrung und andererseits auf den rechnerischen Bruchzustand.

Das Rechenbeispiel wurde so angelegt, dass für den Stahl der Duktilitätsklasse A der Bruch der Biegedruckzone massgebend wird, während für den Stahl der Duktilitätsklasse B das Zerreißen der Längsbewehrung das Versagen bestimmt. Die im Bruchzustand in Feldmitte erreichten maximalen Stahldehnungen ϵ_{smax} unterscheiden sich nur wenig. Bezüglich des Verlaufs der mittleren Dehnung ϵ_{sm} und der Ausdehnung des plastifizierten Bereichs ergeben sich hingegen deutliche Unterschiede; dies ist auf den geringfügig grösseren Verfestigungsmodul des Stahls der Duktilitätsklasse A zurückzuführen. Die Verformungen in den Risselementen sind somit gleichmässiger verteilt und insgesamt werden für gleiche Werte ϵ_{smax} etwas höhere Stahlspannungen erreicht. Dieser Sachverhalt wird auch durch die Diagramme des Verlaufs der Stahlspannung verdeutlicht: je schmaler das Band der Stahlspannungen ausfällt (die Zickzacklinien beinhalten die jeweiligen Werte σ_{smax} und σ_{smin}), um so weiter ist die Plastifizierung des Stahls im Risselement fortgeschritten. In den Diagrammen der mittleren Dehnungen ebenfalls eingetragen sind die Kurven für eine Laststufe, bei der die maximalen Dehnungen den Wert $\epsilon_{smax} = 25 \text{ ‰}$ erreichen; auch in diesem Fall bleiben die Verformungen für den Stahl der Duktilitätsklasse B hinter denjenigen des Stahls der Duktilitätsklasse A zurück.

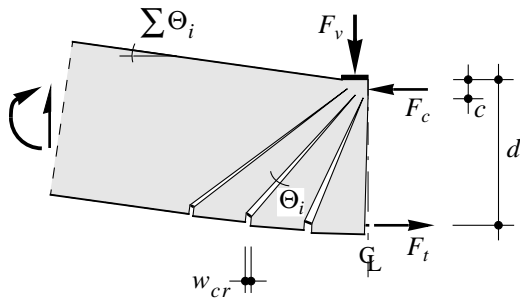
Aus den berechneten Rissweiten w_{cr} können die Verformungen des Gelenkbereichs, respektive der plastische Gelenkwinkel ermittelt werden. Ausgangspunkt für die Berechnung ist die Definition des Risswinkels Θ_i [Bachmann (1967)]. Mit den in Bild 3.15 angegebenen Bezeichnungen ergibt er sich näherungsweise zu

$$\Theta_i \cong \frac{w_{cr}}{d - c} ; \quad (3.36)$$

dabei wird die in horizontaler Richtung gemessene Rissweite durch den vertikalen Abstand der Längsbewehrung von der Biegedruckzone dividiert. Die Summe der Risswinkel des plastischen Verformungsbereichs kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$\sum \Theta_i = \Theta_y + \Theta^{(p)} . \quad (3.37)$$

Bei Fliessbeginn der Längsbewehrung ($Q = Q_y$) beträgt die Rotation $\Theta_y = \sum \Theta_i$, und der plastische Gelenkwinkel $\Theta^{(p)}$ bezeichnet den Zuwachs der Rotation bis zum Bruch des



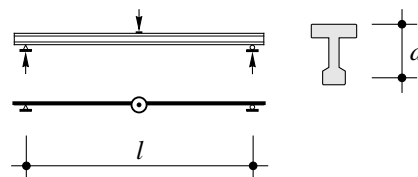
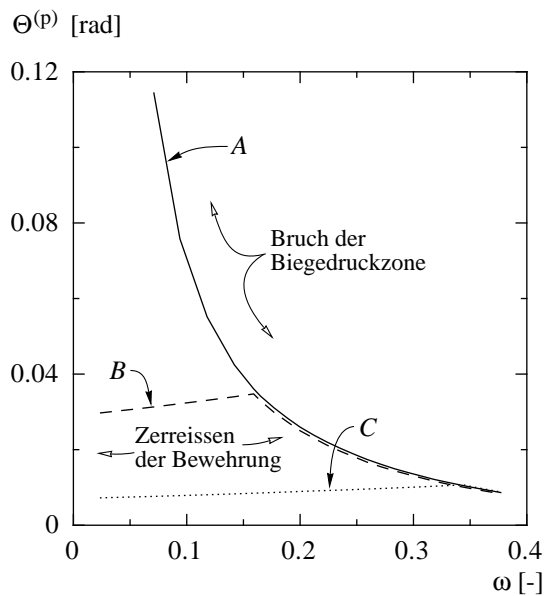
Risswinkel: $\Theta_i \cong \frac{w_{cr}}{d-c}$

Plastischer Gelenkwinkel: $\Theta^{(p)} = \Sigma \Theta_i - \Theta_y$

Bild 3.15: Plastische Rotation. Berechnung des plastischen Gelenkwinkels aus den Rissweiten w_{cr} [Bachmann (1967)].

Trägers. Bei der Summation der Risswinkel werden nur die Beiträge derjenigen Risse berücksichtigt, in denen die Längsbewehrung im rechnerischen Bruchzustand die Fließgrenze erreicht oder überschreitet; in diesen Rissen treten somit tatsächlich plastische Verformungen auf. Die Bestimmung des Winkels Θ_y kann demnach erst erfolgen, wenn die Ausdehnung des plastischen Bereichs bekannt ist.

Damit ist eine Möglichkeit gefunden, das Verformungsvermögen plastischer Verformungsbereiche systematisch zu untersuchen und, mittels des plastischen Gelenkwinkels, einheitlich darzustellen. In Bild 3.16 sind die Resultate entsprechender Berechnungen für den bereits in den Bildern 3.12 und 3.14 behandelten Träger aufgetragen. Das Diagramm enthält die Rechenergebnisse für Stähle aller drei im Rahmen dieser Arbeit unterschiedenen Duktilitätsklassen (A, B, C). Als Rechenparameter dient der mechanische Bewehrungsgehalt ω . Er ist (für ideal plastisches Materialverhalten) über die Beziehung $c = \omega \cdot d$ direkt mit der Höhe der Biegedruckzone verknüpft und kann somit, zumindest für den Fall des Versagens der Biegedruckzone, als Hauptparameter des Problems be-



Grundlagen für die Berechnungen:

$f_y = 500 \text{ MPa}$	$l/d = 20$
$E_s = 200 \text{ GPa}$	$\vartheta = 45^\circ$
$f_c = 30 \text{ MPa}$	$\varnothing = 20 \text{ mm}$
$\epsilon_{cu} = 5 \%$	$s_m = 150 \text{ mm}$

Bild 3.16: Berechnete plastische Gelenkwinkel für einen einfachen Balken unter einer Einzellast: Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C.

trachtet werden. Alle weiteren Parameter wurden in den Berechnungen konstant gehalten; der Einfluss einer Variation dieser Grössen wird in den nachfolgenden Kapiteln noch eingehend diskutiert.

In Bild 3.16 deutlich zu erkennen sind die unterschiedlichen Kurvenverläufe, die sich für die zwei bis anhin unterschiedenen Versagenszustände ergeben. Falls die Bruchdehnung des Stahls erreicht wird (Zerreißen der Bewehrung), nehmen die Werte für $\Theta^{(p)}$ mit zunehmendem Bewehrungsgehalt ebenfalls leicht zu. Bestimmt hingegen der Bruch der Biegedruckzone das Versagen ($\epsilon_{cn} = \epsilon_{cu}$), so findet man mit zunehmendem Bewehrungsgehalt stark abnehmende plastische Gelenkwinkel. Für Stahl der Duktilitätsklasse A ist diese Art des Versagens im gesamten dargestellten Bereich von $\Theta^{(p)}$ massgebend, und für solchen der Duktilitätsklasse B ab einem Bewehrungsgehalt ω von etwa 0.16; unterhalb dieser Grenze erweist sich das Zerreißen der Bewehrung als Versagensursache. Für Stahl der Duktilitätsklasse C wird das Verformungsvermögen der Träger nahezu im gesamten Bereich der untersuchten Bewehrungsgehalte ($\omega < 0.34$) durch das Versagen des Zuggurts begrenzt; wiederum wird deutlich, dass sich die Kombination der geringen Dehnfähigkeit des Stahls mit den relativ guten Verbundeigenschaften besonders nachteilig auf das Verformungsvermögen auswirkt.

In den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass Stegbrüche durch geeignete Massnahmen verhindert werden. Gleich wie bei dem in Kapitel 2.2.4 behandelten Scheibenelement käme entweder das Zerreißen der Bügel oder der Bruch des Stegbetons als Versagensursache in Frage. Durch die Wahl einer genügend grossen Stegdicke sowie die Annahme einer kräftigen Bügelbewehrung können solche Brüche jedoch ausgeschlossen werden; im Beispiel von Bild 3.16 wurde die diagonale Hauptdruckspannung deshalb auf einen (eher tiefen) Wert von $\sigma_2 = -4$ MPa begrenzt. Da die Beanspruchungen des Stags mit Hilfe des Spannungsfelds in jedem Moment des Belastungsschritts kontrolliert werden können, ergibt sich mit dem Rechenmodell die Möglichkeit, auch diese Art des Versagens zu berücksichtigen. Die Auswirkung von Stegbrüchen auf das Verformungsvermögen wird in Kapitel 3.4.3 behandelt.

Die mit Hilfe des hier beschriebenen Rechenmodells gewonnenen Resultate eignen sich auch für die Berechnung der Durchbiegungen der Träger; hierzu können die in der Stabstatik üblichen Beziehungen verwendet werden. Die Verformung des Zuggurts entlang der Stabachse ist durch den Verlauf der mittleren Dehnung ϵ_{sm} festgelegt. Geht man, gemäss dem Spannungsfeld, von einem konstanten Hebelarm der Gurtkräfte sowie von einer konstanten Druckzonenhöhe c aus, so können die Krümmungen χ der Stabquerschnitte wie folgt ermittelt werden:

$$\chi = \frac{\epsilon_{sm}}{d - c} . \quad (3.38)$$

Die mittleren Dehnungen des Zugurts lassen sich mit dem in Bild 3.13 gezeigten Verfahren für beliebige Laststufen ermitteln; vereinfachend kann dabei beispielsweise angenommen werden, dass das endgültige Rissbild bereits bei Belastungsbeginn vorliegt, und auch das Spannungsfeld während der Belastung unverändert bleibt. Durch Integration der Krümmung entlang der Stabachse findet man schliesslich die gesuchte Verformungsgrösse. In Bild 3.17(a) sind die auf diese Weise berechneten Mittendurchbiegungen, für

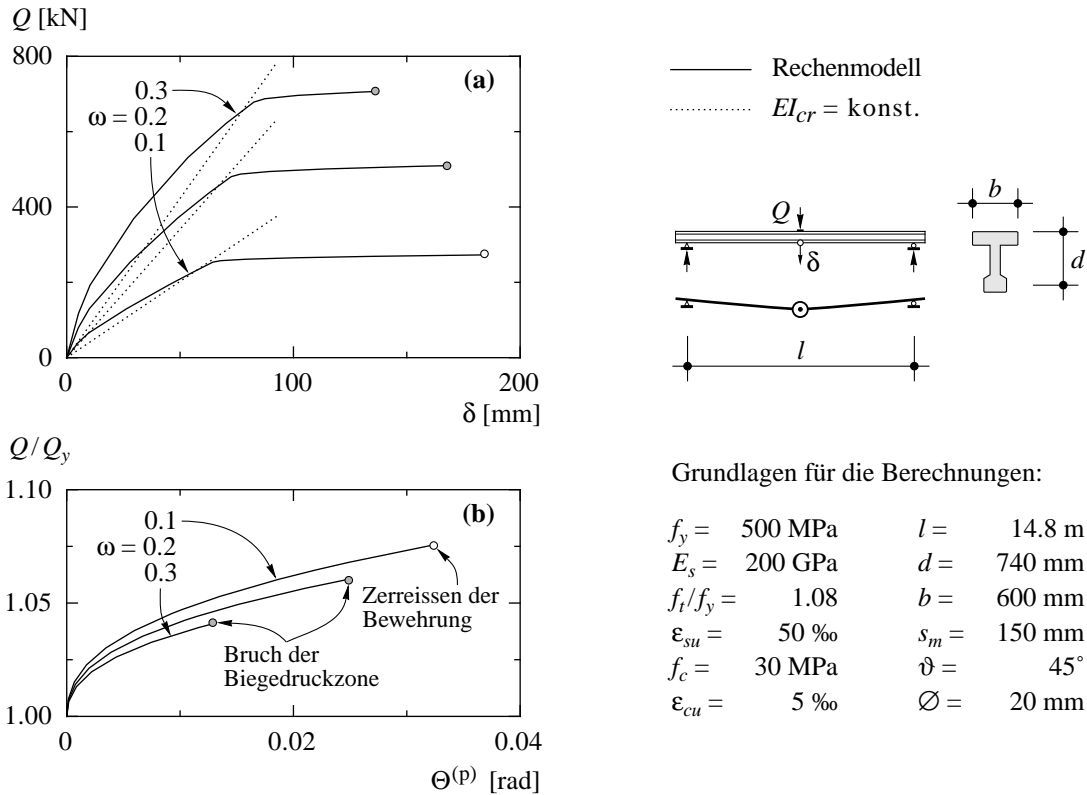


Bild 3.17: Rechenbeispiel für einen Träger mit $l/d = 20$. (a) Last-Durchbiegungs-Kurven; (b) Verfestigung des plastischen Gelenks.

einen Träger mit der Schlankheit $l/d = 20$ und Stahl der Duktilitätsklasse B , dargestellt. Die Querschnittsabmessungen des Trägers und die für die Berechnung benötigten Kennwerte der Materialien können ebenfalls dem Bild entnommen werden. Im Diagramm sind die Last-Durchbiegungs-Kurven für mechanische Bewehrungsgehalte ω von 0.1, 0.2 und 0.3 aufgetragen. Bis zum Erreichen der Fließgrenze unterscheidet sich die Form der Kurven nur wenig; für den Träger mit dem grössten Bewehrungsgehalt verläuft die Kurve am stärksten gekrümmt, was auf die ausgeprägtere Abnahme des Hebelarms der Gurtkräfte zurückzuführen ist. Bei Fließbeginn der Längsbewehrung weist der am schwächsten bewehrte Träger die kleinste Durchbiegung auf, bis zum Bruch des Trägers sind aber insgesamt die grössten Verformungen möglich; dabei wird das Zerreißen der Bewehrung massgebend. Für die grösseren Bewehrungsgehalte erfolgt das Versagen hingegen durch den Bruch der Biegedruckzone.

In Bild 3.17(b) ist die auf Q_y bezogene Zunahme der Last in Funktion des plastischen Gelenkwinkels dargestellt, wobei Q_y die Last bei Fließbeginn der Längsbewehrung bezeichnet. Die Kurven veranschaulichen die Verfestigungen der plastischen Gelenke, respektive das Anwachsen der Beanspruchungen der plastischen Verformungsbereiche. Im Fall des Trägers mit $\omega = 0.1$ wächst die Zugkraft bis zum Bruch um den Faktor $f_t/f_y = 1.08$ an, die Zunahme der Last bleibt aber geringfügig hinter diesem Wert zurück. Wiederum ist die Abnahme des Hebelarms der Gurtkräfte, die sich in dieser Form infolge der Annahme des starr-ideal plastischen Verhaltens des Betons ergibt, der Grund dafür. Bei der Bestimmung der Höhe der Biegedruckzone könnte ohne weiteres auch das

nichtlineare Verformungsverhalten des Betons berücksichtigt werden. Für übliche Bewehrungsgehalte hat die Wahl des in der Berechnung verwendeten Stoffgesetzes allerdings keinen grossen Einfluss auf die Lage der Druckresultierenden. Es ist deshalb sinnvoll von einer möglichst einfachen Annahme auszugehen.

Für den Fall eines einfachen Balkens unter einer Einzellast findet man mit der Beziehung

$$\Theta^{(p)} \cong 4 \cdot \frac{\delta_{max} - \delta_y}{l}, \quad (3.39)$$

einen Näherungswert für den plastischen Gelenkwinkel. δ_y und δ_{max} bezeichnen dabei die Mittendurchbiegungen des Trägers bei Fließbeginn und beim Erreichen der Höchstlast. Die Näherung basiert auf der Modellvorstellung, dass die plastischen Verformungen des Gelenks als Starrkörperrotationen der beiden Trägerhälften idealisiert werden können. Anhand eines Vergleichs der Diagramme in Bild 3.17 kann ersehen werden, dass damit die rechnerischen Gelenkwinkel recht gut erfasst werden; dies ist immer dann der Fall, wenn sich die plastischen Gelenke nicht allzu stark verfestigen und die Stegverzerrungen klein bleiben.

In Bild 3.17(a) ebenfalls eingezeichnet sind die Last-Verformungs-Kurven (punktier-te Geraden), die sich unter der Annahme einer über die Länge der Träger konstanten Biegesteifigkeit EI_{cr} ergeben. Für die Biegesteifigkeit EI_{cr} kann etwa derjenige Wert angenommen werden, der sich gemäss Stahlbeton-Biegelehre aus der Krümmung bei Fließbeginn der Längsbewehrung

$$\chi_y = \frac{M_y}{EI_{cr}} \quad (3.40)$$

ermitteln lässt. Für die Annahme ideal plastischen Verhaltens der Materialien ergibt sich das entsprechende Biegemoment zu

$$M_y = f_c \cdot bd^2 \cdot \omega \left(1 - \frac{\omega}{2}\right), \quad (3.41)$$

und unter Verwendung von Gleichung (3.38) findet man schliesslich den Ausdruck

$$EI_{cr} = E_s \cdot bd^3 \cdot \omega(1 - \omega) \left(1 - \frac{\omega}{2}\right) \cdot \frac{f_c \cdot \epsilon_{sy}}{f_y \cdot \epsilon_{smy}}. \quad (3.42)$$

Die mittlere Dehnung bei Fließbeginn ϵ_{smy} kann mit Hilfe von Gleichung (2.55) berechnet, oder aus den Diagrammen in Bild 2.27 herausgelesen werden; die Werte für $\epsilon_{smy}/\epsilon_{sy}$ liegen normalerweise etwa zwischen 0.8 und 0.95. Bei Fließbeginn der Längsbewehrung stimmen die auf diese Weise berechneten Mittendurchbiegungen gut mit denjenigen gemäss dem Rechenmodell überein. Der unterschiedliche Verlauf der Gurtkräfte, der sich für die beiden Betrachtungsweisen ergibt, wird durch die vereinfachende Annahme einer konstanten Biegesteifigkeit gerade etwa kompensiert. Auch in Versuchen stellt man fest, dass die mit $EI_{cr} = \text{konst.}$ auf der Grundlage linear elastischen Verhaltens ermittelten Werte recht gut mit den bis zum Fließbeginn gemessenen Durchbiegungen übereinstimmen.

3.3.2 Verformungen des Steges

Im folgenden soll der Einfluss der Schiebungen auf die Tragwerksverformungen anhand einiger qualitativer Überlegungen diskutiert werden. Dabei werden nur diejenigen Schiebungsanteile betrachtet, die sich nach dem Fließbeginn der Längsbewehrung einstellen. Trägerbereiche, in denen beträchtliche Schiebungen auftreten, liegen bei üblicher Bewehrungsführung typischerweise unmittelbar bei den plastischen Gelenken, und sie erstrecken sich über Längen, die etwa denjenigen der Fächer und allenfalls der unmittelbar daneben liegenden Druckbänder entsprechen ($l \cong 1 \dots 2 \cdot d_v \cot \vartheta$). Aufgrund der Zunahme der Schiebungen ergeben sich für die Träger grössere Durchbiegungen.

Während für parallele Druckbänder die Schiebungen mit den Gleichungen (3.22) und (3.20) ermittelt werden können, sind für Krafteinleitungszonen (Fächer) gesonderte Betrachtungen erforderlich. Die mittlere Schiebung im Fächerbereich wird durch die Zunahme der Dehnungen der Bügel sowie der Stauchungen des Stegbetons vergrössert. Die Ermittlung dieses Schiebungsanteils ist allerdings nicht ohne weiteres möglich, da sowohl in bezug auf den Spannungs- als auch auf den Verzerrungszustand äusserst komplexe Verhältnisse vorliegen. Anhand eines einfachen Fachwerkmodells ist immerhin eine Abschätzung möglich; die hierzu benötigte Beziehung lässt sich an einer durch den Neigungswinkel ϑ_f (der Druckresultierenden des Fächers) definierten Fachwerksmasche herleiten. Geht man wiederum von Gleichung (3.20) aus und vernachlässigt den Anteil aus den Gurtdehnungen, so ergibt sich aus den Verformungen der Bügel und des Stegbetons ein mittlerer Schiebungszuwachs von

$$\Delta\gamma^{(p)} \cong (\Delta\bar{\varepsilon}_y - \Delta\bar{\varepsilon}_2) \tan \vartheta_f - \frac{\Delta\bar{\varepsilon}_2}{\tan \vartheta_f} \quad (3.43)$$

$\Delta\gamma^{(p)}$ könnte auch in Funktion des Neigungswinkels ϑ des benachbarten Druckbands ausgedrückt werden, da über $\tan \vartheta_f \cong 2 \tan \vartheta$ eine Abhängigkeit zwischen diesen beiden Winkeln besteht. Die Dehnungszuwächse $\Delta\bar{\varepsilon}_y$ und $\Delta\bar{\varepsilon}_2$ müssen anhand der Beanspruchungen des Fächers geschätzt werden.

Wie Versuche zeigen, ergeben sich unmittelbar bei einer Krafteinleitung kaum Stegverformungen. Mit zunehmendem Abstand vom Krafteinleitungsquerschnitt nehmen die vertikalen Dehnungen etwa linear zu und verlaufen ungefähr ab Fächermitte mehr oder weniger konstant. Dies ändert sich auch dann nicht, wenn die Bügelbewehrung die Fließgrenze überschreitet [Sigrist und Marti (1993)]. Ein solcher Verlauf der Dehnungen steht nicht unbedingt im Widerspruch zur Annahme eines gleichmässig beanspruchten, vertikalen Zugbands (vgl. Kapitel 3.2.1); in Bereichen, in denen die Fächertrajektorien sehr steil verlaufen, sind aufgrund der grösseren Rissabstände auch bei kleineren mittleren Dehnungen entsprechende Bügelkräfte möglich. In grober Näherung kann die mittlere vertikale Dehnung des Steges im Fächerbereich etwa zu $\bar{\varepsilon}_y \cong \varepsilon_{sm}/2$ angenommen werden. Die mittlere Dehnung ε_{sm} ergibt sich aus der Beanspruchung der Bügel σ_{sy} und kann für einen angenommenen Rissabstand mit Hilfe der in den Diagrammen der Bilder 2.27 und 2.28 gegebenen Werte $\varepsilon_{sm}/\varepsilon_{smax}$ abgeschätzt werden.

Für die Stauchungen des Betons im Fächerbereich findet man Werte zwischen $-\varepsilon_2 = \varepsilon_{co}$ (bei der Knotenberandung) und $-\varepsilon_2 = (q + \sigma_{sy} a_{sw}) / (\sin^2 \vartheta b_w E_c)$ (entlang

des dem Knoten gegenüberliegenden Flansches). Anhand der Beanspruchung der Bügel können so zumindest Näherungswerte für die zu berücksichtigende mittlere Stauchung $\bar{\varepsilon}_2$ ermittelt werden. Normalerweise dürften entsprechende Werte etwa bei $\bar{\varepsilon}_2 = -0.5\text{‰} \dots -1.5\text{‰}$ liegen; wird das Versagen des Trägers hingegen durch den Bruch des Stegbetons bestimmt, kann von einer Stauchung von $\bar{\varepsilon}_2 = -2\text{‰}$ ausgegangen werden.

Falls die Bügel bis zum Erreichen der Höchstlast elastisch bleiben, kann der Zuwachs der Schiebung im Fächerbereich wie folgt abgeschätzt werden:

- mit einer Verfestigung des plastischen Gelenks von maximal 15 % (im Beispiel von Bild 3.12 entspräche dies einer Zunahme der Last von 15 %), was für einen Stahl der Duktilitätsklasse A möglich ist, und unter der Annahme, dass dabei die Stegverformungen ebenfalls um 15 % anwachsen, findet man mit Hilfe von Gleichung (3.43) einen Wert von etwa $\Delta\gamma^{(p)} \cong 1\text{‰}$.

Für Fächerbereiche in denen auch die Bügel plastifiziert werden, was speziell bei relativ kleinen Bügelbewehrungsgehalten der Fall ist, ergibt sich folgendes Bild:

- geht man davon aus, dass bei Druckfeldneigungen von $\vartheta \geq 25^\circ$ im Fächerbereich zusätzliche mittlere Bügeldehnungen von maximal 20 ‰ auftreten [Sigrist und Marti (1993)], während die Betonstauchungen um etwa 0.5 ‰ anwachsen, so ergeben sich Werte bis zu $\Delta\gamma^{(p)} \cong 10\text{‰}$.

Die Resultate zeigen, dass die Schiebungen erst dann substantiell zu den Tragwerksverformungen beitragen, wenn sich grosse vertikale Dehnungen der Bügel einstellen. Dies ist insbesondere in Situationen, in denen sich schliesslich Stegbrüche ergeben, der Fall; die Durchbiegungen bleiben dann in der Regel relativ klein, und ein wesentlicher Teil ist auf die Verformungen der Bügel zurückzuführen. Falls in den Stegen hingegen keine Plastifizierungen auftreten, bleibt der Einfluss der Schiebungen, im Vergleich zu den aus den Gelenkrotationen resultierenden Verformungen, verhältnismässig klein; der Anteil aus den Schiebungen beträgt dann kaum mehr als 5 %. Dies liegt innerhalb der Genauigkeit, mit der Verformungen vorhergesagt werden können.

Da ein lokales Anwachsen der Schiebungen bei üblichen Tragsystemen keine oder nur geringe globale Schnittkraftumlagerungen zur Folge hat, wird man in der Bemessung im allgemeinen darauf verzichten, diesen Anteil zu berücksichtigen. Bei der Nachrechnung und Interpretation von Versuchsergebnissen sollten die aus den Schiebungen resultierenden Durchbiegungsanteile hingegen berücksichtigt werden; entsprechende Rechenergebnisse sind allerdings mit bedeutend grösseren Unsicherheiten behaftet, als dies für die Biegeverformungen gemäss Kapitel 3.3.1 der Fall ist.

3.3.3 Statisch unbestimmte Systeme

Bei statisch unbestimmten Systemen treten infolge des nichtlinearen Tragwerksverhaltens Schnittkraftumlagerungen auf, d.h. es stellen sich Schnittkraftverteilungen ein, die von denjenigen abweichen, die auf der Grundlage linear elastischen Materialverhaltens berechnet werden. Bei Durchlaufträgern verwendet man üblicherweise das Stützmoment M_a als Bezugsgrösse; M_a lässt sich immer als Momentendifferenz

$$M_a = M_a^{(e)} - \Delta M_a \quad (3.44)$$

ausdrücken, wobei $M_a^{(e)}$ das Biegemoment gemäss Elastizitätstheorie bezeichnet. Die Verhältniszahl

$$\beta = \frac{\Delta M_a}{M_a^{(e)}} = 1 - \frac{M_a}{M_a^{(e)}} \quad (3.45)$$

kann sodann als Mass für die Schnittkraftumlagerung betrachtet werden.

Die beiden für die Verteilung der Schnittkräfte bedeutendsten nichtlinearen Effekte, die innerhalb des Belastungsfortschritts auftreten, sind die Rissbildung und das Fließen der Bewehrung. Die tatsächlich auftretenden Umlagerungen werden durch die Steifigkeits- und die Spannweitenverhältnisse sowie die Art der Belastung beeinflusst. Im Unterschied zu den plastischen Verformungen bleibt die Rissbildung nur anfänglich auf die am stärksten beanspruchten Bereiche des Tragwerks begrenzt. Bei profilierten Trägern ergeben sich in diesen frühen Rissbildungsphasen üblicherweise Umlagerungen von etwa 5 bis 10 %. Mit zunehmender Belastung bilden sich dann aber in nahezu allen Tragwerksbereichen Risse, so dass sich Steifigkeitsunterschiede wieder ausgleichen. Infolgedessen werden die Umlagerungen der Schnittkräfte bis zum Fließbeginn der Längsbewehrung häufig auf Werte $< 5\%$ abgebaut. Nach dem Auftreten von plastischen Verformungen wirkt sich die Rissbildung kaum mehr auf die Schnittkraftumlagerung aus; ihr Einfluss wird deshalb in den folgenden Ausführungen vernachlässigt.

In diesem Abschnitt wird der Einfluss der Schnittkraftverteilung auf das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche untersucht; da das Verformungsverhalten der plastischen Gelenke andererseits die Verteilung der Schnittkräfte beeinflusst, wird das in Kapitel 3.3.1 beschriebene Rechenmodell entsprechend erweitert, so dass diese Wechselwirkung berücksichtigt werden kann. Bild 3.18 zeigt einen Zweifeldträger unter einer gleichmässig verteilten Last q . In den nachfolgenden Berechnungen wird davon ausgegangen, dass $q = 0$ den beanspruchungsfreien Zustand beschreibt, d.h., dass keine Eigenspannungszustände vorhanden sind ($M_a^{(R)} = 0$), und die Last bis zum Bruch monoton anwächst. Unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens sowie einer über die Trägerlänge konstanten Biegesteifigkeit ergibt sich das Moment beim Zwischenaufleger zu

$$M_a^{(e)} = \frac{q \cdot l^2}{8} . \quad (3.46)$$

Geht man davon aus, dass sich das erste plastische Gelenk beim Zwischenaufleger bildet, so kann die Berechnung für Zustände nach dem Überschreiten der Fließgrenze der Längsbewehrung ($M_a > M_{ay}$) auf der Grundlage des in Bild 3.18(b) dargestellten stati-

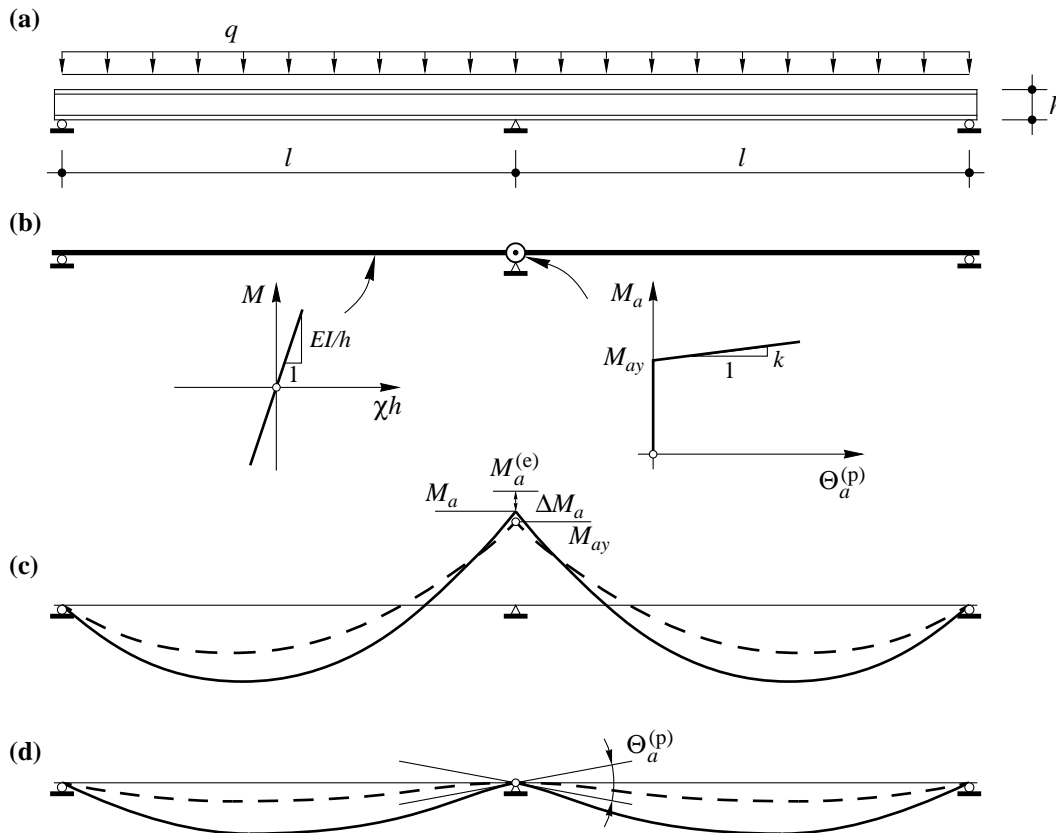


Bild 3.18: Rechenbeispiel. (a) Geometrie und Belastung; (b) Idealisertes System; (c) Momentenverteilung bei Fließbeginn der Längsbewehrung und in der elastisch-plastischen Phase; (d) Durchbiegungen und plastischer Gelenkwinkel beim Zwischenaufleger.

schen Systems vorgenommen werden. Die Verfestigung des Gelenks wird dabei durch die im Bild gezeigte lineare M_a - $\Theta_a^{(p)}$ -Beziehung idealisiert, während das Verformungsverhalten des Trägers weiterhin durch eine konstante Biegesteifigkeit EI charakterisiert werden soll. Bei dem hier betrachteten Zweifeldträger findet man für den plastischen Gelenkwinkel die Beziehung

$$\Theta_a^{(p)} = \frac{(q - q_y) \cdot l^3}{12EI + 8kl} \quad , \quad (3.47)$$

wobei die Last beim Erreichen der Fließgrenze durch

$$q_y = \frac{8 \cdot M_{ay}}{l^2} \quad (3.48)$$

gegeben ist. Für einen gewählten Wert ϵ_s ($\epsilon_s > \epsilon_{sy}$) über dem Zwischenaufleger und eine geschätzte Last q ($q > q_y$) können einerseits das Biegemoment M_a und andererseits die Schnittkraftverteilung sowie der Zugkraftverlauf der Längsbewehrung berechnet werden. Auf der Grundlage des in Kapitel 3.3.1 beschriebenen Modells können sodann der plastische Gelenkwinkel $\Theta_a^{(p)}$ und die Sekanten-Steifigkeit $k = (M_a - M_{ay})/\Theta_a^{(p)}$ des plastischen Gelenks bestimmt werden; damit lässt sich mit Hilfe von Gleichung (3.47) ein

neuer Wert für die Last q ermitteln. Durch Variation der Last findet man schliesslich denjenigen Beanspruchungszustand, der mit den Verformungen des Systems kompatibel ist. Die Biegesteifigkeit EI des Trägers muss hierzu bekannt sein. Setzt man $EI = EI_{cr}$, ergibt sich der entsprechende Wert aus Gleichung (3.42), wobei der zu berücksichtigende mechanische Bewehrungsgehalt ω_b (in den Feldern) aufgrund des durch die Last q_u hervorgerufenen maximalen Feldmoments berechnet werden kann; q_u findet man für denjenigen Zustand, in dem über dem Zwischenauflager entweder die Bedingung $\epsilon_s = \epsilon_{su}$ (Zerreißen der Bewehrung) oder das Bruchkriterium (3.34) (Bruch der Biegedruckzone) erfüllt ist und die Bewehrung in den Feldern die Fließgrenze erreicht.

Analog zu Bild 3.14 lassen sich auch in diesem Fall die berechneten Spannungs- und Dehnungsverläufe graphisch darstellen. Bild 3.19 zeigt entsprechende Rechenergebnisse für den Auflagerbereich eines Trägers mit einer Schlankheit l/d von 20, einer Druckfeldneigung ϑ von 45° , einem mittleren Rissabstand s_m von 150 mm sowie einem Stabdurchmesser \varnothing von 20 mm. Der mechanische Bewehrungsgehalt beträgt $\omega_a = 0.131$. Anders als bei einem einfachen Balken verändert sich mit zunehmender Last nicht nur das Beanspruchungsniveau der Stahlspannungen, sondern auch deren Verlauf entlang des Trä-

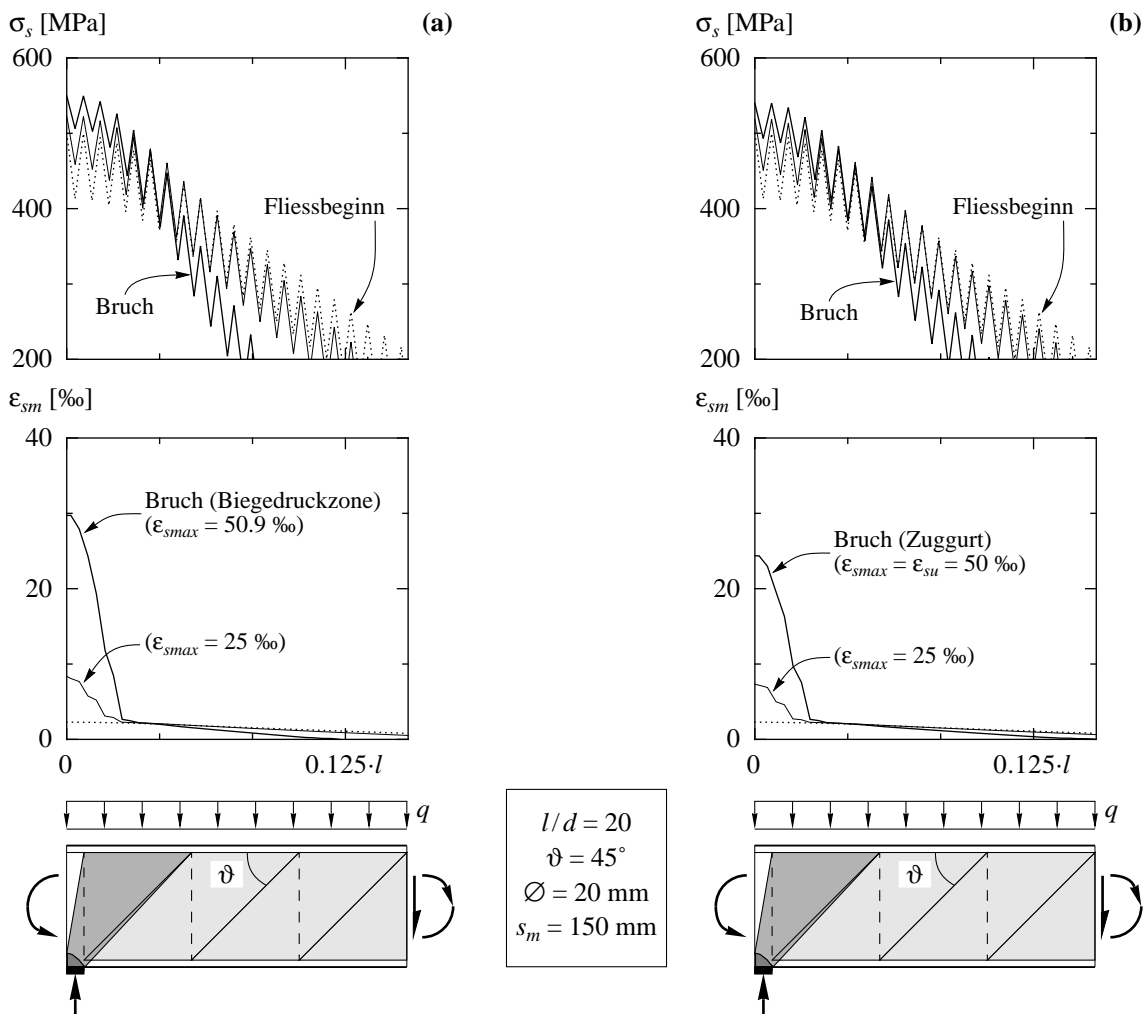


Bild 3.19: Stahlspannungen und mittlere Gurtdehnungen beim Zwischenauflager. Träger mit $\omega_a = 0.131$; Stahl der Duktilitätsklasse A (a) resp. B (b).

gers. Dies veranschaulicht den Einfluss der Schnittkraftumlagerung; die plastischen Verformungen der Längsbewehrung bleiben dadurch auf einen engeren Bereich nahe der Krafteinleitung begrenzt. Im Rechenbeispiel von Bild 3.19 ergeben sich für die untersuchten Stähle ungefähr die gleichen Ausdehnungen der plastischen Gelenkbereiche, obwohl für den Stahl der Duktilitätsklasse A, wie der Verlauf der Stahlspannungen andeutet, bis zum Bruch eine deutlich grössere Schnittkraftumlagerung stattfindet. Da in diesem Fall jedoch auch grössere maximale Stahlspannungen auftreten, wird der ausgeprägtere Abbau der Zugkraft gerade etwa kompensiert. Das Beispiel wurde wiederum so gewählt, dass für den Stahl der Duktilitätsklasse A der Bruch der Biegedruckzone und für den Stahl der Duktilitätsklasse B das Zerreißen der Längsbewehrung massgebend wird.

Für den Bruchzustand können die berechneten plastischen Gelenkwinkel $\Theta_a^{(p)}$ wiederum in Funktion des mechanischen Bewehrungsgehalts ω_a (beim Zwischenaufleger) dargestellt werden. Wie in Kapitel 3.4 noch gezeigt werden wird, sind bei entsprechenden Berechnungen eine Vielzahl von Parametern zu berücksichtigen. Insbesondere die Geometrie der Träger (Schlankheit, Querschnittsabmessungen) spielt eine entscheidende Rolle. In dem in Bild 3.20 behandelten Beispiel beträgt das Verhältnis der Breiten der oberen und unteren Flanschplatten 2:1. Die Plattenstärken wurden den Erfordernissen der maximalen Beanspruchungen angepasst, so dass sie jeweils grösser waren als die Höhen der Biegedruckzonen im Bruchzustand. Auch die Breite der Stege richtete sich nach den Beanspruchungen. Sie wurde so gewählt, dass die nominelle Schubspannung im Bemessungsquerschnitt (vgl. Kapitel 3.2.1) für alle Bewehrungsgehalte den Wert $\tau_{nom} = V/(b_w \cdot d_v) = 6$ MPa erreichte; aufgrund dieser Annahme können Stegbrüche ausgeschlossen werden. Die in Bild 3.20 gezeigten Versagenskurven gelten für die hierfür berechneten Schnittkraftumlagerungen, das heisst, dass damit diejenigen Zustände erfasst werden, in denen über dem Zwischenaufleger der Bruch eintritt, während die

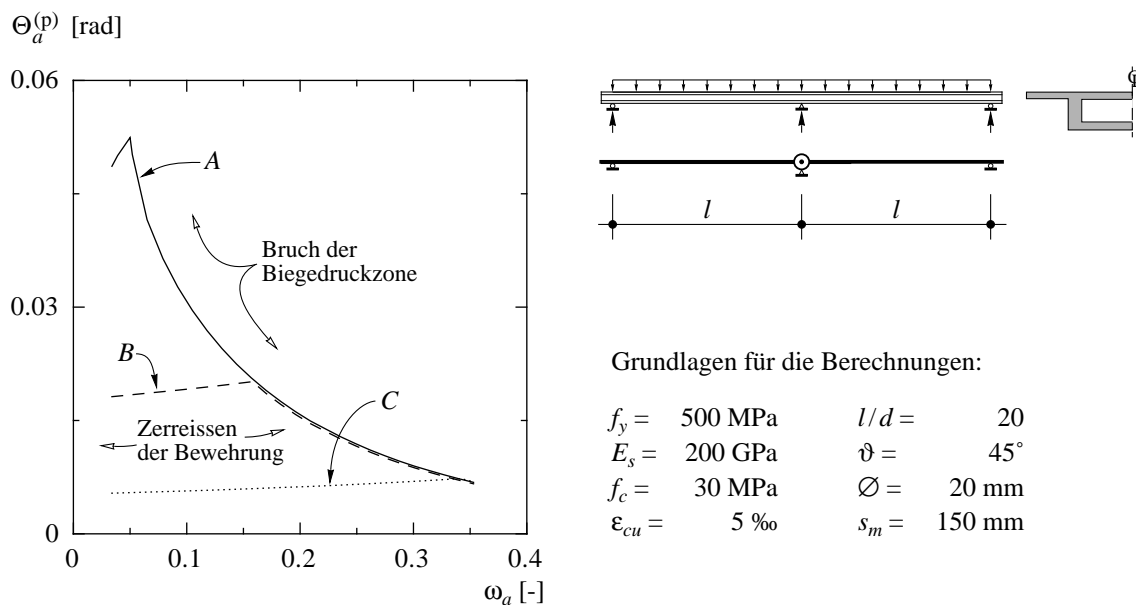


Bild 3.20: Berechnete plastische Gelenkwinkel für einen Zweifeldträger unter einer gleichmässig verteilten Last: Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C.

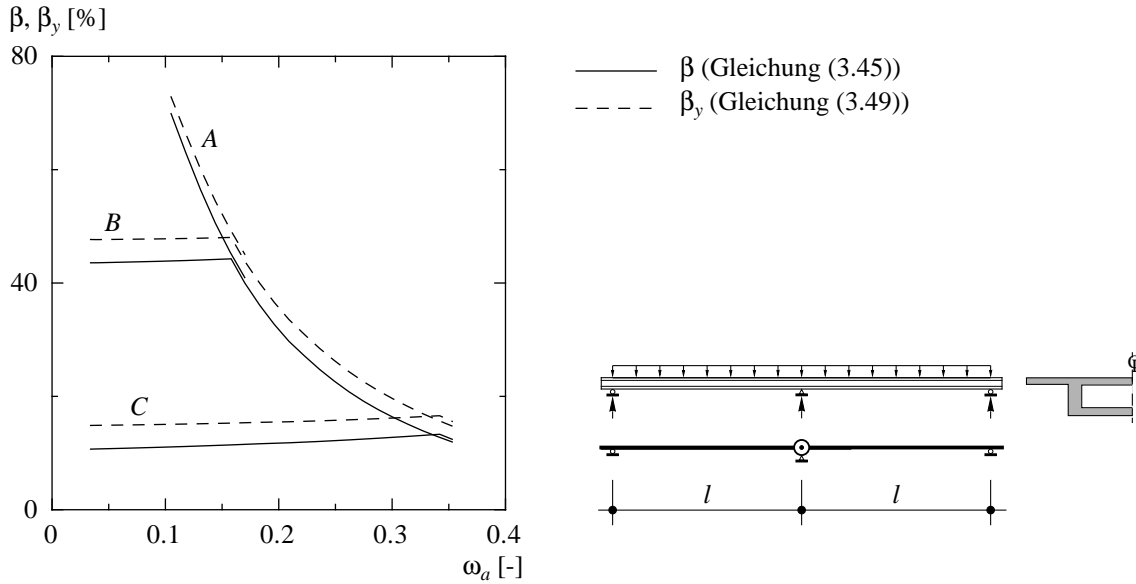


Bild 3.21: Berechnete Schnittkraftumlagerungen für das Beispiel von Bild 3.20: Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C.

Längsbewehrung in den Feldern die Fließgrenze erreicht. Das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche entspricht somit jeweils gerade dem Verformungsbedarf, der aus den Gesamtdeformationen des Systems resultiert. Einem auf diese Weise ermittelten plastischen Gelenkwinkel $\Theta_a^{(p)}$ sind demnach immer eine bestimmte Schnittkraftumlagerung β sowie ein mechanischer Bewehrungsgehalt ω (respektive die zugehörige Biegesteifigkeit EI_{cr}) für den am stärksten beanspruchten Feldquerschnitt zugeordnet. Die Annahme, dass sich vor dem Erreichen des hier beschriebenen Versagenszustandes in den Feldern ebenfalls plastische Verformungsbereiche ausbilden, würde zu geringeren Schnittkraftumlagerungen führen, hätte aber etwas grössere plastische Gelenkwinkel zur Folge. Die in Bild 3.20 aufgetragenen Rotationen können deshalb, für das im Bild behandelte Tragssystem, als untere Grenzwerte betrachtet werden.

Im Diagramm in Bild 3.21 sind die für das Beispiel von Bild 3.20 berechneten Schnittkraftumlagerungen β dargestellt. Ebenfalls eingetragen sind die diesen Werten entsprechenden Verhältniszahlen

$$\beta_y = \frac{M_a^{(e)} - M_{ay}}{M_a^{(e)}} = 1 - \frac{M_{ay}}{M_a^{(e)}} \quad , \quad (3.49)$$

wobei im Unterschied zur Definition gemäss Gleichung (3.45) als Bezugsgrösse für die Schnittkraftumlagerung das Moment M_{ay} verwendet wird. In der Praxis wird üblicherweise von dieser Definition ausgegangen, da dann die Verfestigung des Gelenks nicht ermittelt werden muss. Das Diagramm zeigt, dass bei Verwendung von Stählen der Duktilitätsklassen A und B über weite Bereiche der untersuchten Bewehrungsgehalte sehr grosse, für Stahl der Duktilitätsklasse C hingegen relativ bescheidene Umlagerungen möglich sind; die entsprechenden Werte für den Stahl C liegen etwa bei $\beta = 10 \dots 13 \%$.

3.4 Parameterstudie

3.4.1 System und Belastung

Anhand der in den vorhergehenden Kapiteln beschriebenen Rechenbeispiele ist ersichtlich, dass sowohl das statische System als auch die Art der Belastung die erreichbaren plastischen Gelenkwinkel und die Schnittkraftumlagerungen beeinflussen.

Für den einfachen Balken von Bild 3.16 findet man, da in diesem Fall keine Schnittkräfte umgelagert werden, grössere Gelenkwinkel als für den in Bild 3.20 behandelten Zweifeldträger. Dieser Sachverhalt wird auch durch die in Bild 3.22 gezeigten Rechenergebnisse illustriert. Im vorliegenden Beispiel wurde die Länge des einfachen Balkens (Fall (b)) so gewählt, dass sie dem Abstand der Momentennullpunkte entspricht, der sich für den Fall (a) unter der Voraussetzung linear elastischen Materialverhaltens einstellt. Die Querschnittsabmessungen und die übrigen Rechenparameter wurden bei beiden Berechnungen gleich gewählt. Mit den Kurven (a) und (b) werden demnach, für Stahl der Duktilitätsklasse B und die im Bild angegebenen Kennwerte der Materialien, die Größenordnungen der im Stützbereich möglichen plastischen Gelenkwinkel aufgezeigt. Für den Zweifeldträger ergeben sich bei maximalen Schnittkraftumlagerungen β von etwa

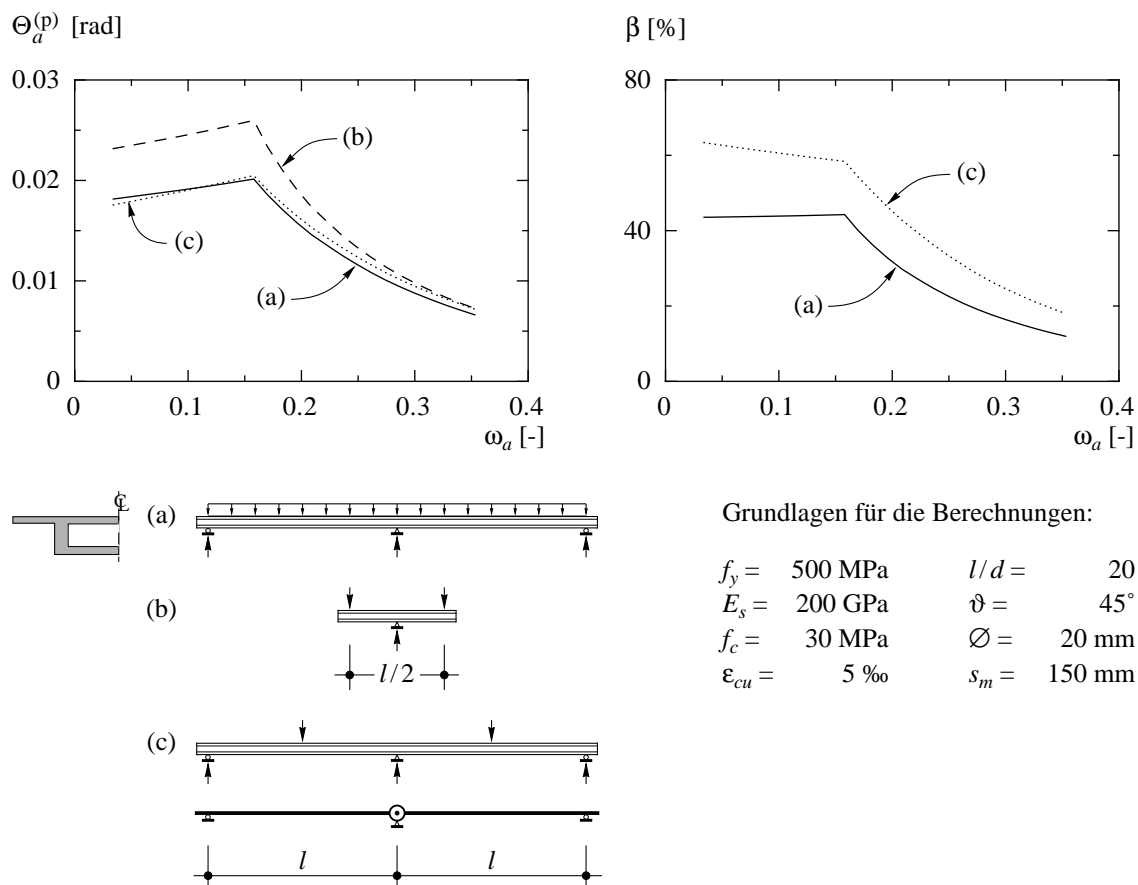


Bild 3.22: Plastische Gelenkwinkel und Schnittkraftumlagerungen für unterschiedliche statische Systeme und Arten der Belastung (Stahl der Duktilitätsklasse B).

44 % zugehörige Gelenkwinkel $\Theta_a^{(p)}$ von ungefähr 0.02 rad; für den einfachen Balken hingegen findet man maximale plastische Gelenkwinkel von etwa 0.025 rad. Im Bereich in dem der Bruch der Biegedruckzone das Versagen bestimmt, ergeben sich mit zunehmendem Bewehrungsgehalt kleinere Unterschiede zwischen den für die beiden Systeme ermittelten Gelenkwinkeln. Dies verdeutlicht den Einfluss der Schnittkraftumlagerungen, die für grössere Bewehrungsgehalte geringer ausfallen (Fall (a)).

In den Diagrammen in Bild 3.22 ebenfalls eingetragen sind die Kurven für einen Zweifeldträger mit zwei je in der Feldmitte angeordneten Einzellasten (Fall (c)); für die Berechnungen wurde der Träger als gewichtslos betrachtet. Die hierfür ermittelten plastischen Gelenkwinkel unterscheiden sich nur wenig von den für den Fall (a) gefundenen Werten. Die dabei erzielten Schnittkraftumlagerungen β liegen aber deutlich über denjenigen des Falls (a). Dies rührt daher, dass bei einem gleichen Wert β für den Fall (c) eine stärkere Längsbewehrung im Feld erforderlich ist; der aus den Deformationen des Systems resultierende Verformungsbedarf fällt dadurch geringer aus. Da die Zugkraft der Längsbewehrung im Bereich des Zwischenauftragers jedoch schneller abgebaut wird, ergeben sich bezüglich des Verformungsvermögens (ausgedrückt durch den plastischen Gelenkwinkel) kaum Unterschiede.

3.4.2 Materialkennwerte und Verbund

Die Eigenschaften der Materialien beeinflussen das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche in verschiedener Hinsicht. Einerseits werden die erreichbaren Gelenkwinkel durch die (nominellen) Bruchdehnungen begrenzt, und andererseits unterliegen die Verformungen des Systems sehr stark den Einflüssen, die sich aus dem Verhalten des Druckgurts ergeben. Im folgenden werden die Auswirkungen einer Variation einiger der in diesem Zusammenhang relevanten Parameter diskutiert; von besonderer Bedeutung sind die in den Berechnungen angesetzte Bruchstauchung des Betons sowie das Verfestigungs- und Verbundverhalten der Bewehrung.

Das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche wird, für den Fall des Bruchs der Biegedruckzone, durch das Erreichen der nominellen Bruchstauchung ϵ_{cu} am Querschnittsrand limitiert; Gleichung (3.34) beschreibt die entsprechende Bruchbedingung. In Kapitel 3.3.1 wurde bereits betont, dass es sich dabei um einen fiktiven Wert handelt, der in erster Linie durch die in Versuchen gemachten Erfahrungen begründet ist. Die Übertragung solcher Versuchsergebnisse auf beliebige Tragwerke sollte allerdings nicht unbesehen erfolgen. Beispielsweise liegen zu dem hier behandelten Thema weltweit keine Versuche an Trägern mit Querschnittshöhen über 800 mm vor. In Kapitel 2.1.3 wurde jedoch gezeigt, dass das Entfestigungsverhalten von Beton unter Druckbeanspruchung sowohl von der Grösse der untersuchten Prüfkörper als auch von der Betonfestigkeit abhängig ist. Bei der Festlegung der nominellen Bruchstauchung müssten diese Parameter deshalb berücksichtigt werden.

Im Unterschied zu den bei den meisten Versuchsträgern gewählten Proportionen ist bei in der Praxis üblichen Hohlkastenquerschnitten die Breite der Flanschplatte des Druckgurts deutlich grösser als diejenige der Stege. Bei den Auflagern ergeben sich in den un-

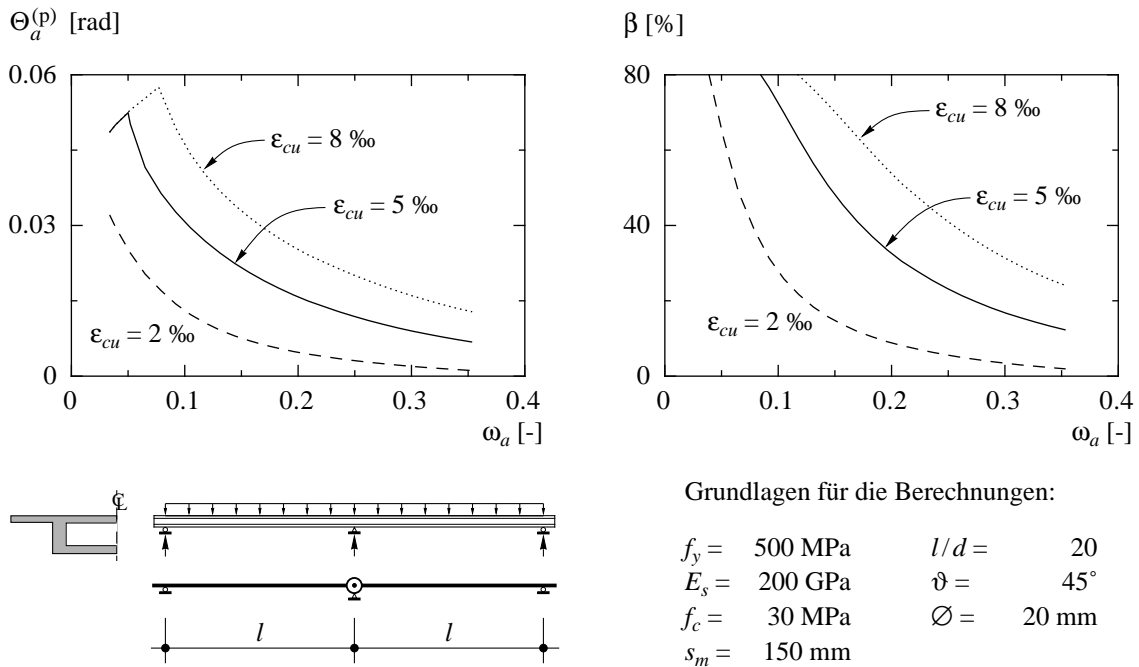


Bild 3.23: Einfluss der nominellen Betonbruchstauchung ε_{cu} für das in Bild 3.20 behandelte Rechenbeispiel (Stahl der Duktilitätsklasse A).

mittelbar bei den Stegen liegenden Knotenbereichen mehrachsige Spannungszustände (vgl. Kapitel 3.2.1); in den Druckplatten zwischen den Stegen wird es aber auch mit einer sehr kräftigen Umschnürungsbewehrung kaum möglich sein, eine vergleichbare Querdehnungsbehinderung zu bewirken. Inwieweit dieser Einfluss den in den Berechnungen zu berücksichtigenden Wert ε_{cu} beeinflusst, kann jedoch auf der Grundlage der zur Zeit vorliegenden Versuchsergebnisse nicht zuverlässig beurteilt werden. In Anbetracht dieser Unsicherheiten wurde im Rahmen dieser Arbeit, im Sinne einer Arbeitshypothese, von einer Bruchstauchung von $\varepsilon_{cu} = 5 \text{ ‰}$ ausgegangen; die grundsätzlichen Zusammenhänge, die sich mit Hilfe des hier besprochenen Rechenmodells aufzeigen lassen, werden von der Wahl von ε_{cu} nicht beeinflusst.

In Bild 3.23 sind die plastischen Gelenkwinkel und die zugehörigen Schnittkraftumlagerungen aufgetragen, die sich aufgrund verschiedener Annahmen für die nominelle Bruchstauchung des Betons ergeben. Die gezeigten Resultate gelten für den bereits in Bild 3.20 behandelten Zweifeldträger und für Stahl der Duktilitätsklasse A. Eine Erhöhung von ε_{cu} von 5 auf 8 ‰ führt bei sehr grossen Bewehrungsgehalten nahezu zu einer Verdoppelung der plastischen Gelenkwinkel. Damit wird klar, dass durch das Einlegen einer Umschnürungsbewehrung in die Biegedruckzone das Verhalten der plastischen Gelenkbereiche entscheidend verbessert werden kann; wie in Kapitel 3.5.1 noch gezeigt werden wird, erreicht man in Versuchen durch sehr enge Verbügelungen nominelle Randstauchungen von mehr als 8 ‰. Entsprechend ungünstigere Resultate findet man für $\varepsilon_{cu} = 2 \text{ ‰}$; aus den Diagrammen in Bild 3.23 kann ersehen werden, dass hierfür bereits ab einem Bewehrungsgrad von etwa $\omega = 0.2$ nur noch sehr geringe plastische Verformungen der Längsbewehrung auftreten. Wie bereits in Kapitel 3.3.3 erwähnt, liegt allen hier gezeigten Berechnungen die Annahme zugrunde, dass die Abmessungen der

Flanschplatten ausreichen, um die jeweils auftretenden Biegedruckkräfte aufzunehmen. Würden hierzu hingegen auch Bereiche des Steges benötigt, käme dies einer Vergrößerung des mechanischen Bewehrungsgehalts gleich und entsprechend kleinere plastische Gelenkwinkel wären die Folge.

In Bild 3.24 sind einige der die Bewehrung und den Verbund betreffenden Parameter behandelt. Obwohl der Stabdurchmesser der Bewehrung kein eigentlicher Materialkennwert ist, wird er in diese Zusammenstellung mit einbezogen, da er das Verbundverhalten, respektive die Verformungen der Risselemente beeinflusst (vgl. Bild 2.27). Die Diagramme zeigen sehr schön, dass sich eine Vergrößerung des Stabdurchmessers \varnothing von 20 auf 30 mm bezüglich der erreichbaren plastischen Gelenkwinkel etwa gleich auswirkt, wie eine Reduktion der mittleren wirksamen Verbundspannungen τ_{b1} und τ_{b2} um 33 %. In gleicher Weise entspricht einem kleineren Stabdurchmesser eine Erhöhung der mittleren wirksamen Verbundspannungen.

Besonders augenfällig verändert sich das Verhalten der plastischen Gelenkbereiche bei einer Variation der Vefestigungseigenschaften des Stahls. Eine Erhöhung des Wertes f_t/f_y von 1.08 auf 1.15, was bei einer konstant gehaltenen Bruchdehnung ϵ_{su} von 50 % einer Vergrößerung des Verfestigungsmoduls E_{sv} von 0.84 auf 1.58 GPa entspricht, be-

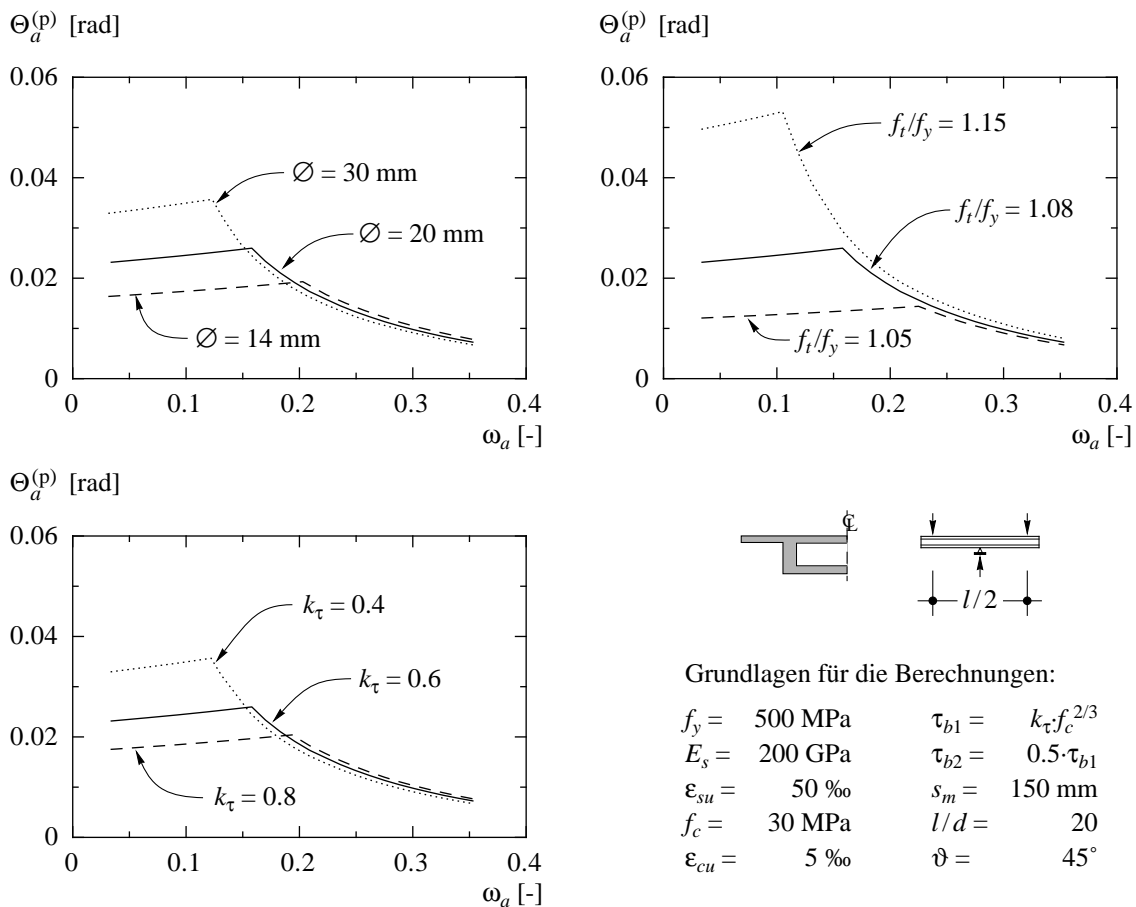


Bild 3.24: Einfluss der Eigenschaften der Bewehrung und des Verbundes auf den plastischen Gelenkwinkel.

wirkt, im Bereich in dem das Zerreißen der Bewehrung das Versagen bestimmt, eine Zunahme der plastischen Gelenkwinkel um mehr als einen Faktor 2. Auch für den Bruch der Biegedruckzone ergeben sich höhere Werte der plastischen Gelenkwinkel; die Unterschiede sind allerdings klein. Die Verwendung von Stählen mit schlechteren Verfestigungseigenschaften hingegen führt zu deutlich geringeren plastischen Verformungen. Damit wird klar, dass in bezug auf das Verformungsvermögen von Stahlbetontragwerken sowohl die Dehnfähigkeit als auch die Verfestigung des Stahls eine wichtige Rolle spielen.

3.4.3 Druckfeldneigung und Stegbrüche

In Kapitel 3.2.2 wurde gezeigt, dass, falls sich im Trägersteg geneigte Risse bilden, in der Regel von Druckfeldneigungen $\vartheta < 45^\circ$ ausgegangen werden kann; bei Fließbeginn der Bügelbewehrung liegen entsprechende Werte etwa zwischen 30 und 40° . Über den Neigungswinkel ϑ wird in erster Linie der Verlauf der Zugkraft der Längsbewehrung beeinflusst, das heisst, ein kleinerer Wert ϑ hat eine flachere Zugkraftlinie zur Folge. Stellen sich zudem direkte Abstützungen oder Bogenwirkungen ein, wird der Verlauf der Zugkraft zusätzlich verändert (vgl. Bild 3.6). Diese kombinierte Art der Lastabtragung kann näherungsweise durch die Wahl eines flacheren Neigungswinkels ϑ , als er sich für die reine Fachwerkwirkung ergeben würde, berücksichtigt werden.

Bild 3.25 zeigt den Einfluss einer Variation der Druckfeldneigung auf den plastischen Gelenkwinkel. Die dargestellten Rechenergebnisse gelten für Stahl der Duktilitätsklasse *B* und den bereits in Bild 3.22 behandelten einfachen Balken. Die im Diagramm aufgetragenen Kurven illustrieren, dass sich durch die Berücksichtigung einer flacheren Druckfeldneigung nicht unwesentlich grössere plastische Gelenkwinkel ergeben. In der Bemessung empfiehlt es sich allerdings, für den Nachweis des Verformungsvermögens einen eher hohen Wert für ϑ (z.B. 45°) zu wählen; der plastische Gelenkwinkel wird dadurch unterschätzt. Bei der Kontrolle der Beanspruchungen des Steges ist hingegen den

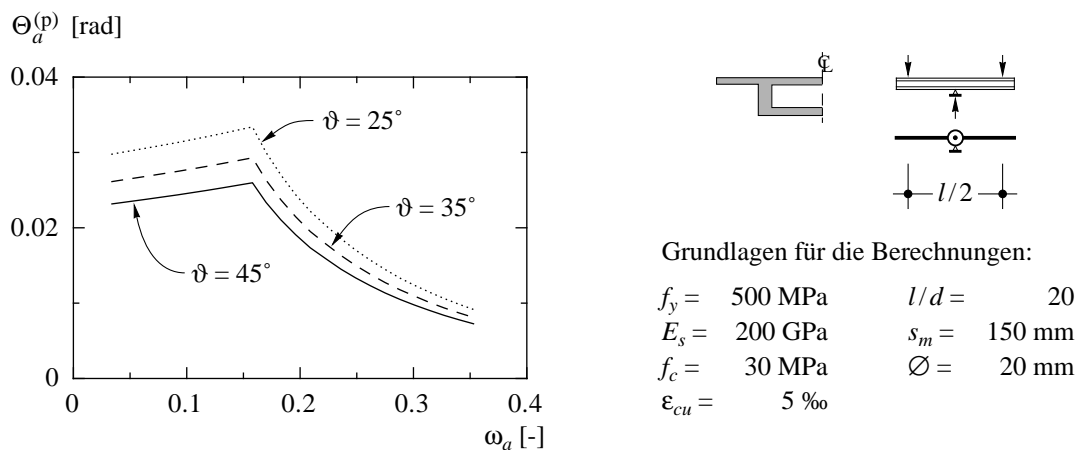


Bild 3.25: Einfluss der Druckfeldneigung auf den plastischen Gelenkwinkel (Stahl der Duktilitätsklasse *B*).

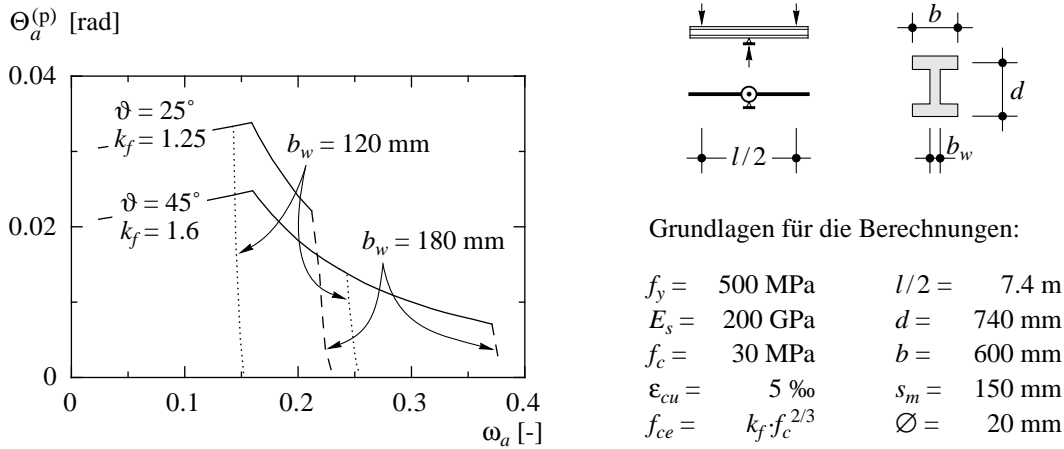


Bild 3.26: Begrenzung des Verformungsvermögens durch den Bruch des Stegbetons (Stahl der Duktilitätsklasse B).

tatsächlichen Gegebenheiten Rechnung zu tragen; die in Kapitel 3.2.2 zusammengestellten Beziehungen liefern hierzu die notwendigen Grundlagen.

In den bisherigen Betrachtungen wurde davon ausgegangen, dass das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche entweder durch den Bruch der Biegedruckzone oder das Zerreißen der Längsbewehrung begrenzt ist. Als weitere mögliche Versagensursache kommen Stegbrüche in Frage. Dabei ist wiederum zwischen Stahl- und Betonbrüchen zu unterscheiden. Das Zerreißen der Bügelbewehrung stellt, wie Bild 2.40 zu entnehmen ist, bei sehr kleinen Bügelbewehrungsgehalten und insbesondere bei der Verwendung von Stahl mit geringer Dehnfähigkeit eine echte Gefährdung dar. Diese bezieht sich allerdings nicht nur auf Fälle, in denen durch das Auftreten plastischer Gelenke Schnittkräfte umgelagert werden, sondern besteht bezüglich des Bruchverhaltens von Trägerstegen ganz generell.

In Bild 3.26 sind für den Fall des Bruchs des Stegbetons die erreichbaren plastischen Gelenkwinkel in Funktion des Längsbewehrungsgehalts aufgetragen. In den Berechnungen wurden den beiden gewählten Neigungswinkeln vereinfachend je konstante Werte der effektiven Betondruckfestigkeit zugeordnet; diese entsprechen den durch die Gleichungen (2.77) und (3.31) festgelegten Grenzwerten. Unter Verwendung der in Bild 3.11 gezeigten Abhängigkeiten wären aber auch detailliertere Untersuchungen möglich. Das Rechenbeispiel verdeutlicht, dass, abhängig von der Stegbreite, ab einem bestimmten Bewehrungsgehalt der Bruch des Stegbetons massgebend wird. Bei grösseren Bewehrungsgehalten treten kaum noch plastische Verformungen auf.

Stegbrüche sind insbesondere auch bei der Darstellung von Versuchsergebnissen, die häufig in der auch hier gewählten Art erfolgt (plastische Gelenkwinkel in Funktion des Bewehrungsgehalts), zu beachten [z.B. Siviero (1974)]. Eine angemessene Interpretation der Versuchsergebnisse erfordert, dass zwischen den verschiedenen Brucharten unterschieden wird.

3.4.4 Geometrie der Träger

In Kapitel 3.3.1 wurde bereits darauf hingewiesen, dass die Geometrie der Träger einen massgeblichen Einfluss auf das Verformungsvermögen der plastischen Gelenkbereiche hat. Unter die geometrischen Aspekte fallen die Schlankheit (l/d) und die Grösse der Träger sowie die Gliederung des Querschnitts. Für den praktischen Fall ist eine strenge Trennung dieser Einflüsse oft nicht möglich. Die Gliederung des Querschnitts beispielsweise richtet sich sehr stark nach der Grösse der Träger; Platten weisen in der Regel geringe Querschnittshöhen, im Vergleich zu profilierten Trägern aber eher grössere Schlankheiten auf. Im folgenden werden deshalb die Abmessungen der Tragwerke nicht beliebig variiert, sondern so gewählt, dass damit in der Praxis übliche Verhältnisse erfasst werden. In der Diskussion werden drei Tragwerkstypen unterschieden: Träger (Stabtragwerke mit profilierten resp. gegliederten Querschnitten), Balken (Stabtragwerke mit rechteckigen Querschnitten) und Plattenstreifen (Rechteckquerschnitte mit geringer Querschnittshöhe).

Die Schlankheit der Träger beeinflusst das Verformungsvermögen indirekt. Eine Variation der Schlankheit wirkt sich in erster Linie auf den Verlauf der Zugkraft der Längsbewehrung aus; eine grössere Schlankheit hat einen flacheren Verlauf der Zugkraftlinie (vgl. Bild 3.12(b)) zur Folge. Da sich dementsprechend die plastischen Verformungsbereiche über längere Trägerabschnitte erstrecken, resultieren daraus für schlankere Träger grössere plastische Gelenkwinkel. In Bild 3.27 ist dieser Einfluss für den in Bild 3.20 behandelten Zweifeldträger veranschaulicht. Die dargestellten Kurven beziehen sich auf Stahl der Duktilitätsklasse B und Schlankheiten l/d von 15, 20 und 25. Für Stähle mit andern Duktilitätseigenschaften findet man analoge Resultate. Alle übrigen Rechenparameter wurden entsprechend den in Bild 3.20 angegebenen Werten beibehalten. Für die zugehörigen Schnittkraftumlagerungen β ergibt sich jedoch ein gegenteiliges Bild; obwohl bei gedrungeneren Trägern kleinere plastische Gelenkwinkel erreicht werden, treten grössere Schnittkraftumlagerungen auf. Der Grund hierfür liegt wiederum im reduzierten Verformungsbedarf, der etwa proportional zur Schlankheit zu- oder abnimmt. Dieser Sachverhalt verdeutlicht einmal mehr, dass die Beurteilung der Duktilität von

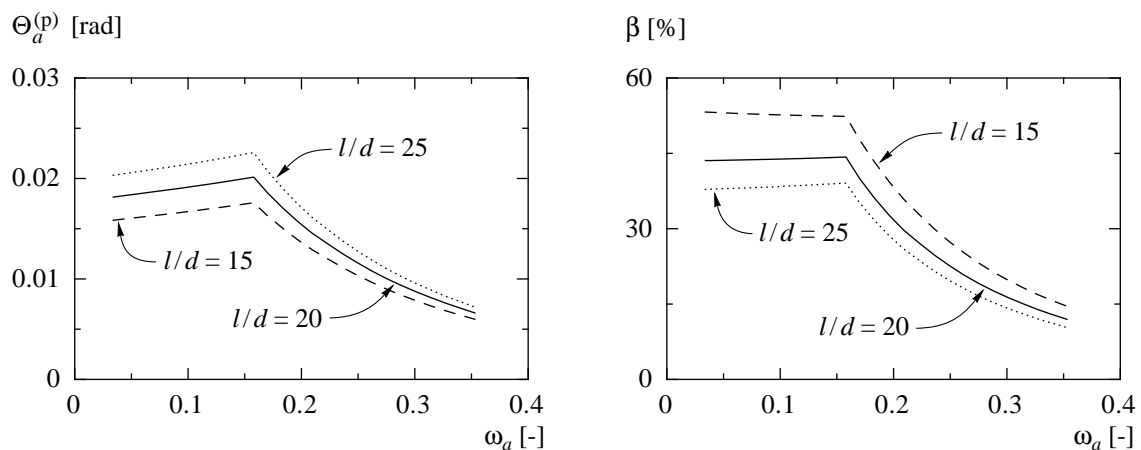


Bild 3.27: Einfluss der Schlankheit des Trägers l/d für das in Bild 3.20 behandelte Rechenbeispiel (Stahl der Duktilitätsklasse B).

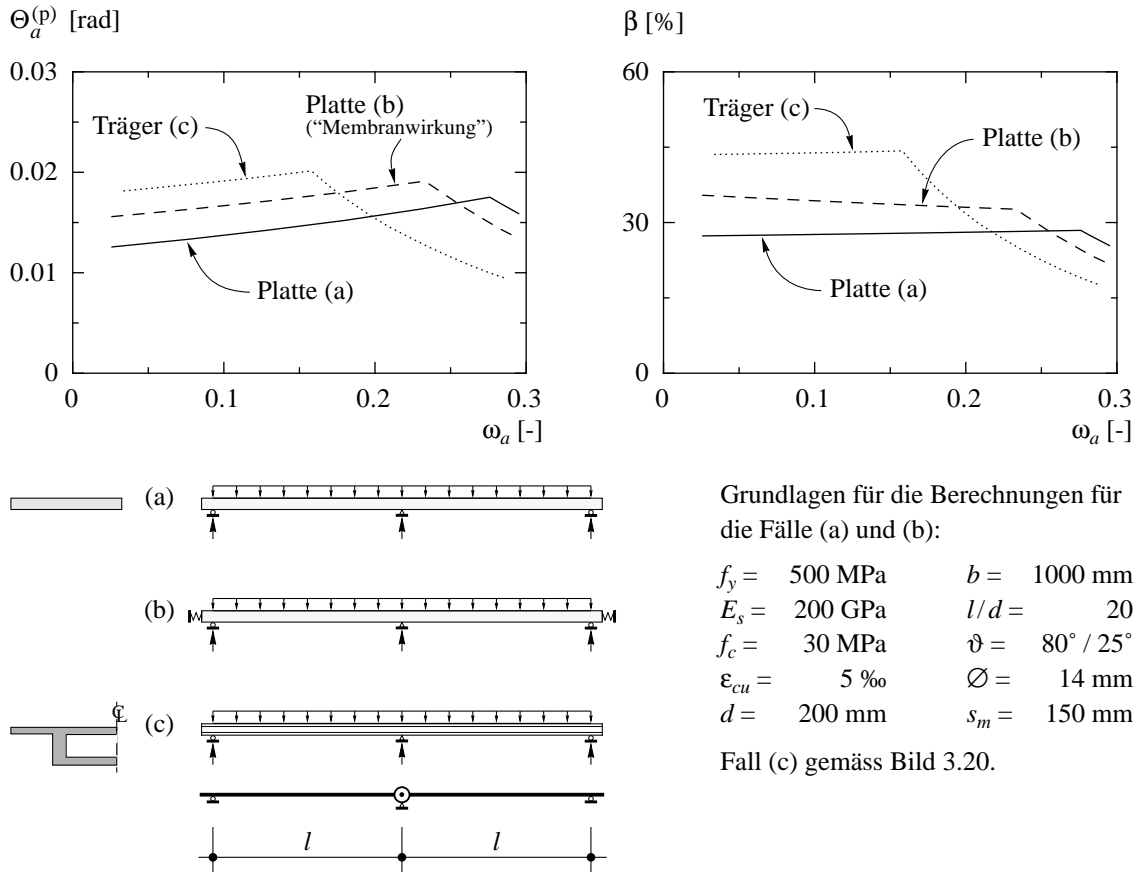


Bild 3.28: Einfluss der Querschnittsgeometrie am Beispiel eines zweifeldrigen Plattenstreifens (Stahl der Duktilitätsklasse *B*).

Tragwerken sich nicht allein auf das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche stützen kann, sondern unter Berücksichtigung des Verhaltens des gesamten Tragsystems vorgenommen werden muss.

Bei der rechnerischen Behandlung von Platten sind einige Besonderheiten zu beachten, die insbesondere den Verlauf der Zugkräfte und die konstruktive Durchbildung betreffen. Die nachfolgenden Betrachtungen bleiben zudem auf Plattenstreifen (Stabtragwerke) beschränkt, da sich das hier gezeigte Rechenmodell nicht ohne weiteres auf in zwei Richtungen gespannte Platten übertragen lässt. Grundsätzlich erfolgen bei Flächentragwerken die Schnittkraftumlagerungen immer bezüglich allen auftretenden Tragwirkungen; damit dürfte der Verformungsbedarf geringer ausfallen, so dass im Vergleich zu Stabtragwerken bei vergleichbaren Systemverformungen von deutlich grösseren Schnittkraftumlagerungen ausgegangen werden kann.

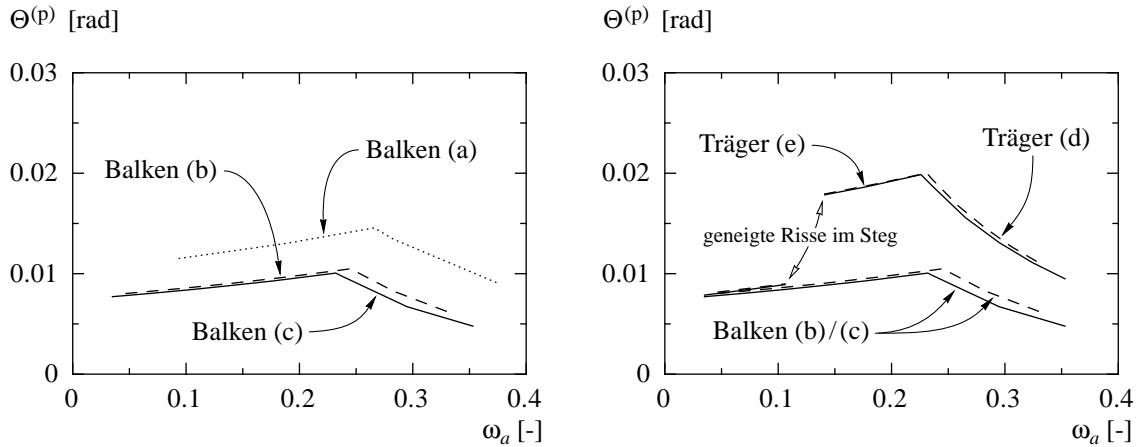
Im Unterschied zu den teilweise beträchtlichen Stegbeanspruchungen bei profilierten Stahlbetonträgern ergeben sich bei Platten eher geringe nominelle Schubspannungen; dadurch wird insbesondere der Verlauf der Zugkraft der Längsbewehrung beeinflusst. Mit dem Rechenmodell kann dies durch die Wahl eines grösseren Neigungswinkels ϑ der Druckdiagonalen berücksichtigt werden; der Einfluss der Querkraft auf die Grösse der Zugkraft wird damit reduziert. Falls die seitlichen Auslenkungen des untersuchten

Plattenstreifens behindert sind, kann sich zusätzlich zur Biege- auch eine Membrantragwirkung einstellen. In den Berechnungen kann die Auswirkung einer solchen kombinierten Lastabtragung in grober Näherung durch die Wahl eines eher flachen Neigungswinkels ϑ berücksichtigt werden. Da damit der veränderte Zugkraftverlauf, nicht aber die dabei auftretenden Membrankräfte erfasst werden, ergeben sich für die plastischen Gelenkwinkel, zumindest für den Fall des Versagens des Zuggurts, eher zu kleine Werte.

In Bild 3.28 sind die Ergebnisse entsprechender Berechnungen für einen zweifeldrigen Plattenstreifen zusammengestellt. Das mit (c) gekennzeichnete Rechenbeispiel entspricht wiederum dem in Bild 3.20 behandelten Träger. Im Unterschied dazu wurde bei den Plattenstreifen der Durchmesser der Längsbewehrung reduziert ($\varnothing = 14$ mm); ähnliche Verhältnisse dürften auch in der Praxis vorliegen. Aus den oben erwähnten Gründen wurde bei der Platte (a) von einer Druckfeldneigung ϑ von 80° und bei der Platte (b) von einer solchen von 25° ausgegangen. Im Bereich in dem das Zerreißen der Bewehrung das Versagen bestimmt, bleiben für beide Plattenstreifen sowohl die plastischen Gelenkwinkel als auch die zugehörigen Schnittkraftumlagerungen hinter denjenigen des Vergleichsträgers zurück. Dabei spielen der kleinere Stabdurchmesser, die Druckfeldneigung und, wie in Bild 3.29 noch gezeigt werden wird, das Verhältnis des Rissabstands zur Bauteilhöhe eine Rolle. Bei einem Plattenstreifen mit $l/d = 20$ und ohne seitliche Stützung (Platte (a)) kann demzufolge, auch bei der Verwendung von Stahl der Duktilitätsklasse *B*, mit Schnittkraftumlagerungen β von kaum mehr als 25 % gerechnet werden. Übliche Schlankheiten von Platten liegen sogar etwa bei $l/d = 25$, so dass eher noch tiefere Werte erreicht werden.

Im folgenden wird noch auf das Verformungsvermögen von relativ kleinen Trägern eingegangen, bei denen sich bis zum Bruch, wie beispielsweise in den Versuchen von Bosco und Debernardi (1992) sowie denjenigen von Bigaj (1992) festgestellt wurde, vergleichsweise grosse plastische Gelenkwinkel einstellen können. Es sollen hier aber nicht die bruchmechanischen Aspekte (vgl. Kapitel 2.1.3) des Einflusses der Grösse, sondern die durch die Rissbildung und das Verbundverhalten hervorgerufenen Besonderheiten behandelt werden.

In Bild 3.29 sind für die drei geometrisch ähnlichen Balken (a), (b) und (c) die berechneten plastischen Gelenkwinkel aufgetragen; die statischen Höhen d der Balken betragen 200, 400 und 800 mm. In den Berechnungen wurde für alle Balken ein Neigungswinkel ϑ von 80° und ein Rissabstand s_m von 150 mm gewählt. Die für den Balken (a) ermittelten Gelenkwinkel liegen etwa 40 % über denjenigen der Balken (b) und (c). Beim Balken (a) treten einzig im Riss direkt unter der Last plastische Verformungen auf, in den benachbarten Rissen liegen die Stahlspannungen bereits unterhalb der Fließgrenze. Obwohl es bei den grösseren Balken mehrere Risse sind, die zum plastischen Gelenkwinkel beitragen (drei beim Balken (b) und sieben beim Balken (c)), ergeben sich hierfür kleinere Werte. Dies rührt daher, dass sich die maximalen Rissöffnungen für die drei Balken nur wenig unterscheiden. Gemäss Gleichung (3.36) ergeben sich die Risswinkel etwa umgekehrt proportional zu den Querschnittshöhen, weshalb die Beiträge einzelner Risse an die plastischen Gelenkwinkel bei kleineren Trägern entsprechend grösser ausfallen. Mit zunehmender Balkenhöhe nimmt dieser Einfluss jedoch schnell ab, da die Anzahl der Risse, in denen plastische Stahldehnungen auftreten, ebenfalls zunimmt. Im



Grundlagen für die Berechnungen:

$f_y = 500 \text{ MPa}$	$\epsilon_{cu} = 5 \text{ ‰}$	$s_m = 150 \text{ mm}$
$E_s = 200 \text{ GPa}$	$\vartheta = 80^\circ (45^\circ)$	$l/d = 15$
$f_c = 30 \text{ MPa}$	$\varnothing = 12 \text{ mm}$	$d/b = 2$

Querschnittsabmessungen:

Balken:	(a)	$d = 200 \text{ mm}$	
	(b)	$d = 400 \text{ mm}$	
	(c)	$d = 800 \text{ mm}$	
Träger:	(d)	$d = 400 \text{ mm}$	$b_w = 60 \text{ mm}$
	(e)	$d = 800 \text{ mm}$	$b_w = 120 \text{ mm}$

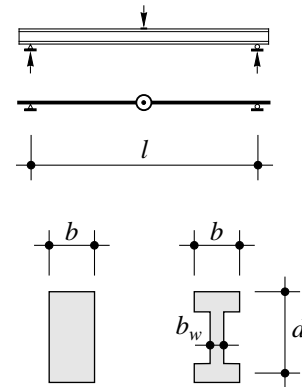


Bild 3.29: Einfluss der Größe und der Gliederung des Querschnitts am Beispiel eines einfachen Balkens (Stahl der Duktilitätsklasse B).

vorliegenden Beispiel unterscheiden sich die Resultate für die Balken (b) und (c) nur noch wenig. Ebenso ergeben sich bei profilierten Trägern, die herstellungsbedingt gewisse Mindestabmessungen aufweisen, für verschiedene Trägergrößen kaum Unterschiede. Dabei ist zu beachten, dass sich nach der Bildung geneigter Risse im Steg flachere Druckfeldneigungen einstellen, so dass grundsätzlich grössere Gelenkwinkel erzielt werden. Dieser Sachverhalt wird in Bild 3.29 durch die Resultate für die Träger (d) und (e) veranschaulicht.

Ein Grösseneinfluss im Sinne der Bruchmechanik ergibt sich aufgrund der Entfestigung der Materialien und der Lokalisierung der Verformungen in der Bruchzone. In Kapitel 3.4.2 wurde darauf hingewiesen, dass diese Effekte bei der Festlegung der nominalen Bruchstauchung des Betons berücksichtigt werden müssen. Die Entfestigung des Betonstahls hingegen wird bei der Berechnung des plastischen Gelenkwinkels vernachlässigt. Während der Entfestigungsphase des Stahls wächst die Weite desjenigen Risses an, in dem die Einschnürung auftritt; dies, falls alle den Riss querenden Bewehrungsstäbe ähnliche Eigenschaften aufweisen. Daraus lässt sich bezüglich des Verformungsvermögens, analog zum Vorgehen in Bild 3.29, ein Grösseneinfluss ableiten. Bei üblichen Trägerabmessungen ist aufgrund der eher ungünstigen Energiebilanz zudem damit zu rechnen, dass die Entfestigung schlagartig erfolgt.

3.5 Versuchsergebnisse

3.5.1 Nachrechnung von Versuchen

Im Herbst 1992 wurden am Institut für Baustatik und Konstruktion (IBK) der ETH Zürich Versuche an vier schlaff bewehrten und zwei vorgespannten Trägern durchgeführt. Zu diesen Versuchen liegt ein ausführlicher Bericht vor [Sigrist und Marti (1993)]. Im folgenden soll gezeigt werden, wie die in dieser Arbeit entwickelten Modelle zur Nachrechnung von Versuchen verwendet werden können. Ein eingehender Vergleich von Rechenergebnissen und Messresultaten erfolgt für den Träger T3. Anschliessend wird kurz auf die wichtigsten Ergebnisse der Versuche mit den Trägern T1 und T2 eingegangen; die bei den Träger T4, T5 und T6 festgestellten plastischen Gelenkwinkel werden in Kapitel 3.5.2 diskutiert.

Bild 3.30 zeigt das generelle Versuchskonzept sowie ein diskontinuierliches Spannungsfeld, das die Beanspruchungen der Gurte und des Steges für eine bestimmte Belastung und Bewehrungskonfiguration beschreibt. Die Bemessung der Träger erfolgte ebenfalls auf der Grundlage von Spannungsfeldern, wobei die zu erwartenden mittleren Materialkennwerte als Bemessungsgrössen verwendet wurden. In den Versuchen wur-

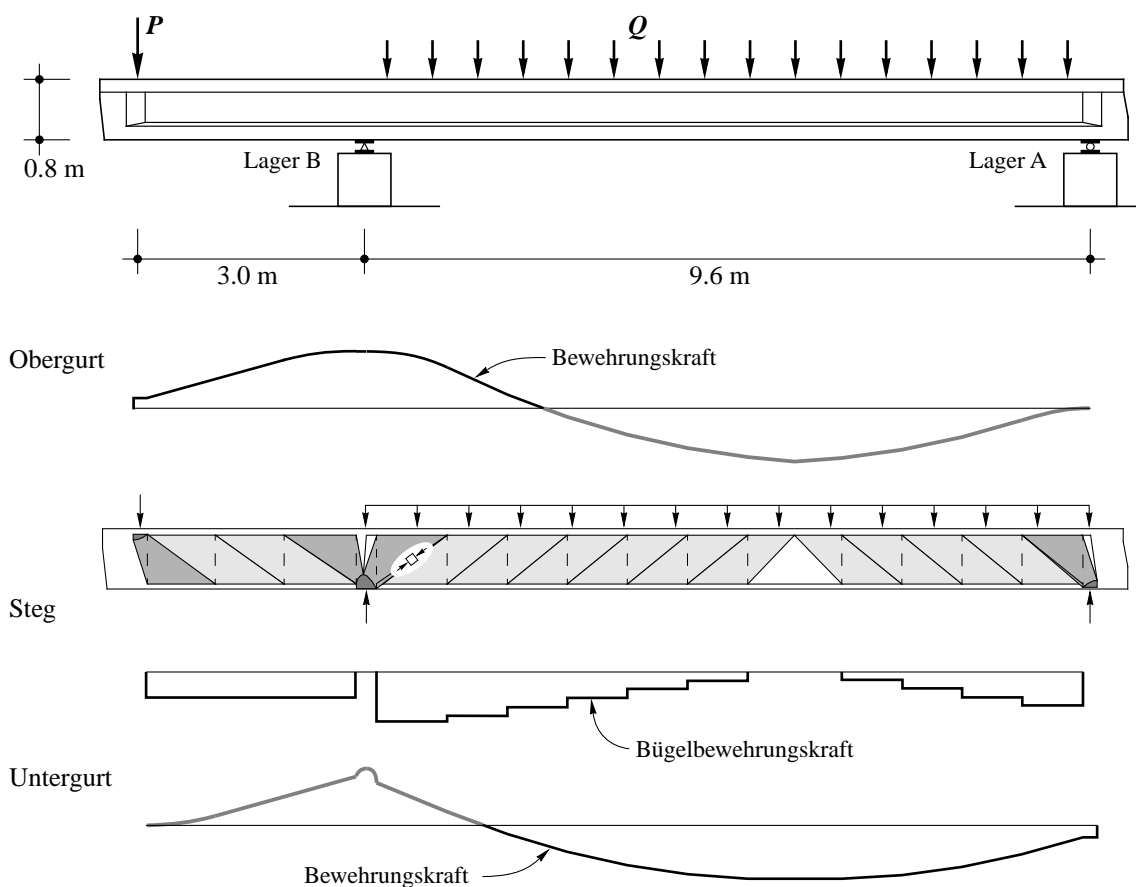


Bild 3.30: Versuche am IBK [Sigrist und Marti (1993)]. Versuchsaufbau und Analyse des Spannungszustands mittels eines diskontinuierlichen Spannungsfelds.

den die Lasten anfänglich in einem konstanten Verhältnis gesteigert, bis die Längsbewehrung im Bereich des negativen Biegemoments (Lager B) die Fließgrenze erreichte. Anschliessend wurden den Trägern sukzessive weitere Verformungen aufgezwungen, bis auch die Bewehrung im Feld die Fließspannung erreichte und schliesslich im Bereich des Lagers B der Bruch eintrat.

Die Abmessungen der Versuchsträger wurden so gewählt, dass Betonbrüche in den Stegen oder in den Biegedruckzonen zu erwarten waren. Wie das in Bild 3.30 dargestellte Spannungsfeld zeigt, liegen die kritischen Bereiche einerseits unmittelbar links des Lagers B (Bruch der Biegedruckzone) und andererseits rechts des Lagers B, im Übergang des Fächers zum benachbarten Druckband (Stegbruch). Ein Versagen des Zuggurts oder der Bügelbewehrung konnte, zumindest für die schlaff bewehrten Träger, aufgrund der sehr guten Duktilitätseigenschaften des verwendeten Betonstahls (die entsprechenden Kenngrössen lagen für alle Stabdurchmesser über den für den Stahl A geforderten Werten) ausgeschlossen werden. Mit den Versuchen war die Möglichkeit gegeben, das gewählte Bemessungskonzept an Trägern realistischer Grösse zu überprüfen sowie die Ausbildung plastischer Gelenke in Bereichen grosser negativer Biegemomente und Querkräfte zu beobachten. Dabei konnte der Einfluss einiger wesentlicher Parameter auf das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche studiert werden. Mit dieser Versuchserie sollte zudem eine Grundlage für weitere Forschungsarbeiten geschaffen werden.

Beim Träger T3 betrug der mechanische Bewehrungsgehalt ω_a über dem Lager B 0.132; der Bewehrungsgehalt im Feld lag bei 0.06. Der Bemessung des Trägers wurde ein Spannungsfeld mit einer Druckdiagonalenneigung von 25° zugrunde gelegt, und der Bügelbewehrungsgehalt ω_y wurde entlang des Trägers durch unterschiedliche Bügelabstände variiert.

Mit dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Rechenmodell steht ein Verfahren zur Verfügung, mit dem insbesondere auch die Verformungen des Zuggurts untersucht werden können. Die Resultate entsprechender Nachrechnungen der beim Träger T3 bei den Laststufen 9 und 11 gemessenen Gurtdehnungen sind in Bild 3.31 dargestellt. Die aufgetragenen Messresultate beziehen sich auf eine Messbasis von 300 mm und entsprechen den etwa auf halber Flanschhöhe angeordneten Messreihen. Bezüglich der auf den Flanschober- respektive -unterseiten gemessenen Werte ergaben sich kaum Unterschiede. In den Berechnungen wurden die in den Versuchen festgestellten mittleren Rissabstände von ungefähr 100 mm berücksichtigt; die Abstände der Risse stimmten damit über weite Bereiche mit denjenigen der in den Flanschen eingelegten Bügel überein. Die den Berechnungen zugrunde gelegten Neigungen der Druckfelder wurden abschnittsweise mit der aus der Gleichgewichtsbedingung (2.80) folgenden Gleichung

$$\tan \vartheta = \frac{\omega_y \cdot f_c}{\tau_{xy}} \quad (3.50)$$

ermittelt; als grösste Neigung wurde $\vartheta = 45^\circ$ angenommen. Näherungsweise kann damit der Neigungswinkel ϑ in Abhängigkeit von den Beanspruchungen des Steges bestimmt werden. Anhand der in Kapitel 3.2.2 zusammengestellten Beziehungen wären allerdings auch detailliertere Untersuchungen möglich. Der in Bild 3.31 dargestellte Vergleich zeigt, dass die Verformungen des Zuggurts mit dem Rechenmodell recht gut erfasst wer-

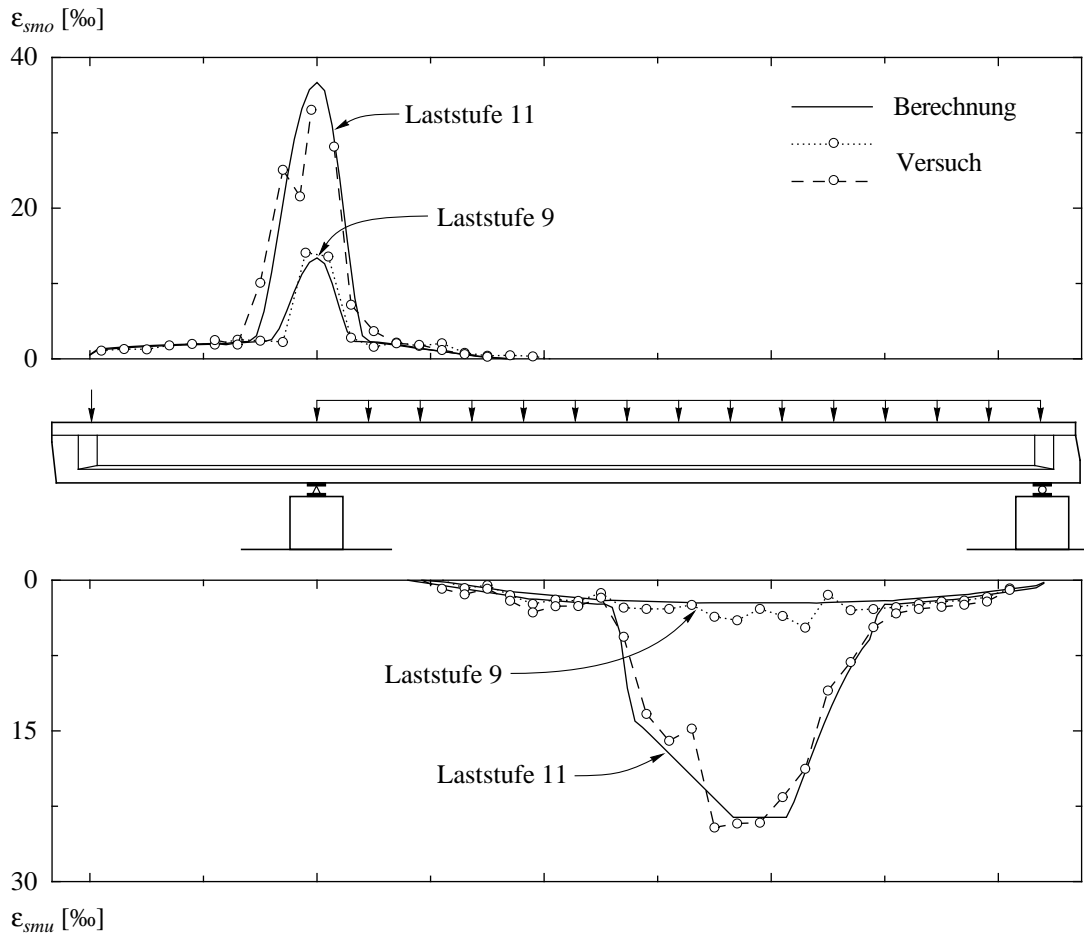


Bild 3.31: Träger T3 [Sigrist und Marti (1993)]. Gemessene und berechnete mittlere Gurtdehnungen für die Laststufen 9 und 11.

den. Dabei sind nicht nur erreichte Höchstwerte von Bedeutung, sondern auch die Ausdehnung der plastischen Verformungsbereiche, respektive der Verlauf der Zugkraft und der Gurtdehnung entlang des Trägers. Obwohl das Rissbild im Feld des Trägers, wo die Risse relativ steil verlaufen, auf grössere Neigungswinkel der Druckdiagonalen hinweisen würde, ergeben sich mit der gewählten Vorgehensweise auch in diesem Bereich gute Übereinstimmungen zwischen Versuch und Berechnung. Dies deutet darauf hin, dass gewisse Anteile der Last immer auch durch eine Neigung des Druckgurts abgetragen werden. Auf diesen Sachverhalt wurde bereits in Kapitel 3.2.1 hingewiesen.

Unter Verwendung der Beziehungen (3.38) und (3.20) können die Krümmungen und die mittleren Schiebungen berechnet werden; daraus lassen sich näherungsweise die Durchbiegungen des Trägers ermitteln. Bei der Bestimmung der Schiebungen ist man allerdings eher auf Schätzungen angewiesen. In Bereichen, in denen parallele Druckbänder vorlagen, konnte hierfür die kinematische Bedingung (3.22) verwendet werden; in den Fächerbereichen ergaben sich entsprechende Anhaltspunkte aus den gemessenen Dehnungen, und in Feldmitte, wo nur sehr kleine nominelle Schubspannungen auftraten, wurden die Schiebungen vernachlässigt. Beim Erreichen des Versagenszustands betrug der aus den Schiebungen resultierende Anteil an den maximalen Durchbiegungen im

Feld des Trägers etwa 5 %. Bild 3.32 zeigt die gemessenen und berechneten Biegelinien für die Laststufen 9, 11 und 12.2. Im Bild ebenfalls aufgetragen sind die für die beiden Kontrolldurchbiegungen w_{10} und w_{18} berechneten Last-Durchbiegungs-Kurven. Im Anschluss an die Laststufe 12.2 wurden die Durchbiegungen des Kragarms, bei konstant gehaltener Felddurchbiegung, weiter vergrößert. In dieser Phase löste sich in der Biegedruckzone links des Lagers B nahezu der gesamte Überdeckungsbeton ab, wodurch die Lasten geringfügig abfielen. Da in den Berechnungen eine solche Systemänderung nicht explizit berücksichtigt wird, ergibt sich hier ein gegenteiliges Bild; die Unterschiede fallen allerdings klein aus. Der eigentliche Bruch erfolgte durch das Ausknicken der in der Biegedruckzone eingelegten Längsbewehrungsstäbe.

In den Berechnungen können die Beanspruchungen der Biegedruckzone laufend kontrolliert werden. Die Biegedruckkraft unmittelbar links des Knotens beim Lager B erreicht bei Laststufe 12.2 ungefähr den Bruchwiderstand, der sich auf der Grundlage der Gleichungen (2.65) und (2.69) ermitteln lässt. Dabei kann von der effektiv umschnürten Querschnittsfläche der Biegedruckzone ausgegangen werden; die Wirkung der Umschnürungs- (Bügel $\varnothing 10$ mm, $s_c = 100$ mm) und der Längsbewehrung kann in Analogie

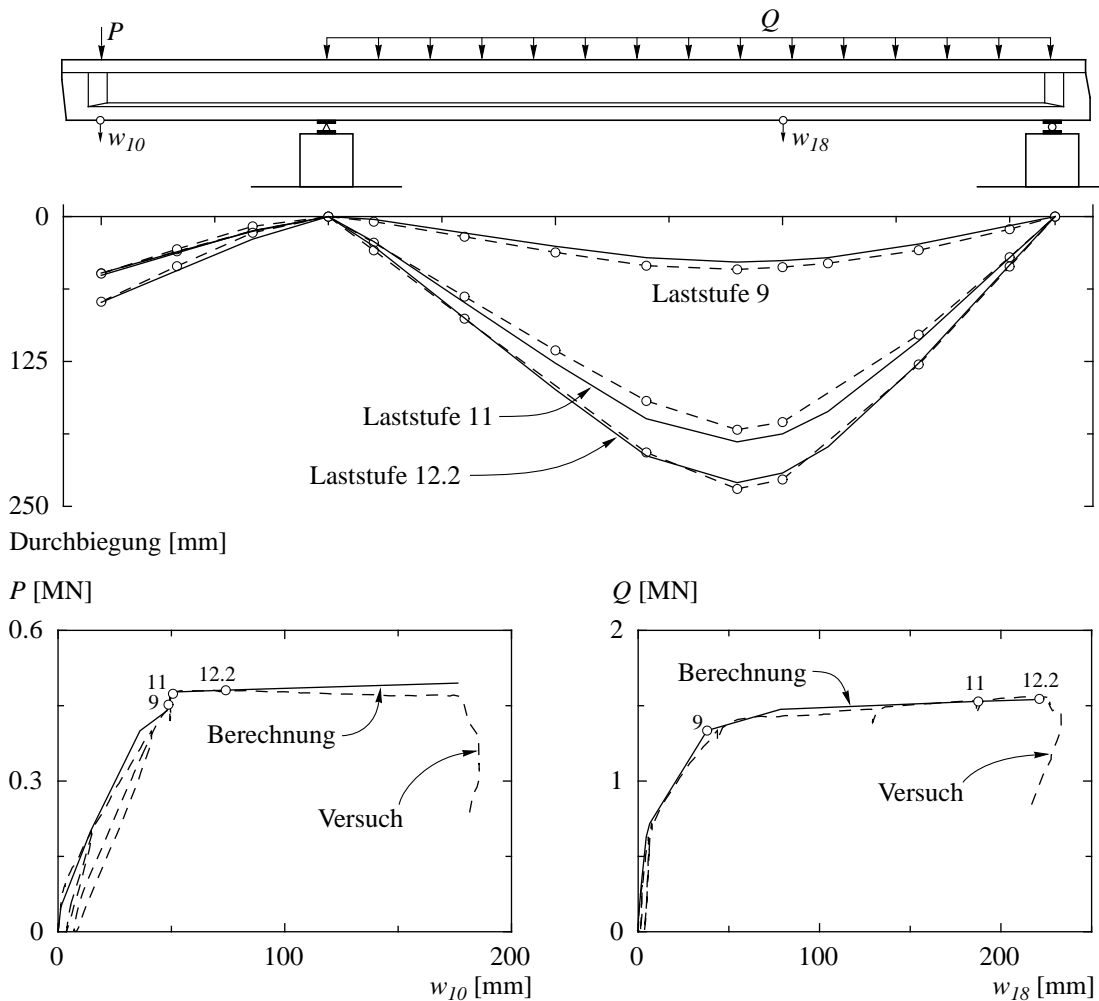


Bild 3.32: Träger T3 [Sigrist und Marti (1993)]. Gemessene und berechnete Durchbiegungen und Last-Durchbiegungs-Kurven.

zu der in Kapitel 2.2.3 beschriebenen Vorgehensweise berücksichtigt werden. Die für den Bruchzustand gemäss Gleichung (3.33) berechnete nominelle Randstauchung des Betons über dem Lager B beträgt $\varepsilon_{cn} = 9.2 \text{ ‰}$; aufgrund der grossflächigen Beton-Abplatzungen in der Biegedruckzone waren in diesem Zustand keine Messungen mehr möglich.

Bei der Berechnung der Last-Durchbiegungs-Kurven wurde davon ausgegangen, dass sich das endgültige Rissbild bereits bei der Erstrissbildung einstellt. Obwohl damit die tatsächlichen Gegebenheiten nur näherungsweise erfasst werden, ergeben sich auch in der Phase vor dem Fliessbeginn der Längsbewehrung keine grösseren Abweichungen von den gemessenen Werten. Die Rechenergebnisse werden im wesentlichen durch zwei Annahmen beeinflusst; diese betreffen einerseits den Verlauf der Zugkraft, respektive die Ermittlung der Druckfeldneigungen, und andererseits das Verbundverhalten der Bewehrung. Flachere Druckfeldneigungen würden sich auf die Verformungen gleich auswirken wie die Berücksichtigung von kleineren mittleren Verbundspannungen. Beide Rechenparameter beruhen letztlich aber auf Abschätzungen, für die im vorliegenden Fall offenbar einigermaßen zutreffende Näherungen gefunden wurden. Dieser Sachverhalt widerspiegelt ganz generell die Problematik bei nichtlinearen Tragwerksberechnungen; mit der Komplexität der verwendeten Modelle wächst auch die Anzahl der zu berücksichtigenden Parameter und somit der Freiheitsgrad bezüglich der Beeinflussung der Rechenergebnisse. Einfachere Modelle weisen demgegenüber den Vorteil auf, dass die Berechnungen übersichtlich bleiben, und dass die Rechenparameter direkt das physikalische Verhalten der Tragwerkskomponenten betreffen. Die experimentelle Forschung spielt diesbezüglich eine wichtige Rolle; zur Klärung der grundlegenden Aspekte des Verhaltens von Stahlbeton sind weiterhin auf konkrete Fragestellungen ausgerichtete Grossversuche nötig.

In Bild 3.33 sind die gemessenen und die berechneten Last-Durchbiegungs-Diagramme für die Träger T1 und T2 dargestellt; die Kurven beziehen sich wiederum auf die Durchbiegungen w_{10} und w_{18} . Bei den Rechenergebnissen für den Träger T1 fällt auf, dass die Kragarmdurchbiegung bis zum Fliessbeginn der Längsbewehrung zu klein ausfällt; in der Phase, in der die Bewehrung die Fliessgrenze überschritten hat, ergeben sich hingegen befriedigende Übereinstimmungen zwischen Versuch und Berechnung. Der Grund hierfür dürfte bei der gewählten Art der Ermittlung der Druckfeldneigung liegen. Die beiden Träger unterschieden sich einzig in ihrem Bügelbewehrungsgehalt und, entsprechend dem Bemessungsmodell, in der Abstufung der Längsbewehrung. Die der Bemessung zugrunde gelegten Neigungswinkel ϑ betragen beim Träger T1 43° und beim Träger T2 25° . Die Druckfeldneigung wird demnach mit Gleichung (3.50) bei Trägern mit relativ starken Bügelbewehrungen in der gerissen-elastischen Phase eher überschätzt. Eine detailliertere Analyse liefert bereits für die Rissbildungsphase Druckfeldneigungen zwischen 35° und 40° (vgl. Bild 3.10); falls die Bügelbewehrung die Fliessgrenze erreicht hat, stimmen die mit Gleichung (3.50) ermittelten Werte recht gut mit den tatsächlichen Neigungen überein. Für die Praxis lässt sich daraus folgern, dass die Beanspruchungen der Bügel und des Stegbetons unter Gebrauchslasten auf der Grundlage von Druckfeldneigungen von etwa 35° bis 40° berechnet werden können, unabhängig davon, ob bei der Bemessung der Bügel von grösseren oder kleineren Neigungswinkeln

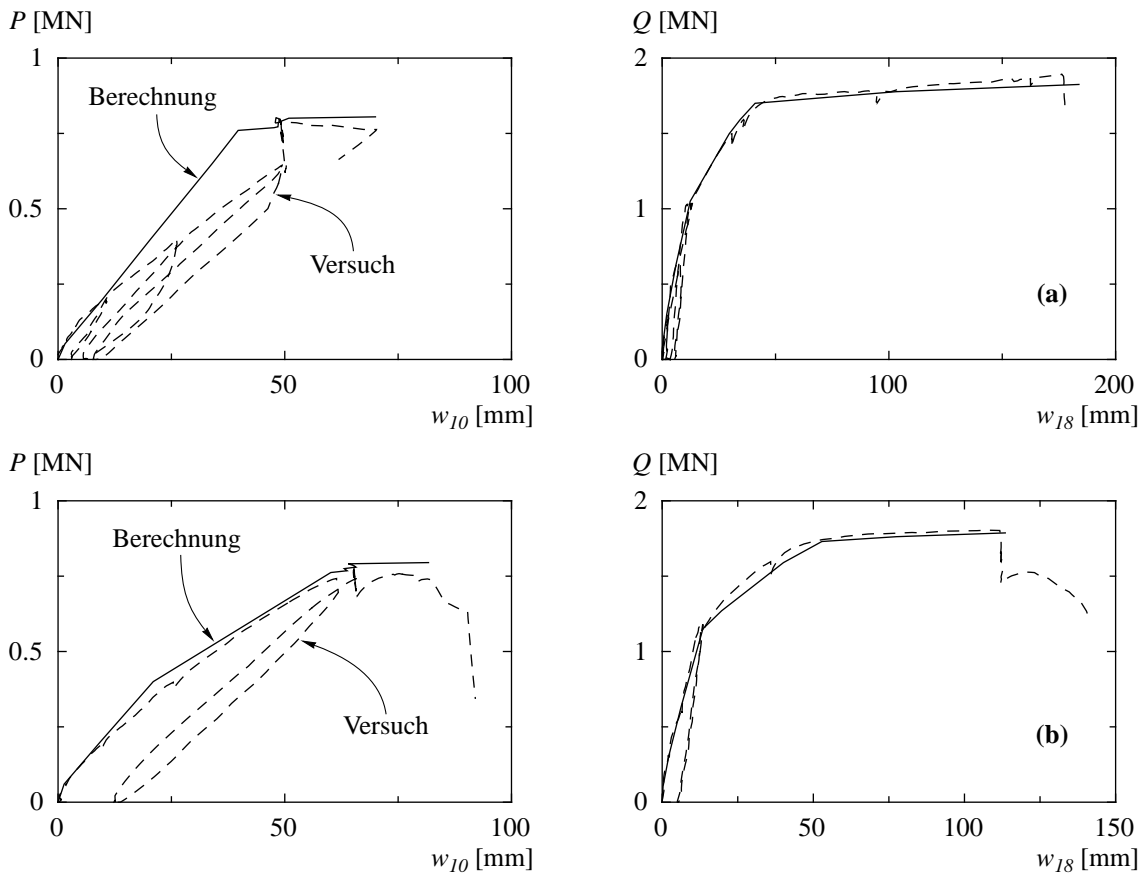


Bild 3.33: Gemessene und berechnete Last-Durchbiegungs-Kurven für (a) den Träger T1 und (b) den Träger T2 [Sigrist und Marti (1993)].

ausgegangen wird. Dies ist beispielsweise für den Nachweis der Ermüdungssicherheit von Bedeutung.

Beim Träger T2 erfolgte das Versagen durch den Bruch des Stegbetons rechts des Lagers B. Auch diese Bruchart kann anhand der Berechnungen nachvollzogen werden, indem das in Bild 3.11 dargelegte Nachweisverfahren für den nominellen Bemessungsquerschnitt verwendet wird. Die hierzu benötigte mittlere Längsdehnung des Steges ϵ_x kann aus den Dehnungen des Gurts im Übergangsbereich vom Fächer zum benachbarten Druckband bestimmt werden. In der Praxis wird man sich allerdings eher darauf beschränken, den Nachweis auf der Grundlage eines vorsichtig gewählten unteren Grenzwerts der effektiven Betondruckfestigkeit f_{ce} (z.B. Gleichung (3.31)) durchzuführen. Ein solches Nachweiskonzept wird auch durch die meisten heutigen Bemessungsnormen [z.B. SIA 162 (1993)] empfohlen.

3.5.2 Plastische Gelenkwinkel

Die Ermittlung der plastischen Gelenkwinkel aus vorliegenden Messergebnissen ist mit einigen Schwierigkeiten verbunden. So ist es im allgemeinen nicht möglich, hierfür die Gurtdehnungen heranzuziehen, da diese oft nicht bis zum Bruch aufgezeichnet werden

können; in einigen Fällen liegen gar keine detaillierten Messungen vor, oder die Messergebnisse sind nur mangelhaft dokumentiert. Im folgenden werden die Versuche deshalb auf der Grundlage von Gleichung (3.39) ausgewertet. Da die Durchbiegungen in der Regel relativ genau gemessen werden und bei üblichen Tragsystemen vergleichsweise kleine Gelenkverfestigungen und Stegverzerrungen auftreten, findet man damit meist gute Näherungswerte für die plastischen Gelenkwinkel. In der Form

$$\Theta^{(p)} \cong \frac{\delta_{max} - \delta_y}{l_{ef}} \tag{3.51}$$

kann die Beziehung auch bei Durchlaufträgern verwendet werden, wobei dann die Länge l_{ef} eine zu wählende Bezugsgrösse darstellt; hierzu eignet sich beispielsweise der jeweilige Abstand des Momentennullpunktes vom Auflager bei Fließbeginn. Die Werte δ_y und δ_{max} bezeichnen die an dieser Stelle des Trägers gemessenen Durchbiegungen; sie beziehen sich auf den Fließbeginn der Längsbewehrung respektive auf den Zustand beim Erreichen der Höchstlast oder, falls grosse plastische Verformungen auftreten (lange Plateaus ohne wesentliche Entfestigung), beim Eintreten eines markanten Lastabfalls. Von δ_{max} zu subtrahieren ist allenfalls die durch das Anwachsen der Schiebungen hervorgerufene Durchbiegungszunahme. Eine geringfügig andere Wahl der Bezugsgröße l_{ef} beeinflusst die Grösse der plastischen Gelenkwinkel in der Regel nur wenig. In Anbetracht der häufig auftretenden Schwierigkeiten bei der experimentellen Erfassung des nominellen Versagenszustandes, lohnen sich genauere Auswertungen kaum.

In Bild 3.34 sind die aus den Durchbiegungen der Träger T1 bis T6 [Sigrist und Marti (1993)] ermittelten plastischen Gelenkwinkel zusammengestellt. Ein Vergleich zwischen Versuch und Berechnung ist im allgemeinen, aufgrund der Vielzahl der zu berücksichtigenden Parameter, nur für den Einzelfall, anhand einer detaillierten Nachrech-

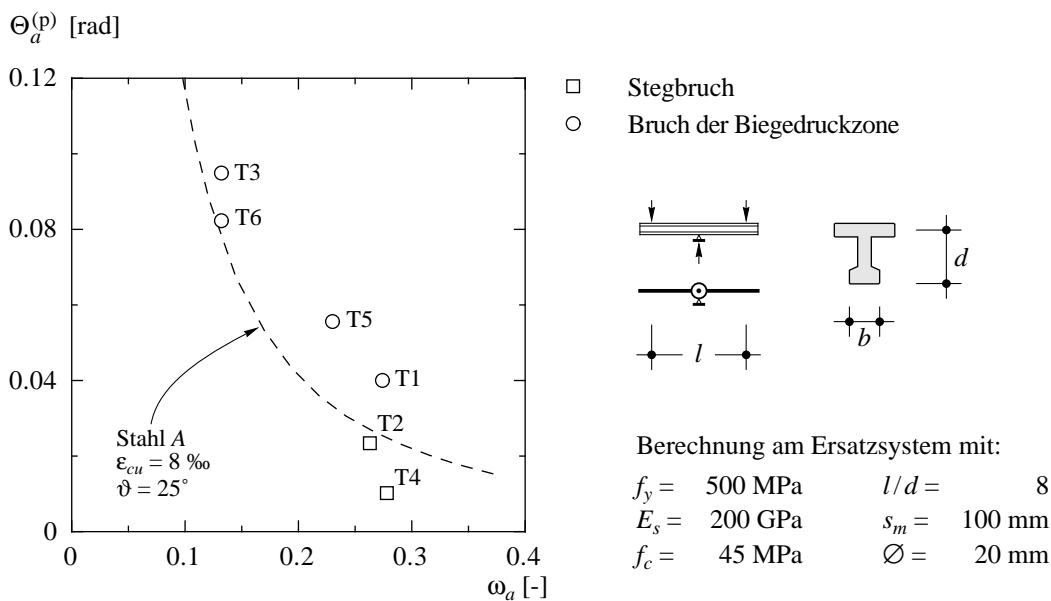
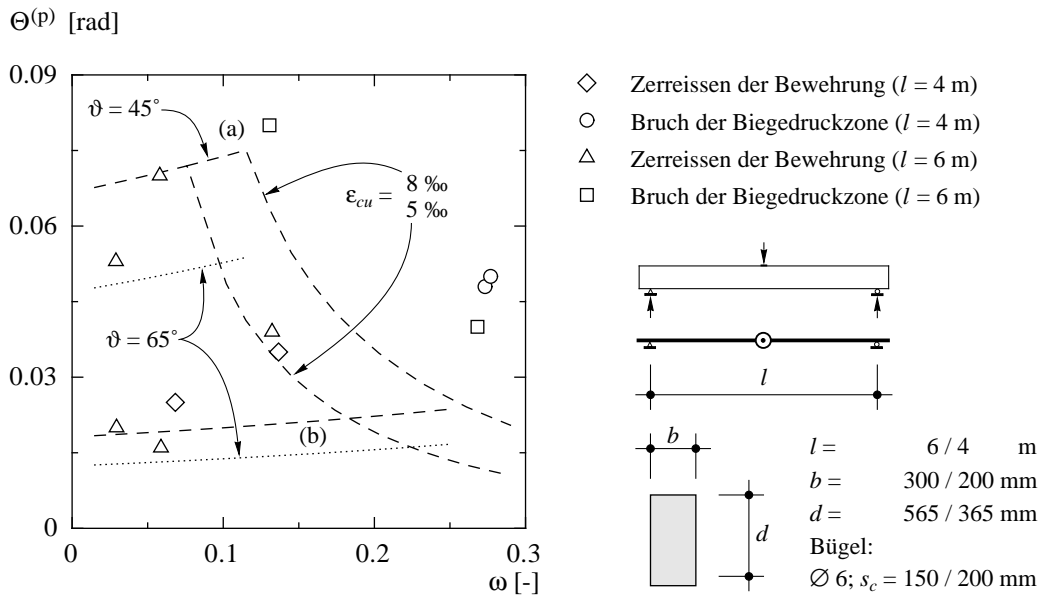


Bild 3.34: Qualitativer Vergleich experimentell ermittelter plastischer Gelenkwinkel [Sigrist und Marti (1993)] mit Berechnungen am Ersatzsystem.

nung, möglich. Bei den in Kapitel 3.5.1 behandelten Trägern T1 bis T3 ergaben sich diesbezügliche Abweichungen von maximal 7 %. Für einen qualitativen Vergleich der Versuchsergebnisse ist es hingegen sinnvoll, diese den Resultaten von Berechnungen an einem Ersatzsystem gegenüberzustellen. Mit dem Ersatzsystem sollten die wesentlichsten Parameter berücksichtigt werden können, so dass die Rechenergebnisse das tatsächliche Verhalten zumindest näherungsweise widerspiegeln. Ein solcher Vergleich ist in Bild 3.34 dargestellt. Als Ersatzsystem dient ein einfacher Balken mit einer Schlankheit l/d von 8, und den Berechnungen liegen die im Bild angegebenen Kennwerte der Materialien zugrunde; als Bruchkriterium wurde das Erreichen einer nominellen Randstauchung von 8 ‰ gewählt.

Im Bild ebenfalls eingetragen sind die bei den Trägern T5 und T6 beobachteten plastischen Gelenkwinkel. Diese beiden Träger waren teilweise vorgespannt und müssten deshalb eigentlich gesondert behandelt werden. Der Vergleich verdeutlicht aber, dass bei vorgespannten Trägern, in bezug auf die plastischen Verformungsbereiche, kein grundsätzlich anderes Verhalten zu erwarten ist. Diese Feststellung gilt zumindest dann, wenn zusätzlich zur Vorspannung eine schlaffe Bewehrung eingelegt wird; in den Versuchen betrug der aus dem Spannstahl resultierende Anteil am Biege­widerstand beim Lager B ungefähr 50 %. Aufgrund einer Vorspannung ergeben sich insbesondere bei relativ kleinen Lasten (Gebrauchslasten) deutlich geringere Durchbiegungen, da die Rissbildung im Vergleich zu schlaff bewehrten Trägern verzögert erfolgt. Bis zum Fließbeginn der Längsbewehrung unterscheiden sich die Träger diesbezüglich aber nur noch wenig. Wird die Kabelgeometrie den Beanspruchungen angepasst (geneigte Spannglieder mit Umlenkungen), reduzieren sich hingegen die bis zum Bruch auftretenden Stegverzerrungen. Dadurch wird die Gefahr eines Bruchs des Stegbetons vermindert. Beim Träger T5 erfolgte das Versagen durch den Bruch der Biegedruckzone, eingeleitet durch das Ausknicken der äusseren Bewehrungsstäbe unmittelbar links des Lagers B. Das Versagen trat allerdings schlagartig ein, was darauf hindeutet, dass im Vergleich zu den schlaff bewehrten Trägern bis zum Bruch weniger Energie dissipiert wurde. Tatsächlich weisen Spannglieder nur gerade in den Bereichen maximaler Biegebeanspruchungen plastische Verformungen auf; bedingt durch die Kabelgeometrie bleiben die Zusatzbeanspruchungen der Spannglieder ausserhalb dieser Bereiche relativ klein.

Beim Bruch des Trägers T6 wurde das Spannglied im Bereich des negativen Biegemoments (Lager B) zerrissen. Gleichzeitig war aber auch das Tragvermögen der Biegedruckzone erschöpft; bei den infolge der Abplatzungen des Überdeckungs­betons freigelegten Bewehrungsstäben zeigten sich bereits kleinere Ausbauchungen. Die auf der Flanschoberfläche gemessenen mittleren Dehnungen des Zuggurts wiesen in diesem Bereich Werte von mehr als 40 ‰ auf; sie lagen somit in der Grössenordnung der Bruchdehnung der verwendeten Litzen. Diese Tatsache weist darauf hin, dass sich das Verbundverhalten von Spanngliedern (Hüllrohr, Injektionsgut und Litzen) von demjenigen der schlaffen Bewehrung unterscheidet. Zudem sind die Verformungen der Litzen nicht direkt mit dem sich einstellenden Rissbild gekoppelt. Aufgrund dieser Beobachtungen kann gefolgert werden, dass insbesondere in der Fließphase nur noch geringe Verbundspannungen zwischen Beton und Litzen wirksam sind; der Aufbau der Zusatzkräfte der Spannglieder erfolgt deshalb mehrheitlich ausserhalb der lokal begrenzten Fließzonen. Diese Besonderheiten des Verbundverhaltens sind letztlich der Grund dafür, dass Spann-



Kennwerte der in den Versuchen verwendeten Materialien:

$f_c = 27$ MPa	Stahl (a): $f_y = 587$ MPa	Stahl (b): $f_y = 595$ MPa
$E_s = 200$ GPa	$f_t/f_y = 1.15$	$f_t/f_y = 1.076$
$\varnothing = 12$ mm	$\epsilon_{su} = 80$ ‰	$\epsilon_{su} = 60$ ‰

Bild 3.35: Vergleich experimentell ermittelter plastischer Gelenkwinkel [Bosco und Debernardi (1992)] mit für verschiedene Annahmen berechneten Kurven.

stähle, trotz ihrer eher niedrigen Duktilitätskennwerte, ein duktileres Tragwerksverhalten ermöglichen. Das Verbundverhalten von Spannlitzen und -drähten in verfüllten Hüllrohren ist nur wenig erforscht [Marti (1994)], und zum Verbundverhalten bei grossen (plastischen) Dehnungen liegen gar keine Untersuchungen vor. Da diese Grundlagen fehlen, ist es zur Zeit noch nicht möglich, das in dieser Arbeit gezeigte Rechenmodell entsprechend zu erweitern. Aufgrund des in Bild 3.34 gezeigten qualitativen Vergleichs und der hier angestellten Überlegungen lässt sich aber immerhin folgern, dass sich eine Vorspannung in bezug auf das Verformungsvermögen nicht nachteilig auswirkt. Zum gleichen Schluss gelangten auch Li und Eligehausen (1994).

Das Diagramm in Bild 3.35 enthält die anhand der in den Versuchen von Bosco und Debernardi (1992) gemessenen Durchbiegungen ermittelten plastischen Gelenkwinkel. Bei den Versuchsträgern handelte es sich um einfache Balken mit Rechteckquerschnitten, wobei hier diejenigen berücksichtigt wurden, die Querschnittshöhen von 400 mm und 600 mm aufwiesen und durch Einzellasten beansprucht waren. Kleinere Träger und Versuche, bei denen sich Stegbrüche ergaben, wurden nicht einbezogen. Die Abmessungen der Balken und die Kennwerte der verwendeten Materialien sind im Bild zusammengestellt. Zu Vergleichszwecken sind im Diagramm auch die Ergebnisse entsprechender Berechnungen aufgetragen. Diese beziehen sich auf die Kennwerte der verwendeten Stähle (a) und (b) (vgl. Bild 3.35) und auf Druckfeldneigungen ϑ von 45° und 65° sowie auf nominelle Bruchstauchungen ϵ_{cu} von 5 ‰ und 8 ‰. Diese Variation der Rechenpa-

parameter entspricht ungefähr den Unterschieden zwischen den einzelnen Versuchen; dies obwohl innerhalb einer Serie (gleiche Querschnittsabmessungen und Spannweite) einzig die Anzahl der Längsbewehrungsstäbe variiert wurde.

Bei rechteckigen Balken mit relativ kleiner Schlankheit ist es im allgemeinen schwierig, den Zugkraftverlauf der Bewehrung zuverlässig zu bestimmen, da davon ausgegangen werden muss, dass ein gewisser Anteil der Last durch Streben- oder Bogenwirkung abgetragen wird (vgl. Bild 3.5). Erst wenn deutlich geneigte Risse auftreten, liegen, falls eine Bügelbewehrung vorhanden ist, klarere Verhältnisse vor, obwohl auch dann eine kombinierte Tragwirkung nicht ausgeschlossen werden kann. Für gleiche Querschnittsabmessungen und Längsbewehrungsgehalte werden bei gedrunenen Balken ($l/d < 10$) teilweise grössere plastische Gelenkwinkel festgestellt, als bei solchen mit üblichen Schlankheiten. Falls hingegen die Breite der Stege den Beanspruchungen angepasst wird (schlankere Träger weisen bei gleichem Längsbewehrungsgehalt schmalere Stege auf), ergibt sich ein gegenteiliges Bild, da sich dann die Druckfeldneigungen für verschiedene Schlankheiten weniger stark unterscheiden (vgl. Bild 3.27). Bei Balken mit gleichen Abmessungen (gleichen Schlankheiten) stellen sich mit zunehmendem Längsbewehrungsgehalt flachere Druckfeldneigungen ein, so dass auch die plastischen Gelenkwinkel anwachsen; mit dem Auftreten von geneigten Rissen kann diese Zunahme sogar sprunghaft erfolgen (vgl. Bild 3.29). Andererseits dürften diese Unterschiede bei Schlankheiten l/d von mehr als etwa 20 (Plattenstreifen) eine eher untergeordnete Rolle spielen.

Bei der Nachrechnung von Versuchen bestehen diesbezüglich, wie bereits in Kapitel 3.5.1 ausgeführt, immer Unsicherheiten, da die das Verbundverhalten betreffenden Annahmen ebenfalls nur Näherungen darstellen. Anhand der Ausdehnung der plastischen Verformungsbereiche ergeben sich aber immerhin Anhaltspunkte, so dass der theoretische Zugkraftverlauf, zumindest für die Phase, in der die Bewehrung fliesst, den tatsächlichen Gegebenheiten angepasst werden kann. In den Versuchsberichten sind aber Dehnungsmessungen, falls überhaupt solche durchgeführt wurden, häufig schlecht dokumentiert.

Die in Bild 3.35 eingetragenen Vergleichskurven verdeutlichen den angesprochenen Problembereich. Insbesondere bei Stählen mit höheren Duktilitätskennwerten kommt den aus den Annahmen bezüglich des Zugkraftverlaufs resultierenden Unterschieden besondere Bedeutung zu. Der Vergleich der Versuchspunkte mit den Rechenergebnissen zeigt jedoch, dass mit den getroffenen Annahmen die grundsätzlichen Zusammenhänge zutreffend erfasst werden. Sowohl die Art des Bruchs (Zerreißen der Bewehrung, Bruch der Biegedruckzone) als auch die absolute Grösse der plastischen Gelenkwinkel lassen sich relativ zuverlässig ermitteln. Die Streuung der Materialkennwerte spielt bei einem solchen Vergleich ebenfalls eine Rolle.

Eine weitere Besonderheit resultiert aus dem Umstand, dass sich bei einer Erhöhung der Anzahl der Längsbewehrungsstäbe auch das Verbundverhalten verändert. Da dann bei einer konstant gehaltenen Querschnittsbreite die Bewehrungsstäbe enger nebeneinander liegen, nimmt die Wirkung des Verbundes ab, das heisst, die übertragenen Verbundspannungen fallen kleiner aus. Dies führt zu einer Zunahme der plastischen Verformungen der Risselemente und somit auch zu grösseren plastischen Gelenkwinkeln. In den Versuchen von Bosco und Debernardi (1992) dürfte dieser Effekt insbesondere bei

den Balken mit $\omega \approx 0,13$ eine Rolle gespielt haben; die Bewehrung bestand aus 9 Stäben $\varnothing 12$ mm bei den Balken mit $b = 300$ mm und aus 4 Stäben $\varnothing 12$ mm bei denjenigen mit $b = 200$ mm. Eine Erhöhung des Bewehrungsgehalts durch die Verwendung grösserer Stabdurchmesser hätte allerdings ähnliche Auswirkungen auf die erreichbaren plastischen Gelenkwinkel (vgl. Bild 3.24).

Im Sinne eines qualitativen Vergleichs sind in Bild 3.36 experimentell ermittelte plastische Gelenkwinkel den Ergebnissen von Berechnungen an einem Ersatzsystem gegenübergestellt. Die dargestellten Kurven beziehen sich auf Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C und auf eine Trägerschlankheit l/d von 10; die übrigen Rechenparameter entsprechen den bereits in den Bildern 3.16 und 3.20 verwendeten Werten. Bei den im Diagramm eingetragenen Punkten handelt es sich um Versuchsergebnisse von Trägern mit profilierten Querschnitten [Gauvreau (1992), Sigrist und Marti (1993)] und solche von Balken mit Rechteckquerschnitten [Mattock (1965), Bosco und Debernardi (1992)]; dabei wurden nur Balken mit Querschnittshöhen ≥ 400 mm berücksichtigt. Die von Gauvreau (1992) getesteten Träger waren verbundlos vorgespannt, enthielten aber auch eine kräftige schlaaffe Bewehrung, deren Beitrag ungefähr 50 % des Biege widerstands ausmachte. Die Träger versagten durch den Bruch der Biegedruckzonen, und bei einem der Träger wurden gleichzeitig die Bügel zerrissen. In bezug auf das Verformungsvermögen ergeben sich daher keine grundlegenden Unterschiede zu den andern in dieser Zusammenstellung enthaltenen Trägern.

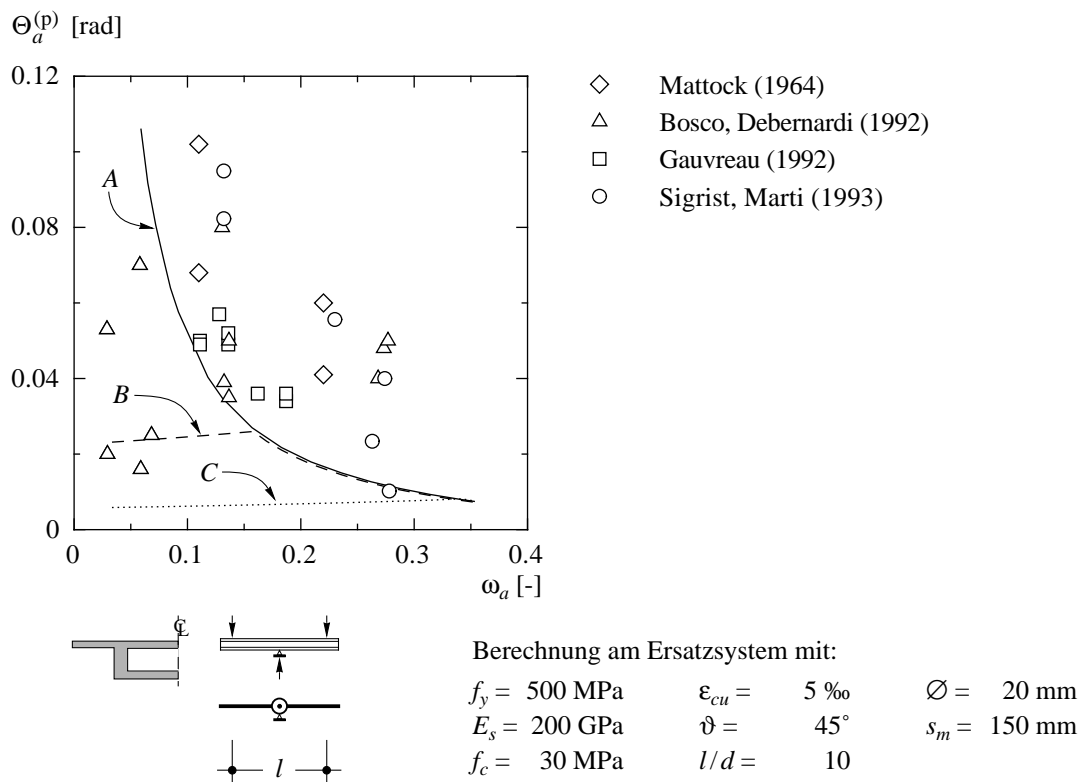


Bild 3.36: Qualitativer Vergleich experimentell ermittelter plastischer Gelenkwinkel mit Berechnungen am Ersatzsystem: Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C.

In den vorhergehenden Kapiteln wurde mehrfach darauf hingewiesen, dass sich Versuchsergebnisse anhand der Beziehung zwischen Längsbewehrungsgehalt und plastischem Gelenkwinkel (Bild 3.36) nur unzulänglich vergleichen lassen, da bei der Interpretation eine sehr viel grössere Anzahl von Einflüssen berücksichtigt werden muss. Trotzdem kann eine solche Darstellung sinnvoll sein, da damit die in den Versuchen erzielten plastischen Gelenkwinkel in einen grösseren Zusammenhang gestellt werden. Der in Bild 3.36 gezeigte Vergleich veranschaulicht, dass es mit relativ einfachen Vergleichsrechnungen gelingt, die Grössenordnungen der plastischen Gelenkwinkel abzuschätzen. Auf diese Weise lassen sich, zumindest für bestimmte Gruppen von Versuchsergebnissen, untere Grenzwerte der zu erwartenden plastischen Gelenkwinkel angeben, und die daraus gewonnenen Erkenntnisse können, falls die in den Vergleich mit einbezogenen Versuche repräsentativ sind, bei der Bemessung oder der nachträglichen Beurteilung von Stahlbetonträgern verwendet werden. Eine gewisse Sorgfalt bei der Auswahl der Versuchsergebnisse ist somit angezeigt.

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren eignet sich für eingehende Analysen des Verformungsverhaltens von Stahlbetontragwerken. Auf der Grundlage des Rechenmodells können verschiedene Einflüsse studiert werden, und es gelingt, die zu erwartenden plastischen Verformungen relativ zuverlässig zu ermitteln; dies, obwohl einige der verwendeten Annahmen weiterer experimenteller und theoretischer Abklärungen bedürfen. Für die Bemessungspraxis sind solch detaillierte Untersuchungen in der Regel zu aufwendig. Ziel der Bemessung ist es nicht, möglichst umfangreiche Berechnungen durchzuführen, sondern durch eine umsichtige Dimensionierung und die Wahl geeigneter Materialien ein den Anforderungen angepasstes Tragwerksverhalten sicherzustellen. Hierzu ist es allerdings erforderlich, das Verhalten hoch beanspruchter Tragwerksbereiche richtig beurteilen zu können, wofür im allgemeinen einige wenige, aber aussagekräftige Abschätzungen herangezogen werden. Vor diesem Hintergrund kommt einem generellen Vergleich, wie er beispielsweise in Bild 3.36 gezeigt ist, besondere Bedeutung zu. Allein deshalb wird es immer nötig sein, entsprechende Versuche durchzuführen; den Entwicklungen und Neuerungen bezüglich der Materialien und der Bemessungspraxis ist dabei Rechnung zu tragen.

4 Zur Bemessung von Stahlbetonträgern

4.1 Ermittlung der Schnittkräfte

Die Berechnung und Bemessung mehrfeldriger Träger gehört zu den alltäglichen Arbeiten eines konstruktiv tätigen Bauingenieurs. Der Ermittlung der Schnittkräfte kommt dabei besondere Bedeutung zu. In diesem Kapitel soll gezeigt werden, wie diese Aufgabe mit Hilfe der Methoden der Plastizitätstheorie gelöst werden kann. Das für die Umlagerung der Schnittkräfte erforderliche Verformungsvermögen der Gelenkbereiche kann anschliessend anhand einfacher Abschätzungen überprüft werden. Das grundsätzliche Vorgehen wird für das Beispiel des bereits in Bild 3.18 behandelten Zweifeldträgers erläutert, lässt sich aber problemlos auch auf andere Systeme und Belastungskonfigurationen übertragen [Thürlimann et al. (1983)]. Dabei wird nur die Biegetragwirkung untersucht, da diese, falls Stegbrüche verhindert werden, sowohl die Traglast des Systems als auch das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche bestimmt. Um die Erläuterungen übersichtlich zu halten, wird auf die Berücksichtigung von Last- und Widerstandsbeiwerten verzichtet.

Bild 4.1 zeigt einen symmetrischen Zweifeldträger mit den zu untersuchenden Lastfällen; g bezeichnet die ständigen Lasten und q stellt eine feldweise angeordnete Verkehrslast dar. Da nur zwei Lastfälle zu berücksichtigen sind, ergeben sich die Momentengrenzwertlinien direkt aus den Momentenlinien der Lasten g und q . Die Aufgabe des Ingenieurs besteht nun im wesentlichen darin, das Verhältnis Stützmoment/Feldmoment (M_{ay}/M_{by}) festzulegen, was der Wahl eines statisch zulässigen Spannungszustands entspricht. Im Sinne der statischen Methode der Plastizitätstheorie gibt es hierfür unendlich viele Möglichkeiten. Die Wahl erfolgt in der Regel aber nicht unbesehen; Überlegungen in bezug auf die konstruktive Durchbildung, das Tragwerksverhalten unter Gebrauchslasten sowie die Wirtschaftlichkeit spielen hierbei eine Rolle. Mittels eines Verformungsnachweises für die Gelenkbereiche kann die getroffene Annahme sodann überprüft werden. Bei der Wahl des statisch zulässigen Spannungszustands ist eine graphische Vorgehensweise häufig hilfreich; dabei ist die Schlusslinie der Momente festzulegen (Bild 4.1(c)). Verwendet man das Moment M_{ay} als Bezugsgrösse, ergibt sich im vorliegenden Fall für die Schnittkraftumlagerung die Beziehung

$$\beta_y = 1 - \frac{M_{ay}}{M_a^{(e)}} = 1 - \frac{p_y}{(g + q)} . \quad (4.1)$$

Unter der Annahme eines initial zwängungsfreien Zustands sowie einer über die Trägerlänge konstanten Biegesteifigkeit, findet man bei monotoner Laststeigerung für die Last p_y (Flie遥eginn der Längsbewehrung) den Ausdruck

$$p_y = \frac{8 \cdot M_{ay}}{l^2} . \quad (4.2)$$

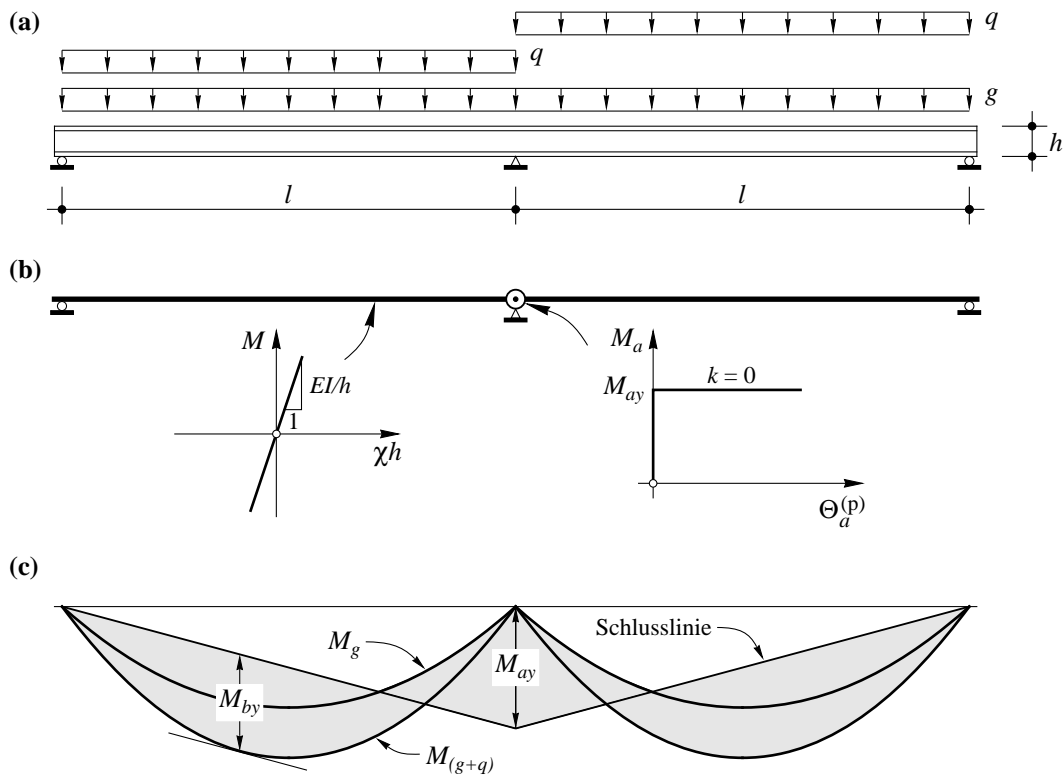


Bild 4.1: Statische Methode der Plastizitätstheorie. (a) Geometrie und Belastung; (b) Idealisertes System; (c) statisch zulässiger Spannungszustand.

Im allgemeinen sollte davon ausgegangen werden, dass p_y die ständigen Lasten übersteigt ($p_y > g$), da sonst bereits im Gebrauchszustand mit relativ grossen Rissweiten gerechnet werden muss; bei Fließbeginn der Längsbewehrung betragen diese etwa $w_{cr} = 0.25 \dots 0.35$ mm. Setzt man für das Gelenk ideal plastisches Fließen voraus ($k = 0$), so kann zu jedem gewählten Stützmoment M_{ay} , respektive zu jedem Wert β_y , das zugehörige Feldmoment M_{by} berechnet werden. Für das Beispiel von Bild 4.1 findet man die Beziehung

$$M_{by} = \frac{(g + q)l^2}{8} \cdot \left(\frac{9}{16} + \frac{\beta_y}{16} (\beta_y + 6) \right) . \quad (4.3)$$

Der statische Grenzwertsatz verlangt, dass die Fließbedingung an keiner Stelle verletzt wird, was durch eine den Beanspruchungen angepasste Bewehrungsführung gewährleistet werden kann; dabei sind insbesondere der Einfluss der Querkraft sowie die erforderlichen Verankerungslängen der Bewehrungsstäbe zu beachten.

Bei einem einfach statisch unbestimmten System sind zwei plastische Gelenke erforderlich, damit sich ein Mechanismus ausbildet. Die für das vorliegende Beispiel zu untersuchenden Biegemechanismen sind in Bild 4.2 dargestellt. Die kinematische Methode der Plastizitätstheorie eignet sich zur Überprüfung der Tragsicherheit in Situationen, in denen die Bewehrungsführung bereits vorliegt. Für eine vorgegebene Belastungskonfiguration wird dabei jeweils die kleinste Lastintensität (λ) gesucht, die zum Kollaps der

Struktur führt. Anhand der in den Bildern 4.2(b) und (c) gezeigten Mechanismen kann beispielsweise kontrolliert werden, ob die Länge der Bewehrung über dem Zwischenaufleger ausreichend gewählt wurde ($\lambda \geq 1$). Auf der Grundlage der kinematischen Methode lässt sich aber auch die Schnittkraftverteilung überprüfen; dies in all jenen Fällen, in denen die vollständige Lösung bekannt ist. Unter Anwendung des Prinzips der virtuellen Arbeiten ergibt sich für den in Bild 4.2(a) dargestellten Mechanismus das Moment M_{by} zu

$$M_{by} = \frac{(g + q)l^2}{8} - \frac{M_{ay}}{2} \left(1 - \frac{M_{ay}}{(g + q)l^2} \right), \quad (4.4)$$

wobei die Lage des plastischen Gelenks ($\xi \cdot l$) so bestimmt wurde, dass die Traglast des Systems gerade der Belastung ($g + q$) entspricht; Gleichung (4.4) stimmt folglich mit der Beziehung (4.3) überein. Verwendet man wiederum die Schnittkraftumlagerung β_y als Bezugsgrösse, so kann die Stelle, an der sich das plastische Gelenk im Feld ausbilden wird, wie folgt berechnet werden:

$$\xi \cdot l = \frac{l}{8} (3 + \beta_y). \quad (4.5)$$

Die Beziehungen (4.3) und (4.5) sind allerdings nur dann gültig, wenn die plastischen Gelenkbereiche über ein ausreichendes Verformungsvermögen verfügen und vorzeitige Stegbrüche ausgeschlossen werden können.

Anhand von Gleichung (4.3) können die erforderlichen Hauptbewehrungen bestimmt werden. In Bild 4.3 ist der für verschiedene Schnittkraftumlagerungen β_y und Verhältniszahlen b_{inf}/b_{sup} ermittelte Bewehrungsgehalt ω_b (im Feld) in Funktion des Bewehrungs-

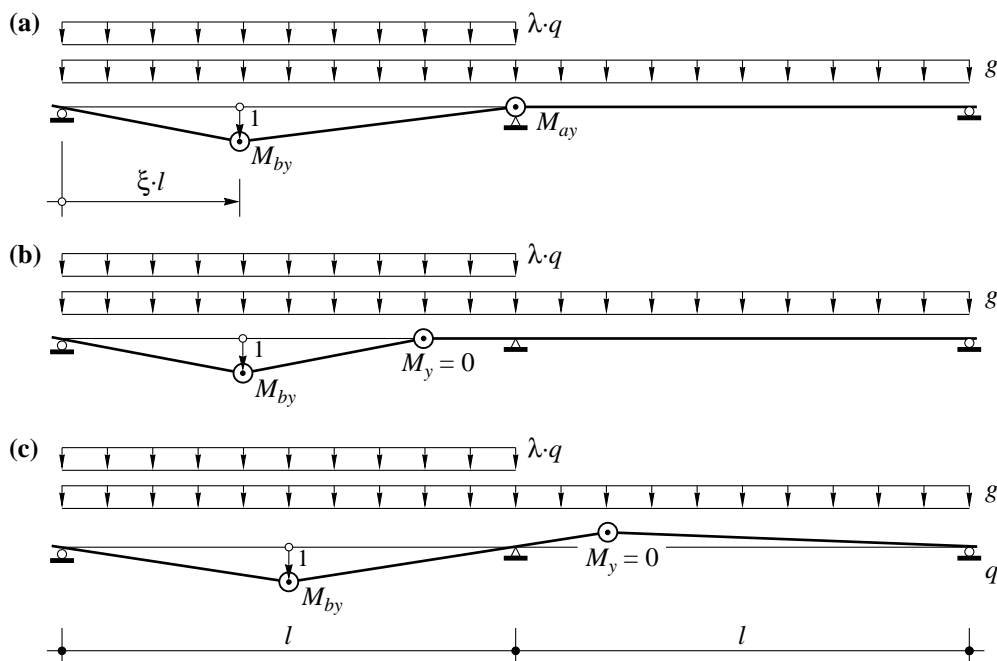


Bild 4.2: Kinematische Methode der Plastizitätstheorie. (a) bis (c) kinematisch zulässige Verschiebungszustände.

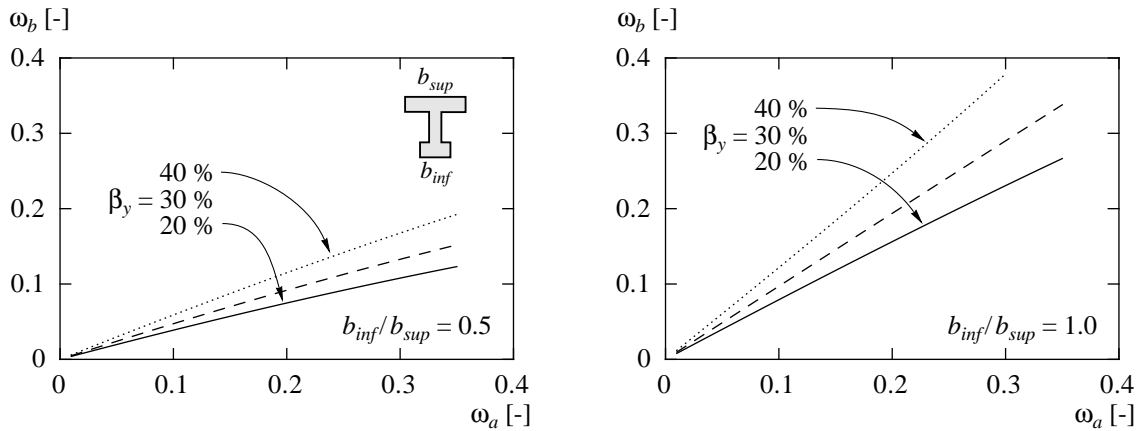


Bild 4.3: Traglastberechnung für den Zweifeldträger von Bild 4.1. Erforderlicher Bewehrungsgehalt im Feld für verschiedene Umlagerungen β_y und Werte b_{inf}/b_{sup} .

gehalts ω_a (über dem Zwischenauflager) aufgetragen. Die Biegegewiderstände M_y wurden dabei gemäss Gleichung (3.41) berechnet, und es wurde angenommen, dass die Querschnittsabmessungen entlang des Trägers nicht variieren und die statischen Höhen der Querschnitte im Feld und über dem Zwischenauflager gleich sind ($d_b = d_a$). Die Anwendung der Beziehung (3.41) setzt zudem voraus, dass die Höhe der jeweiligen Druckplatte mindestens $\omega \cdot d$ beträgt. Die Diagramme in Bild 4.3 können, ausgehend von einem vorgängig gewählten Wert β_y , direkt zur Dimensionierung der Hauptbewehrung verwendet werden; die auf diese Weise gefundenen Werte ω_a und ω_b entsprechen den für das Erreichen der Traglast erforderlichen Bewehrungsgehalten. Die detaillierte Bemessung des Trägers und die konstruktive Durchbildung kann sodann, in einem zweiten Schritt, vorgenommen werden. Dies kann beispielsweise auf der Grundlage einfacher Spannungsfelder erfolgen (Kapitel 3.2.1), wobei in erster Linie diejenigen Trägerabschnitte untersucht werden müssen, in denen grosse Beanspruchungen auftreten.

Bei der Bemessung ist zu beachten, dass mit fortschreitender Gelenkrotation eine Verfestigung eintritt (vgl. Bild 3.17), ein Effekt, der mit der Idealisierung des Verformungsverhaltens der Gelenke gemäss Bild 4.1(b) vernachlässigt wird. Im Vergleich zu den auf der Grundlage ideal plastischen Fließens des Stahls berechneten Werten resultieren daraus für die plastischen Verformungsbereiche bis zu 20 % höhere Beanspruchungen. Dies ist insbesondere bei der Wahl der Stegabmessungen zu berücksichtigen; aber auch die konstruktive Durchbildung der Biegedruckzone ist unter Umständen den erhöhten Beanspruchungen anzupassen. Bei der Erdbebenbemessung von Stahlbeton wird dieser Einfluss durch den sogenannten *Überfestigkeitsfaktor* des Bewehrungsstahls berücksichtigt [Paulay, Bachmann und Moser (1990)]. Darin enthalten ist einerseits der Unterschied zwischen dem Rechenwert der Festigkeit und der mittleren (im Bauwerk zu erwartenden) Fließgrenze, andererseits der Einfluss der Stahlverfestigung bei grossen plastischen Dehnungen. Der Bemessung der Träger (Riegel) sind die unter Berücksichtigung der Überfestigkeit der Gelenke ermittelten Querkräfte zugrunde zu legen. Durch ein solches Vorgehen wird sichergestellt, dass die Energiedissipation in den plastischen Gelenken erfolgen kann, die übrigen Tragwerksbereiche aber elastisch bleiben; darin kommt der Grundgedanke der *Kapazitätsbemessung* zum Ausdruck.

4.2 Näherungsverfahren für den Verformungsnachweis

In Kapitel 3 wurde ein allgemeines Modell vorgestellt, mit dessen Hilfe die bis zum Bruch auftretenden Verformungen der plastischen Gelenkbereiche ermittelt werden können. Detaillierte Untersuchungen bedingen einen gewissen Rechenaufwand, der in der Regel nur dann gerechtfertigt ist, wenn das Tragwerksverhalten nicht durch konzeptionelle und konstruktive Massnahmen beeinflusst werden kann; dies entspricht der Situation bei der Beurteilung der Tragsicherheit bestehender Bauwerke. Bei der Bemessung von Stahlbetonträgern wird man dagegen nur in Ausnahmefällen eingehende Verformungsberechnungen vornehmen, und der eigentlichen Ingenieuraufgabe, dem Konstruieren, kommt bedeutend mehr Gewicht zu. Für die Beurteilung der Wirksamkeit der angeordneten Massnahmen in bezug auf das Verformungsvermögen wird man sich auf die Erfahrung und auf einige grobe Abschätzungen stützen.

Im folgenden wird ein Näherungsverfahren für den Verformungsnachweis plastischer Gelenkbereiche vorgestellt. Damit können der Verformungsbedarf sowie das Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern abgeschätzt werden. Ziel eines solchen Nachweises ist es nicht, die tatsächlich auftretenden Verformungen zu ermitteln; aufgrund der Vielzahl der Einflüsse, die dabei eine Rolle spielen, sind hierzu aufwendigere Berechnungen nötig (vgl. Kapitel 3.4). Der Nachweis soll den Ingenieur vielmehr in die Lage versetzen, kritische Tragwerksbereiche oder Beanspruchungssituationen zu erkennen. Anhand der Näherungsbeziehungen lässt sich zudem der Einfluss einzelner Parameter auf das Verformungsverhalten der Träger aufzeigen.

Eine getrennte Behandlung des Verformungsvermögens und des Verformungsbedarfs ist im allgemeinen nicht möglich, da die erreichbaren plastischen Gelenkwinkel bei statisch unbestimmten Systemen von den Verformungen des Systems, respektive von den Schnittkraftumlagerungen, abhängig sind. Für nicht allzu grosse Schnittkraftumlagerungen ($\beta_y < 30\%$) kann diese Wechselwirkung aber näherungsweise vernachlässigt werden; dies entspricht auch der Betrachtungsweise, die den Bildern 3.34 und 3.36 zugrunde liegt. Eine weitere Vereinfachung betrifft die Annahmen in bezug auf das Verformungsverhalten der Träger und der plastischen Gelenke. Im folgenden wird wiederum von den in Bild 4.1(b) dargestellten Idealisierungen ausgegangen; diese umfassen eine konstante Biegesteifigkeit EI und eine starr-ideal plastische M - $\Theta^{(p)}$ -Beziehung ($k = 0$). Für das Beispiel des in Kapitel 4.1 behandelten Zweifeldtragers ergibt sich das erforderliche Verformungsvermögen des Gelenks beim Zwischenaufleger anhand der Berechnung der Auflagerdrehwinkel für die beiden Trägerhälften, die für Zustände nach dem Erreichen von M_{ay} als einfache Balken betrachtet werden können. Der Verformungsbedarf wird maximal, falls auf der gesamten Trägerlänge die Höchstlast ($g + q$) aufgebracht wird, und man findet hierfür die Beziehungen

$$\Theta_{req}^{(p)} = 2 \cdot \frac{((g + q) - p_y)l^3}{24 \cdot EI} = \frac{p_y \cdot l^3}{12 \cdot EI} \cdot \frac{\beta_y}{(1 - \beta_y)} \quad (4.6 \text{ a,b})$$

Dabei wird vorausgesetzt, dass beim Erreichen von M_{ay} keine Eigenspannungszustände vorhanden sind ($M_a^{(R)} = 0$). Setzt man in der Beziehung (4.6) für die Biegesteifigkeit EI den Wert EI_{cr} gemäss Gleichung (3.42) ein und drückt man die Beanspruchung p_y durch

den entsprechenden mechanischen Bewehrungsgehalt ω_a aus, so ergibt sich nach kurzer Umformung der Ausdruck

$$\Theta_{req}^{(p)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{b_{inf}}{b_{sup}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\omega_a \cdot (1 - \omega_a/2)}{\omega_b \cdot (1 - \omega_b/2)(1 - \omega_b)} \cdot \epsilon_{smy} \cdot \frac{\beta_y}{(1 - \beta_y)}, \quad (4.7)$$

wobei angenommen wird, dass die statischen Höhen der Querschnitte im Feld und über dem Zwischenaufleger gleich sind ($d_b = d_a = d$). Der mechanische Bewehrungsgehalt ω_b im Feld kann auf der Grundlage einer Traglastberechnung ermittelt oder direkt aus den Diagrammen in Bild 4.3 herausgelesen werden. Anhand der Beziehung (4.7) können die wesentlichen Parameter ersehen werden, die den Verformungsbedarf des Systems beeinflussen. Es sind dies, neben den Bewehrungsgehalten ω und der Schnittkraftumlagerung β_y , die Querschnittsgeometrie (b_{inf}/b_{sup}), die Schlankheit des Trägers (l/d) und die Eigenschaften des Bewehrungsstahls ($\epsilon_{smy} \approx 0.9 \cdot f_y/E_s$).

Die Bilder 4.4 und 4.5 zeigen die graphische Auswertung der Beziehung (4.7). In Bild 4.4(a) sind zudem die entsprechenden Kurven aufgetragen, die sich einerseits für die Annahme eines ungerissenen Querschnitts (EI_{hom}), und andererseits für eine geschätzte mittlere Biegesteifigkeit (EI_{ef}) ergeben. Der Vergleich verdeutlicht, dass mit der Annahme der Biegesteifigkeit EI_{cr} (Gleichung (3.42)), ausser bei sehr kleinen

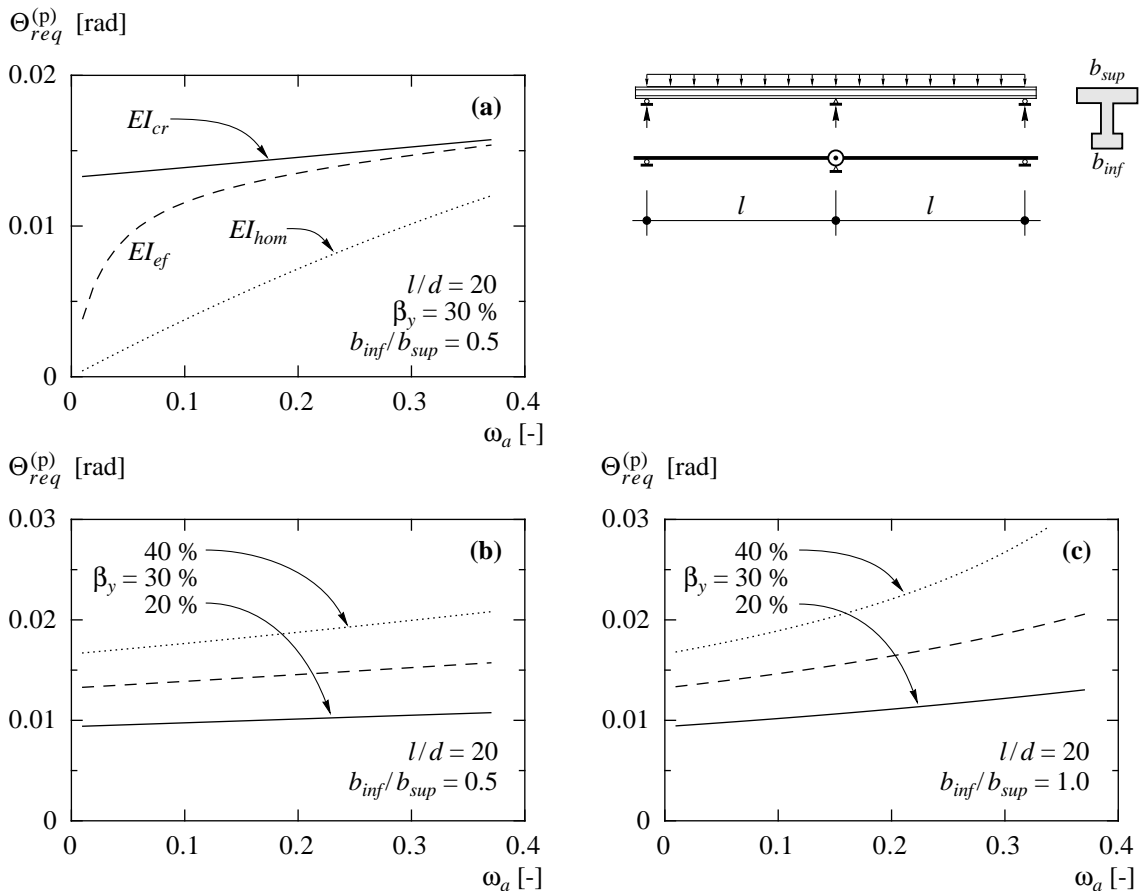


Bild 4.4: Erforderliche plastische Gelenkwinkel. (a) Einfluss der angenommenen Biegesteifigkeit; (b) und (c) Einfluss der Umlagerung β_y für verschiedene Werte b_{inf}/b_{sup} .

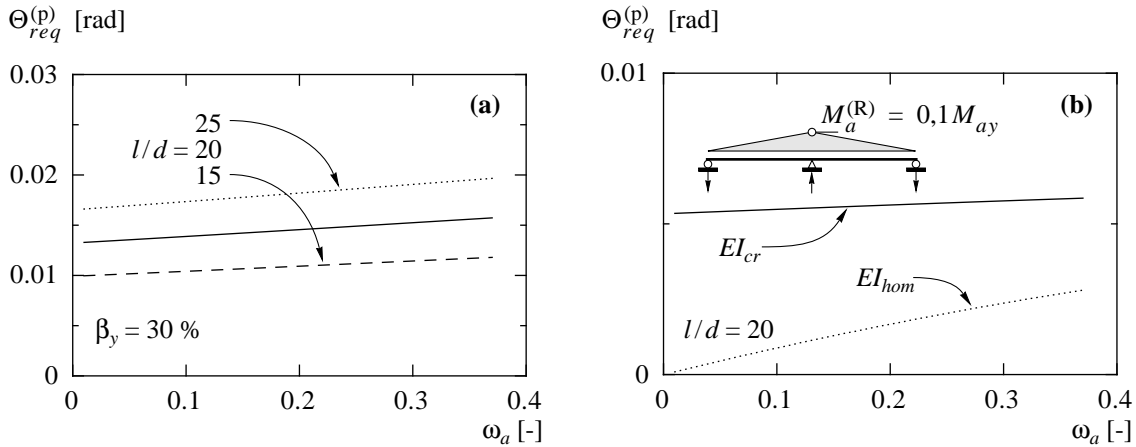


Bild 4.5: Erforderliche plastische Gelenkwinkel für (a) verschiedene Schlankheiten und (b) für einen angenommenen Eigenspannungszustand.

Bewehrungsgehalten, vernünftige Näherungen für $\Theta_{req}^{(p)}$ gefunden werden. Dabei ist auch zu beachten, dass bei der hier gewählten Vorgehensweise eine mögliche Abstufung der Längsbewehrung vernachlässigt wird. Für den praktischen Nachweis sollte im allgemeinen von Gleichung (3.42) ausgegangen werden; der Verformungsbedarf wird damit eher überschätzt.

In den Bildern 4.4(b) und (c) sind die Rechenergebnisse für verschiedene Annahmen für β_y und b_{inf}/b_{sup} dargestellt. Für grössere Umlagerungen steigt der Verformungsbedarf des Systems; die Zunahme ist allerdings für $b_{inf}/b_{sup} = 1$ (z.B. Rechteckquerschnitt) ausgeprägter als für entsprechend kleinere Werte (z.B. Hohlkastenquerschnitt). Beide Parameter spielen sowohl bei der Traglastberechnung (ω_b) als auch bei der Ermittlung des erforderlichen Gelenkwinkels ($\Theta_{req}^{(p)}$) eine Rolle und sind somit nicht in dem Sinn unabhängig voneinander, wie es die Beziehung (4.7) auf den ersten Blick vermuten liesse.

Die Schlankheit des Trägers geht direkt in die Beziehung (4.7) ein; ein grösserer Wert für l/d bewirkt folglich eine proportionale Zunahme des erforderlichen plastischen Gelenkwinkels. Dies geht auch aus dem Diagramm in Bild 4.5(a) hervor. In der gleichen Art würde sich auch eine höhere Fließgrenze des Bewehrungsstahls auf $\Theta_{req}^{(p)}$ auswirken, da die mittlere Dehnung ε_{smy} in erster Linie durch den Wert f_y beeinflusst wird; die Elastizitätsmoduli von Stählen verschiedener Festigkeitsklassen unterscheiden sich kaum, und auch aus der Verbundwirkung ergeben sich bis zum Fließbeginn nur geringe Unterschiede. Eine Erhöhung der Fließgrenze des Stahls von 500 auf 600 MPa hat demzufolge eine Zunahme des Verformungsbedarfs von etwa 20 % zur Folge.

Bild 4.5(b) verdeutlicht, dass die plastischen Gelenkbereiche ganz grundsätzlich ein gewisses Verformungsvermögen aufweisen sollten, selbst wenn die Bewehrung anhand derjenigen Schnittkräfte festgelegt wird, die sich für die Annahme linear elastischen Materialverhaltens berechnen lassen. Das im Bild gezeigte Beispiel entspricht dem Fall $M_{ay} = M_a^{(e)}$ ($\beta_y = 0$). Den Berechnungen wurde aber ein angenommener Eigenspannungszustand $M_a^{(R)} = 0.1 \cdot M_{ay}$ zugrundegelegt, und aus dem Diagramm in Bild 4.5(b)

können somit diejenigen Gelenkrotationen herausgelesen werden, die nötig sind, um diese Zwängungsbeanspruchung abzubauen. Jedes Tragwerk weist Eigenspannungszustände auf, die sich, wie das Beispiel zeigt, auf den Verformungsbedarf des Systems auswirken; bei Durchlaufträgern werden demnach die insgesamt erforderlichen Gelenkwinkel $\Theta_{req}^{(p)}$ an einigen Stellen vergrößert, an andern aber verkleinert. In Kapitel 2.3 wurde bereits darauf hingewiesen, dass der Spannungszustand eines Tragwerks bis zum Auftreten wesentlicher Plastifizierungen eigentlich nicht bestimmt werden kann. Die Grösse der für das Erreichen der Traglast erforderlichen plastischen Gelenkwinkel kann deshalb letztlich nie eindeutig quantifiziert werden; dies ist bei der Interpretation der in dieser Arbeit gezeigten Rechenergebnisse zu berücksichtigen.

Die näherungsweise Ermittlung des Verformungsvermögens der Gelenkbereiche erfolgt in Anlehnung an die klassische Biegelehre. Man findet den erreichbaren plastischen Gelenkwinkel anhand der Multiplikation der maximalen Krümmungszunahme des am stärksten beanspruchten Gelenkquerschnitts mit der fiktiven Gelenklänge $l^{(p)}$. Die entsprechenden Beziehungen lauten:

$$\Theta_{us}^{(p)} = \frac{l^{(p)}}{d(1 - \omega)} \cdot (\varepsilon_{smu} - \varepsilon_{smy}) \quad (4.8)$$

und

$$\Theta_{uc}^{(p)} = \frac{l^{(p)}}{d} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cnu}}{\omega} - \frac{\varepsilon_{smy}}{1 - \omega} \right), \quad (4.9)$$

wobei Gleichung (4.8) in den Fällen massgebend wird, in denen das Zerreißen der Längsbewehrung das Versagen bestimmt, während für den Bruch der Biegedruckzone Gleichung (4.9) zu berücksichtigen ist. Zur Bestimmung der mittleren Dehnungen ε_{smy}

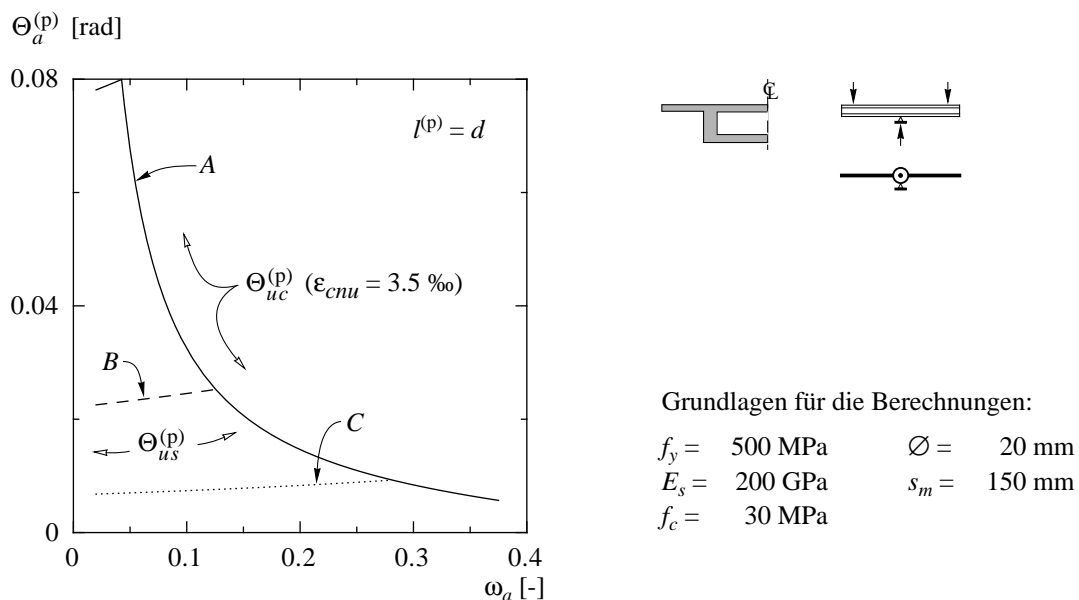


Bild 4.6: Näherungsweise Ermittlung des Verformungsvermögens der plastischen Gelenkbereiche für Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C.

und ε_{smu} können die in Kapitel 2.2.2 angegebenen Beziehungen verwendet werden. Der Wert ε_{cnu} stellt die nominelle Grenzstauchung des Betons dar; diese kann beispielsweise zu $\varepsilon_{cnu} = 3.5 \text{ ‰}$ [vgl. SIA 162 (1993)] gewählt werden, ist aber, abhängig auch von der Annahme bezüglich der Gelenklänge $l^{(p)}$, von Fall zu Fall festzulegen. Anhaltspunkte hierfür ergeben sich anhand der in Kapitel 3.4 gezeigten Rechenergebnisse.

Bei Trägern mit profilierten Querschnitten kann näherungsweise von Druckfeldneigungen ϑ von 45° ausgegangen werden, und für die Gelenklänge findet man dann etwa den Wert $l^{(p)} = d$. Bild 4.6 zeigt die für diese Annahme berechneten plastischen Gelenkwinkel $\Theta_{us}^{(p)}$ und $\Theta_{uc}^{(p)}$ für Stähle der Duktilitätsklassen A, B und C. Die im Diagramm aufgetragenen Kurven verdeutlichen, dass mit den Gleichungen (4.8) und (4.9) die Zusammenhänge richtig erfasst werden. Für nicht allzu grosse Schnittkraftumlagerungen stimmen die auf diese Weise ermittelten plastischen Gelenkwinkel recht gut mit denjenigen überein, die man mit Hilfe des in Kapitel 3.3 erläuterten Rechenmodells für übliche Trägerschlankheiten findet.

Die Bedingung für den Nachweis des ausreichenden Verformungsvermögens der Gelenkbereiche lässt sich wie folgt schreiben:

$$\Theta_{req}^{(p)} \leq \Theta_u^{(p)} . \quad (4.10)$$

Obwohl mit der Entkopplung des Verformungsvermögens vom Verformungsbedarf die tatsächlichen Gegebenheiten stark vereinfacht werden, lassen sich mit dem hier gezeigten Verfahren brauchbare Näherungen finden; dies zumindest für übliche Trägerabmessungen und Bewehrungsanordnungen. Liegen hingegen deutlich andere Verhältnisse vor, muss die Wechselwirkung zwischen dem erreichbaren und dem erforderlichen Gelenkwinkel angemessen berücksichtigt werden. Die Gelenklänge $l^{(p)}$ ist dann als Systemkenngrösse aufzufassen und ist unter Einbezug der in Kapitel 3.4 behandelten Parameter zu bestimmen. Allgemeine Regeln lassen sich hierfür kaum angeben.

Anhand der vorangehenden Ausführungen kommt einmal mehr die Komplexität des Problems zum Ausdruck. Die gezeigten Beispiele verdeutlichen zudem, dass berechnete Verformungen mit erheblich grösseren Unsicherheiten behaftet sind, als dies beispielsweise für den Tragwiderstand der Fall ist. Daran ändert sich auch nichts, wenn aufwendige Berechnungsverfahren verwendet werden. Gerade deshalb kommt der Wahl geeigneter Materialien und der sorgfältigen konstruktiven Durchbildung besondere Bedeutung zu.

5 Zusammenfassung und Folgerungen

5.1 Zusammenfassung

Mit der vorliegenden Arbeit wird versucht, zu einem besseren Verständnis des Trag- und Verformungsverhaltens von Stahlbetontragwerken beizutragen. Es werden Methoden und Modelle vorgestellt, die es ermöglichen, Verformungen, und speziell maximal mögliche Verformungen, abzuschätzen. Damit werden die primär auf die Ermittlung der Traglast ausgerichteten Methoden der Plastizitätstheorie und die für die Bemessung und Nachrechnung von Stahlbetontragwerken insgesamt zur Verfügung stehenden Verfahren und Hilfsmittel ergänzt.

Im ersten Teil der Arbeit (Kapitel 2) werden das Verformungsverhalten von Stahl und Beton sowie das Zusammenwirken dieser beiden Materialien behandelt. In bezug auf das Verformungsvermögen von Tragwerken und Tragelementen spielen Bruchprozesse eine entscheidende Rolle. Bei den Untersuchungen bezüglich des Verhaltens von Beton (Kapitel 2.1) stehen deshalb die Verformungslokalisierung und die Materialentfestigung im Vordergrund. Anhand einfacher Beispiele (einachsige Zugbeanspruchung, einachsige Druckbeanspruchung, Biegezugversuch) wird erläutert, wie sich diese Effekte auf das Last-Verformungs-Verhalten auswirken. Für den Biegezugversuch wird eine analytische Lösung vorgestellt; damit kann die Abhängigkeit der Biegezugfestigkeit von der Grösse der Prüfkörper sowie ihre Beeinflussung, beispielsweise durch das Einbringen einer Faserbewehrung, veranschaulicht werden. Die Modellrechnungen verdeutlichen, dass die Sprödigkeit nicht eine reine Materialeigenschaft, sondern vielmehr eine Eigenschaft des Systems, das heisst, des Prüfkörpers im Zusammenwirken mit der Prüfeinrichtung ist. Zur Beschreibung des Entfestigungsverhaltens von Beton unter Druckbeanspruchung wird ein Rechenmodell entwickelt, das es ermöglicht, die Steifigkeit des Systems zu berücksichtigen. Für Bruchzonen von bewehrten Druckgliedern wird das Modell in geeigneter Weise erweitert (Kapitel 2.2.3); der Einfluss einer Längs- und einer Umschnürungsbewehrung auf das Verhalten beim Bruch kann dabei zumindest näherungsweise berücksichtigt werden. Eine abschliessende Beurteilung der dargestellten Zusammenhänge ist jedoch nicht möglich; hierfür bedarf es weiterer experimenteller Untersuchungen.

Die Verformungen von Stahlbetonelementen resultieren hauptsächlich aus der Verlängerung der Bewehrung. Bei sehr grossen (plastischen) Verformungen können alle übrigen Anteile in der Regel sogar gänzlich vernachlässigt werden. Das Verformungs- und Verbundverhalten von Bewehrungsstäben wird deshalb relativ eingehend diskutiert. In Kapitel 2.2.1 wird ein einfaches Modell zur rechnerischen Berücksichtigung der Verbundwirkung vorgestellt. Es basiert auf der Annahme von mittleren wirksamen Verbundspannungen und berücksichtigt die verminderte Verbundwirkung in den rissnahen Zonen sowie die Abnahme der übertragenen Verbundspannungen infolge des Fließens der Bewehrung. Damit können die Verformungen von Stahlbetonelementen unter Zug-

beanspruchung bis zum Erreichen der Bruchdehnung des Stahls berechnet werden. Zur Zeit liegen allerdings noch kaum entsprechende Versuchsergebnisse vor, so dass die in dieser Arbeit vorgeschlagenen Verbundkennwerte als provisorische Kenngrößen betrachtet werden müssen. Anhand der Modellrechnungen lassen sich die verschiedenen Einflüsse auf die maximal erreichbaren Verlängerungen von Zuggliedern aufzeigen. Neben dem Stabdurchmesser, dem Abstand der Querbewehrung (Rissabstand), der Betonfestigkeit und der Fließgrenze der Bewehrung sind dies insbesondere die Verfestigungseigenschaften und die Dehnfähigkeit (Bruchdehnung) des Stahls sowie die Grösse der übertragenen Verbundspannungen (Rippung).

In Kapitel 2.2.4 wird das Verbundmodell (stellvertretende Zugstäbe) bei der Berechnung des Tragwiderstands von Stahlbeton-Scheibenelementen verwendet. Obwohl sich damit die tatsächlichen Gegebenheiten nur bedingt erfassen lassen, kann davon ausgegangen werden, dass die entsprechenden Rechenergebnisse das Tragverhalten der Scheiben zumindest qualitativ gut beschreiben. Anhand eines Vergleichs zeigt sich, dass für Stähle mit ausreichenden Verfestigungs- und Dehneigenschaften der Tragwiderstand mit den Methoden der Plastizitätstheorie nahezu im gesamten Bereich üblicher Bewehrungsgehalte zuverlässig vorausgesagt werden kann. Deutliche Abweichungen ergeben sich aber für Stähle mit geringen Duktilitätskennwerten. Das Zerreißen der Bewehrung bestimmt dann für kleine und mittlere Bewehrungsgehalte den Bruch; die Traglasten gemäss Plastizitätstheorie werden dabei zum Teil deutlich unterschritten.

Im zweiten Teil der Arbeit (Kapitel 3) wird das Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern behandelt. Die Ausführungen beziehen sich mehrheitlich auf schlaff bewehrte Träger mit profilierten Querschnitten. Zur Analyse des Spannungszustands erweisen sich Spannungsfelder als besonders geeignet. Die wichtigsten Grundelemente zur Beschreibung des Kraftflusses werden dargestellt und anhand von Beispielen erläutert. Das beschriebene Vorgehen baut auf der statischen Methode der Plastizitätstheorie auf, lässt sich aber, durch den Einbezug kinematischer Überlegungen, weitgehend verallgemeinern (Druckfeldtheorie). Somit ist man in der Lage, für den gesamten Beanspruchungsbereich entsprechende Lösungen zu entwickeln; diese stellen Näherungen dar, wobei die klassische, auf den Trägerquerschnitt bezogene Betrachtungsweise der Balkentheorie aber wesentlich erweitert wird. In Kapitel 3.2.2 werden die für die Berechnung der Druckfeldneigung benötigten Beziehungen hergeleitet und diskutiert. Dabei ergeben sich einige wichtige Folgerungen für die Bemessung von Stegen, respektive für die bei der Überprüfung der Stegabmessungen anzusetzende effektive Betondruckfestigkeit.

Darauf aufbauend wird ein Rechenmodell entwickelt, das es ermöglicht, das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche zu ermitteln. Hierzu werden insbesondere die zur Beschreibung des Verbundverhaltens hergeleiteten Beziehungen benötigt. Auf der Grundlage der Spannungsfeldanalyse und der damit verbundenen Bestimmung des Zugkraftverlaufs der Längsbewehrung, können die Verformungen des Zuggurts und daraus die plastischen Gelenkwinkel berechnet werden. Dabei werden nur diejenigen Bereiche des Zuggurts berücksichtigt, in denen die Längsbewehrung plastisch verformt wird. Die Berechnungen für die plastischen Verformungsbereiche lassen sich mit denjenigen zur Ermittlung der Schnittkräfte kombinieren. Hierzu werden die Gelenkbereiche als Gelenke im Sinne der Stabstatik idealisiert; vereinfachend wird von einer linearen

Gelenkverfestigung ausgegangen, und für die zwischen den Gelenken liegenden Trägerabschnitte wird eine konstante Biegesteifigkeit vorausgesetzt. Mit diesem Modell lässt sich der Einfluss der Schnittkraftumlagerung auf das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche angemessen berücksichtigen. Den Berechnungen liegt die Ermittlung des Tragwiderstands des Systems zugrunde; dadurch wird der Verformungsbedarf direkt überprüft. Einem berechneten plastischen Gelenkwinkel kann somit immer auch eine bestimmte Schnittkraftumlagerung zugeordnet werden.

Das Modell eignet sich für systematische Untersuchungen; als mögliche Versagensformen sind in erster Linie das Zerreißen der Längsbewehrung und der Bruch der Biegedruckzone zu berücksichtigen. Der Versagenszustand wird dabei durch das Erreichen der Bruchdehnung des Stahls, respektive durch das Erreichen einer nominellen Bruchstauchung des Betons festgelegt. Falls die Trägerabmessungen und die Bewehrungsführung bereits vorliegen, lassen sich die Beanspruchungen der Biegedruckzone detailliert überprüfen, und auch Stegbrüche können erfasst werden.

Die berechneten plastischen Gelenkwinkel werden in Funktion des mechanischen Bewehrungsgehalts ω dargestellt. Für den Fall des Versagens der Biegedruckzone ist ω , neben der Grösse der nominellen Bruchstauchung des Betons, der wesentlichste Parameter des Problems; mit zunehmendem Bewehrungsgehalt nehmen die plastischen Gelenkwinkel ab. Bestimmt hingegen das Zerreißen der Längsbewehrung den Bruch, was beispielsweise bei Verwendung von Stahl der Duktilitätsklasse *B* (Tabelle 2.1, Seite 44) und Bewehrungsgehalten bis etwa $\omega = 0.15$ immer der Fall ist, so nehmen die plastischen Gelenkwinkel mit zunehmendem Bewehrungsgehalt leicht zu.

Im Rahmen einer Parameterstudie (Kapitel 3.4) werden die wichtigsten Einflüsse behandelt, denen das Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern unterliegt. Diese betreffen einerseits das System und die Art der Belastung sowie die Eigenschaften der verwendeten Materialien. Andererseits spielen auch die Geometrie der Träger und die konstruktive Durchbildung eine wichtige Rolle; einige der Rechenparameter sind jedoch gekoppelt, so dass sich die Ergebnisse oft nicht direkt vergleichen lassen. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchungen sind nachfolgend zusammengestellt.

- Der erreichbare plastische Gelenkwinkel hängt sowohl von den lokalen Gegebenheiten des Gelenkbereichs (konstruktiven Durchbildung, Materialeigenschaften) als auch von der Schnittkraftumlagerung und damit vom Verformungsverhalten des gesamten Tragsystems ab. Eine getrennte Behandlung des Verformungsvermögens und des Verformungsbedarfs ist deshalb im allgemeinen nicht möglich.
- Bei Beanspruchungen durch Einzellasten ergeben sich im Vergleich zu gleichmässig verteilten Lasten, bei gleichen plastischen Gelenkwinkeln, grössere Schnittkraftumlagerungen; der Grund hierfür liegt im geringeren Verformungsbedarf des Systems.
- Die Verwendung von Betonstahl mit relativ geringen Duktilitätskennwerten (Verfestigung und Bruchdehnung) und guten Verbundeigenschaften wirkt sich auf das Verformungsvermögen besonders nachteilig aus.
- Durch das Einlegen einer Umschnürungs- und einer Längsbewehrung in die Biegedruckzone kann das Verformungsvermögen der Gelenkbereiche deutlich vergrössert werden. Bei der Festlegung der in der Berechnung anzusetzenden nominellen Bruch-

stauchung des Betons ist die konstruktive Durchbildung der Biegedruckzone und die Grösse der Träger zu berücksichtigen.

- Der Verlauf der Zugkraft der Längsbewehrung im Gelenkbereich beeinflusst das Verformungsvermögen massgeblich; ein flacherer Verlauf der Zugkraftlinie hat einen grösseren plastischen Gelenkwinkel zur Folge. Der Verlauf der Zugkraft wird durch die Art der Belastung, die Grösse der Querkraft und die Neigung der Druckfelder im Trägersteg bestimmt.
Der plastische Gelenkwinkel kann demnach über die Trägerschlankheit, die Querschnittsgeometrie (profilierter Querschnitt, Rechteckquerschnitt) und den Bügelbewehrungsgehalt (Druckfeldneigung) beeinflusst werden.
Für die Beurteilung des Tragwerkverhaltens ist allerdings nicht nur die Grösse der plastischen Gelenkwinkel von Bedeutung, sondern auch die den Gelenkwinkeln entsprechenden Umlagerungen der Schnittkräfte.
- Vorzeitige Stegbrüche (Zerreißen der Bügel, Bruch des Stegbetons) können durch entsprechende Wahl der Stegabmessungen und des Bügelbewehrungsgehalts verhindert werden. Bei der Bemessung sind die erhöhten Beanspruchungen, die aufgrund der Verfestigung der Gelenke auftreten, zu berücksichtigen.

Die grundsätzlichen Erkenntnisse werden durch Versuchsergebnisse bestätigt; mit Hilfe der im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Rechenmodelle können entsprechende Nachrechnungen vorgenommen werden (Kapitel 3.5). Wiederum zeigt sich aber die Vielschichtigkeit des Problems; ein direkter Vergleich zwischen Versuch und Berechnung ist im allgemeinen nur für den Einzelfall möglich.

In Kapitel 4 wird ein Näherungsverfahren für den Verformungsnachweis beschrieben, auf dessen Grundlage der Verformungsbedarf sowie das Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern abgeschätzt werden können. Bei Trägern mit üblicher Querschnittsgeometrie und Schlankheit können damit kritische Tragwerksbereiche identifiziert werden. Durch konstruktive oder konzeptionelle Massnahmen gelingt es meist, das Verformungsverhalten zu verbessern; auf detaillierte Berechnungen kann deshalb in der Regel verzichtet werden.

5.2 Folgerungen und Ausblick

Aus den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchungen lassen sich einige Folgerungen für die Bemessung und die Nachrechnung von Stahlbetontragwerken ableiten. Verschiedene der behandelten Problemkreise bedürfen aber weiterer Abklärungen. Die wichtigsten Folgerungen und Forschungsbedürfnisse sind nachfolgend zusammengestellt.

- Das Verformungsvermögen von Druckgliedern und Stahlbetonträgern unterliegt dem Einfluss der Entfestigung des Betons. Verlässliche Versuche zur Erfassung des damit verbundenen Massstabeffekts fehlen weitgehend.

- Die Verformungen von Stahlbetontragwerken werden durch den Verbund zwischen Stahl und Beton massgeblich beeinflusst. Das Verbundverhalten beim Auftreten plastischer Verformungen ist bis anhin nur ungenügend erforscht.
- Bei Stahlbeton-Scheibenelementen (Stegscheiben) sind für das Erreichen des Tragwiderstands in der Regel Umlagerungen der inneren Kräfte erforderlich. In zukünftigen Versuchen sollten folgende Fälle behandelt werden: kleine Bewehrungsgehalte (wenig Bügel), kombinierte Beanspruchung (grosse Normalkräfte), grosse Verzerrungen (plastische Verformungsbereiche) sowie die Verwendung von Stählen mit geringen Duktilitätseigenschaften.
- Die hier dargestellten Rechenmodelle können für die Behandlung vorgespannter Tragwerke erweitert werden. Hierzu sind Untersuchungen zum Verbundverhalten von Spanngliedern erforderlich; dabei ist die Kabelgeometrie (kleine Umlenkradien) sowie der Einfluss plastischer Verformungen zu berücksichtigen.
- Zur Analyse des Spannungszustands erweisen sich Spannungsfelder als besonders geeignet. Die zugehörigen kinematischen Untersuchungen sind nicht gleich weit entwickelt. Es ergeben sich zwar nützliche Näherungen, zur adäquaten Berücksichtigung lokaler Steifigkeitsverhältnisse in plastischen Verformungsbereichen und bei gedrunkenen Trägern sind aber noch Fortschritte notwendig.
- Das Verformungsvermögen plastischer Gelenkbereiche unterliegt einer Vielzahl von Einflüssen. Die rechnerische Überprüfung ist im allgemeinen nur für den Einzelfall möglich. Auf der Grundlage der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen lassen sich folgende Verallgemeinerungen vornehmen:
 - Bei Verwendung von Stählen mit ausreichenden Duktilitätseigenschaften (Stahl *B*, Tabelle 2.1, Seite 44) und Beton normaler Festigkeit können Schnittkraftumlagerungen bis zu 20 % ohne speziellen Verformungsnachweis zugelassen werden, falls der mechanische Bewehrungsgehalt einen Wert von etwa $\omega = 0.3$ nicht übersteigt, Stegbrüche ausgeschlossen werden können und die korrekte Verankerung der Bewehrung gewährleistet ist.
 - In vielen Fällen sind weitaus grössere Schnittkraftumlagerungen möglich. Aufgrund der üblicherweise vorliegenden Beanspruchungsverhältnisse (Eigengewicht/Nutzlast) und im Hinblick auf das Verhalten unter Gebrauchslasten sollten höhere Werte aber nur in Ausnahmefällen vorgesehen werden.
- Ein in jeder Hinsicht befriedigendes Tragwerksverhalten muss durch konstruktive und konzeptionelle Massnahmen sichergestellt werden. Die Massnahmen umfassen: Verbügelung der Biegedruckzone, Optimierung der Querschnittsgeometrie, den Beanspruchungen angepasste Bewehrungsführung (Verhältnis Bügel/Längsbewehrung, Abstufung und Verankerung der Bewehrung) und Wahl geeigneter Materialien.

Summary

The purpose of this thesis is to contribute to a better understanding of the load carrying and deformation behaviour of concrete structures. Methods and models are presented to estimate deformations and deformation capacities. These serve to supplement limit analysis methods, which are primarily oriented to calculate ultimate loads, and the body of methods for design and check calculations for concrete structures.

The present study consists of two parts. In the first part (Chapter 2) the deformation behaviour of steel and concrete, and the interaction of these two materials is discussed. The second part (Chapters 3 and 4) focuses mainly on the deformation capacity of plastic hinge regions in structural concrete girders.

In examining the behaviour of concrete, special attention is given to localization of strain and material softening. The effect of these factors on the load-deformation behaviour is explained with examples of basic loading situations (uniaxial tension, uniaxial compression and three point bending). For the three point bending test, an analytical solution is given and the relation between bending strength and specimen size is discussed. It is illustrated how strength and ductility of the specimen are increased for instance by adding steel fibres. The results show that brittleness is a property not of materials but rather of systems, i.e. of the specimen interacting with the testing equipment. For the softening behaviour of concrete in compression, an analytical model is developed which takes the stiffness of the system into account. The model is adapted to failure zones of reinforced compression members where the effect of longitudinal and confining reinforcement on the behaviour at failure is approximately considered. Further experiments in this field are needed, however, to reach a conclusive assessment of these relations.

The bond behaviour of steel and concrete is treated in detail. After an overview on the basic aspects of bond, a relatively simple model is presented that enables the effects of bond to be taken into account. This model can be used to calculate deformations of reinforced concrete tension elements up to rupture of reinforcement. The parameters to be considered are discussed with help of example calculations. Although few experimental results are currently available, it can be assumed that this model provides a qualitatively correct representation of the deformation behaviour of tension members. The bond model is used to determine the load carrying capacity of wall elements. It appears that for steel with satisfactory hardening and elongation properties, ultimate load can be predicted using limit analysis methods. However, for reinforcement with relatively poor ductility, failure is governed by rupture of the steel for low and medium reinforcement ratios. In such cases, the ultimate load calculated according to limit analysis is not reached.

In the second part of the study, a general method is developed to evaluate rotation capacity of plastic hinge regions of structural concrete girders. The method includes a discontinuous stress field approach to analyse the state of stress in girders and uses the bond model as well as simplified stress-strain characteristics for the materials. On this basis, deformations of the girder and in particular deformations of the plastic hinge regions can be computed. The calculation of plastic rotations can be combined with the

calculation of sectional forces. In this way, the moment redistribution corresponding to a given plastic rotation can be determined.

Within the framework of a parametric study and a comparison with experimental results, the most important factors affecting deformation capacity are discussed. The investigations show that, for calculations of ductility, each individual case has to be treated separately. Because of the multitude of interdependent parameters to be considered, the results cannot be generalised. It can be seen from the results, however, that for steel with good ductility characteristics and normal strength concrete, moment redistributions of up to 20 % can be permitted without an explicit check of deformation as long as the compression chord occupies less than approximately one third of the effective depth, failures of the web do not occur, and proper anchorage of the reinforcing bars has been provided.

Finally, a simplified design procedure is presented that compares demand and supply of plastic rotation of continuous girders. Because ductility of structural concrete members can be improved by a proper choice of concept as well as by dimensioning and detailing measures, detailed calculations can often be omitted.

Résumé

Le but de cette thèse est de contribuer à une meilleure compréhension du comportement des structures en béton face aux charges et de leur mode de déformation. Différents modèles et méthodes sont présentés pour estimer les déformations et les capacités de déformation. Ils complètent les méthodes d'analyse limite, qui sont avant tout dédiées au calcul des charges limites, et le corps des méthodes de calcul pour la conception et le contrôle des structures en béton.

Le présent travail se compose de deux parties. Dans la première (Chapitre 2), le mode de déformation de l'acier et du béton ainsi que leur interaction sont discutés. Dans la seconde (Chapitre 3 et 4), l'accent est mis principalement sur la capacité de déformation des rotules plastiques dans les poutres en béton armé.

Dans l'étude du comportement du béton, une attention particulière est réservée à la localisation des déformations et à l'adoucissement du matériau. L'effet de ces facteurs sur le comportement charge-déformation est expliqué par des exemples de cas de charge élémentaires (tension et compression uniaxiales, flexion). Pour le test en flexion, une solution analytique est donnée et la relation entre la résistance à la traction par flexion et la taille du spécimen est discutée. L'étude démontre comment la résistance et la ductilité du spécimen peuvent être augmentées en utilisant des fibres d'acier. Les résultats établissent que la fragilité est une propriété non du matériau mais du système, c.à d. de l'interaction spécimen-équipement de test. Pour le comportement d'adoucissement du béton en compression, un modèle analytique tenant compte de la rigidité du système est développé. Le modèle est adapté à l'étude des zones de ruine d'éléments armés soumis à la compression, l'effet de l'armature longitudinale et de confinement sur le comportement à la ruine n'étant toutefois qu'approximativement considéré. De plus amples recherches seraient nécessaires pour fournir en ce domaine des conclusions plus définitives.

Le comportement solidaire de l'acier et du béton est traité en détail. Après une présentation sommaire des aspects élémentaires de la liaison acier-béton, un modèle relativement simple permettant de décrire cette adhérence est proposé. Ce modèle peut être utilisé pour calculer la déformation d'éléments en béton armé soumis à la traction jusqu'à la rupture de l'armature. Les paramètres à prendre en compte sont discutés en s'appuyant sur des exemples de calculs. Bien que peu de résultats expérimentaux soient disponibles à ce jour, on peut affirmer que ce modèle offre une représentation qualitativement correcte du mode de déformation des éléments en tension. Le modèle d'adhérence est utilisé pour calculer la charge ultime d'éléments de mur. Il apparaît que pour un acier ayant des propriétés d'écrouissage et d'élongation importantes, la charge ultime peut être prédite par les méthodes d'analyse limite. Toutefois, pour des armatures ayant une ductilité relativement faible, et si le taux d'armature des éléments est faible à moyen, la ruine est gouvernée par la rupture des aciers. Dans de tels cas, la charge ultime calculée selon les méthodes d'analyse limite n'est pas atteinte.

Dans la seconde partie de l'étude, une méthode générale pour l'évaluation de la capacité de rotation des rotules plastiques dans les poutres en béton armé est développée. Cette méthode introduit une approche discontinue du champ des contraintes pour analyser l'état des contraintes dans les poutres et utilise le modèle d'adhérence ainsi que des

caractéristiques simplifiées de la relation contraintes-déformations pour les matériaux. Sur ces bases, les déformations des poutres, et en particulier celles des rotules plastiques, peuvent être calculées. Les efforts dans les sections peuvent être combinés aux rotations plastiques. Ainsi, la redistribution des moments correspondant à ces rotations plastiques peut être déterminé.

Dans le cadre d'une étude paramétrique, et en s'appuyant sur les résultats expérimentaux, les facteurs les plus importants affectant la capacité de déformation sont discutés. Les recherches montrèrent que, pour les calculs de ductilité, chaque cas individuel devait être traité séparément. Par la multitudes des paramètres interdépendants à considérer, les résultats ne peuvent être généralisés. On peut toutefois observer que, pour un acier à haute ductilité et un béton de résistance normale, une redistribution du moment jusqu'à 20% de celui-ci peut être permise sans devoir explicitement contrôler la déformation, ceci aussi longtemps que le centre de compression se trouve à moins d'environ un tiers de la hauteur effective, qu'une ruine de l'âme n'intervient pas et qu'un ancrage approprié des barres d'armature est assuré.

Finalement, une méthode simplifiée de conception qui compare la capacité de déformation des rotules plastiques et la demande dans les poutres continues est présentée. La ductilité des éléments de structures en béton pouvant être améliorée par un choix de concept approprié ainsi que par des mesures de dimensionnement et de détails, les calculs fastidieux et approfondis peuvent souvent être délaissés.

Riassunto

Il presente lavoro vuole contribuire ad una migliore comprensione del comportamento delle strutture in cemento armato in relazione ai carichi e alla loro deformazione. Sono presentati metodi e modelli che permettono di stimare le deformazioni e in particolare la capacità di deformazione. I metodi della teoria della plasticità, anzitutto orientati alla determinazione del carico limite ultimo, e l'insieme dei metodi per il dimensionamento e la verifica a posteriori di strutture in cemento armato vengono in tal modo completati.

Il lavoro è suddiviso in due parti. Nella prima (Capitolo 2) sono discussi il comportamento di deformazione di acciaio e calcestruzzo come pure la loro interazione; nella seconda parte (Capitoli 3 e 4) è trattata la capacità di deformazione delle cerniere plastiche.

Nell'indagine sul comportamento del calcestruzzo è messa in risalto la localizzazione delle deformazioni e il "softening". L'influsso di tali effetti sul comportamento carico-deformazione è spiegato sulla base di semplici esempi (trazione monoassiale, compressione uniassiale, prova di flessione a tre punti). Per la prova di flessione a tre punti è presentata una soluzione analitica con cui si illustra la dipendenza della resistenza alla flessione dalla grandezza del provino e la sua influenzabilità, per esempio utilizzando fibre d'acciaio quale armatura. I risultati mostrano che la fragilità è una proprietà non già del materiale, quanto piuttosto del sistema, vale a dire dell'interazione tra provino e apparecchiatura di prova. Per descrivere il comportamento di "softening" del calcestruzzo sollecitato a compressione si sviluppa un modello di calcolo che permette di tener conto della rigidità del sistema. Il modello viene esteso allo studio delle zone di rottura di elementi compressi, ove l'influsso dell'armatura longitudinale sul comportamento alla rottura può essere considerato quantomeno approssimativamente. Un giudizio finale delle relazioni descritte non è tuttavia possibile e richiede il sostegno di ulteriori prove sperimentali.

Il comportamento solidale di acciaio e calcestruzzo è trattato approfonditamente. Dopo aver passato in rassegna gli aspetti fondamentali dell'aderenza, è mostrato un semplice modello che permette con il calcolo di prenderne in considerazione gli effetti. Il modello viene utilizzato per il calcolo delle deformazioni di tiranti in cemento armato fino al raggiungimento della dilatazione ultima a rottura nell'armatura. I parametri ivi considerati sono discussi sulla scorta di esempi di calcolo. Nonostante non sussistano a tutt'oggi che pochi risultati sperimentali al riguardo, si può affermare che il comportamento di deformazione dei tiranti è descritto in modo qualitativamente corretto. Il modello d'aderenza è altresì impiegato nella trattazione di elementi di pareti in cemento armato. Si rileva che, per acciai aventi sufficienti proprietà d'incrudimento e di dilatazione, il carico limite ultimo può essere pronosticato attendibilmente con i metodi della teoria della plasticità. Per acciai di limitata duttilità e rapporti d'armatura da deboli a medi lo stato limite ultimo è determinato dallo strappo dell'armatura; il carico limite ultimo è a volte manifestamente inferiore a quello calcolato secondo la teoria della plasticità.

Nella seconda parte del lavoro è sviluppato un modello di calcolo per la determinazione della capacità di deformazione delle cerniere plastiche di travi in cemento armato. Partendo dall'analisi dello stato di tensione tramite campi di tensione discontinui e utiliz-

zando sia le relazioni espresse dal modello d'aderenza, sia semplificate leggi costitutive dei materiali, è possibile accertare le deformazioni delle travi e, in particolare, quelle delle cerniere plastiche. Il calcolo delle rotazioni plastiche viene correlato con la determinazione delle sollecitazioni sulle sezioni: ad una rotazione plastica è pertanto sempre associata una precisa redistribuzione delle sollecitazioni.

Gli influssi più importanti ai quali soggiace il comportamento di deformazione delle travi in cemento armato sono trattati nell'ambito di uno studio parametrico e di una comparazione con risultati sperimentali. L'indagine mostra che il calcolo della capacità di deformazione necessita per ogni singolo caso di una trattazione specifica. A causa della molteplicità di parametri interdipendenti di cui va tenuto conto, una generalizzazione risulta pressochè impossibile. Si noti tuttavia che impiegando acciai sufficientemente duttili e calcestruzzo di resistenza normale, una redistribuzione delle sollecitazioni fino al 20% può essere ammessa senza una esplicita verifica delle deformazioni, qualora la zona compressa non sia superiore a circa un terzo dell'altezza utile, cedimenti dell'anima vengano esclusi e si garantisca il corretto ancoraggio delle armature.

Infine è presentato un procedimento semplificato per la verifica delle deformazioni per mezzo della comparazione tra deformazione richiesta e capacità di deformazione delle travi in cemento armato. La capacità di deformazione degli elementi strutturali in cemento armato è migliorabile il più delle volte grazie a misure costruttive e concetti appropriati; un calcolo dettagliato è di conseguenza spesso reso superfluo.

Begriffe

Bauwerk

Ein Bauwerk besteht aus dem Tragwerk, den nichttragenden Bauelementen sowie den Ausbauten und Installationen.

Bemessung

Festlegen der Betonabmessungen, der Bewehrungsquerschnitte und der Bewehrungsführung mit dem Ziel, die Tragsicherheit und die Gebrauchstauglichkeit des Tragwerks sicherzustellen.

Biegezugfestigkeit

Fiktiver Festigkeitswert, der anhand eines Biegezugversuchs, unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens, ermittelt wird.

Bruch

Zerstörung des Materialgefüges nach dem Erreichen der Höchstlast.

Bruchdehnung

Dehnung eines Stahlstabes beim Erreichen der Zugfestigkeit, respektive bei Beginn der Einschnürungsphase.

Bruchenergie (spezifische)

In der Riss- oder Bruchzone bis zur vollständigen Trennung oder Zerstörung des Gefüges dissipierte (auf die Rissfläche oder das Volumen der Bruchzone bezogene) Energie.

Dehnfähigkeit

Eigenschaft eines Materials, sich unter einachsiger Beanspruchung nach dem Überschreiten der Fließgrenze weiter zu verformen.

Diskontinuität

Unstetigkeit im Spannungs- resp. im Verschiebungszustand; Ort im Tragwerk, wo Zustandsgrößen sprunghaft ändern.

Dissipation

Übergang mechanischer Energie in Wärmeenergie.

Druckband

Paralleles Spannungsfeld einachsiger Druckbeanspruchung mit konstanter Spannungsintensität.

Duktilität

Eigenschaft eines Baustoffs oder eines Tragwerks, bis zum Versagen durch plastische Verformungen Energie zu dissipieren.

Effektive Betondruckfestigkeit

Reduzierte einachsige Betondruckfestigkeit bei gleichzeitiger Querkzugbeanspruchung.

Elastizitätstheorie

Theorie des mechanischen Verhaltens elastisch deformierbarer Körper.

Entfestigung

Bruchvorgang; das Material entzieht sich sukzessive den Beanspruchungen und die Verformungen lokalisieren sich in der Bruchzone.

Fächer

Fächerförmiges Spannungsfeld einachsiger Beanspruchungen mit variabler Spannungsintensität.

Fachwerkmodell

Modell zur Beschreibung des Kraftflusses in einem Stahlbetontragwerk, wobei die Tragwerkskomponenten als Stäbe idealisiert werden.

Fliessbedingung

Begriff aus der Plastizitätstheorie: mathematische Beschreibung aller Beanspruchungskombinationen, die plastische Verformungen hervorrufen.

Gebrauchstauglichkeit

Qualitätsmerkmal eines Tragwerks in bezug auf das Verhalten unter den Nutzungszuständen.

Knoten

Mehrachsig beanspruchte Zone innerhalb eines diskontinuierlichen Spannungsfelds.

Plastischer Gelenkbereich

Trägerabschnitt in dem plastische Verformungen der Längsbewehrung auftreten.

Plastisches Gelenk

Idealisierung eines plastischen Gelenkbereichs zu einem Gelenk im Sinne der Stabstatik.

Plastische Verformung

Irreversible Verformung, bei deren Auftreten Energie dissipiert wird.

Plastischer Verformungsbereich

Bereich eines Tragwerks in dem plastische Verformungen der Bewehrung auftreten.

Plastizitätstheorie

Theorie des mechanischen Verhaltens deformierbarer Körper unter der Annahme plastischen Materialverhaltens.

Schnittkörper

Unter Berücksichtigung aller angreifenden Kräfte herausgeschnitten gedachter Tragwerksbereich.

Schnittkraftumlagerung

Veränderung der unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens ermittelten Schnittkraftverteilung durch Überlagerung eines Eigenspannungszustands.

Spannungsfeld

Kontinuumsmodell zur Beschreibung des Spannungszustands eines Tragwerks.

Sprödigkeit

Eigenschaft eines Tragsystems, die sich durch eine besonders prononcierte Entfestigung manifestiert.

Traglast

Belastung eines ideal plastischen Tragsystems, für die sich sowohl ein statisch zulässiger Spannungszustand als auch ein damit verträglicher, kinematisch zulässiger Verschiebungszustand angeben lässt.

Tragsicherheit

Sicherheit eines Tragelements oder eines Tragwerks gegenüber dem Einsturz.

Tragwerk

System von Tragelementen; Tragsystem.

Tragwiderstand

Maximaler Widerstand eines Tragelements oder eines Tragwerks gegen Beanspruchungen.

Verfestigung

Eigenschaft von Materialien, sich nach dem Überschreiten der Fließgrenze unter Kraftzunahme weiter zu verformen.

Verformungsbedarf

Für das Erreichen der Traglast erforderliches Verformungsvermögen.

Verformungslokalisierung

Übergang zu einer ausgeprägt inhomogenen Verteilung der Verformungen.

Verformungsvermögen

Das Verformungsvermögen umfasst die gesamten bis zum Versagen eines Tragwerks (oder Baustoffs) auftretenden Verformungen; die nicht linearen Verformungsanteile bewirken Umlagerungen der Schnittkräfte.

Versagen

Unbrauchbarwerden eines Tragwerks, eines Tragelements oder einer Tragwerkskomponente durch Bruch.

Zugband

Paralleles Spannungsfeld einachsiger Zugbeanspruchung mit konstanter Spannungsintensität.

Bezeichnungen

Lateinische Grossbuchstaben

<i>A</i>	Fläche, Duktilitätsklasse
<i>B</i>	Sprödigkeitszahl, Duktilitätsklasse
<i>C</i>	Duktilitätsklasse
<i>D</i>	Entfestigungscharakteristik
<i>E</i>	Elastizitätsmodul
<i>F</i>	Kraft
<i>G</i>	Bruchenergie pro Fläche
<i>I</i>	Trägheitsmoment
<i>K</i>	Entfestigungsmodul, Konstante
<i>M</i>	Biegemoment
<i>N</i>	Normalkraft, Konstante
<i>P</i>	Einzellast
<i>Q</i>	verteilte Last
<i>U</i>	Bruchenergie pro Volumen
<i>V</i>	Querkraft
<i>W</i>	Arbeit, Energie

Lateinische Kleinbuchstaben

<i>a</i>	Länge, Abstand
<i>b</i>	Breite, Abstand
<i>c</i>	Federkonstante, Höhe der Biegedruckzone
<i>d</i>	statische Höhe, Hebelarm, Durchmesser
<i>f</i>	Baustofffestigkeit
<i>g</i>	Eigengewicht
<i>h</i>	Höhe
<i>k</i>	Steifigkeit, Konstante
<i>l</i>	Länge
<i>m</i>	bezogenes Moment $m = \frac{6M}{bh^2 f_{ct}}$

<i>n</i>	Verhältnis der Elastizitätsmoduli von Stahl und Beton, Koordinatenachse
<i>p</i>	verteilte Last
<i>q</i>	verteilte Verkehrslast
<i>s</i>	Abstand
<i>t</i>	Koordinatenachse, Dicke
<i>u</i>	Komponente des Verschiebungsvektors
<i>v</i>	Komponente des Verschiebungsvektors
<i>w</i>	Rissweite, Verschiebung
<i>x</i>	horizontale Koordinatenachse
<i>y</i>	vertikale Koordinatenachse

Griechische Buchstaben

α	Winkel
β	Schnittkraftumlagerung
γ	Schiebung
Δ	Verschiebungsvektor, Differenz
δ	Schlupf, Durchbiegung
ε	Dehnung
η	bezogene Risstiefe, bezogener Wert, lokale Koordinatenachse
ξ	lokale Koordinatenachse, bezogene Länge
Θ	(plastischer) Gelenkwinkel, (plastische) Rotation
ϑ	Druckfeldneigung
λ	Lastintensität
ρ	geometrischer Bewehrungsgehalt
σ	Spannung
τ	Verbundspannung, nominelle Schubspannung
χ	Krümmung
ω	mechanischer Bewehrungsgehalt

ζ bezogene Spannung, bezogener Wert
 \emptyset Stabdurchmesser

Fusszeiger

A bezüglich der Fläche
D Entfestigung
F Bruchprozess
R Widerstand
a Auflager, Ort
b Verbund, Balken, Ort, Biegezugversuch
c Beton, Druck, Umschnürung
f Feder, Fächer
g Gleichmassdehnung
i *i*-tes Element
l längs, links
m Mittelwert
n nominell, Nennwert
o Grundwert, null
q quer
r rechts
s Entfestigung, Störung, Stahl
t Zug, Zugfestigkeit
u Bruch, Versagenszustand
v Hebelarm der Gurtkräfte, Verfestigung
w Steg
x Koordinate
y Fliessen, Fliessgrenze, Koordinate
cr kritisch, Riss
ef effektiv
hom homogen
inf unten
max maximal
min minimal

req erforderlich

sup oben

1,2,3 Kennwerte, Hauptrichtungen

50 bei 50 % gemessen

Kopfzeiger

(R) Zwängung, Eigenspannungszustand
(e) elastisch
(*l*) links
(*o*) Entlastung
(*p*) plastisch
(*r*) rechts
(*s*) Entfestigung

Literatur

- ASCE-ACI (1965). *Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*. Proceedings of the International Symposium, ASCE-ACI, Miami, Nov. 1964. ACI SP-12, 601 pp.
- Bachmann, H. (1967). *Zur plastizitätstheoretischen Berechnung statisch unbestimmter Stahlbetonbalken*. Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 13. Juris Druck+Verlag, Zürich, Juli 1967, 188 pp.
- Bachmann, H., Thürlimann, B. (1965). *Versuche über das plastische Verhalten zweifeldriger Stahlbetonbalken*. Institut für Baustatik, ETH Zürich, Berichte Nr. 6203-1 und 2, 1965, 131 pp. und 103 pp.
- Baker, A. L. L., Amarakone, A. M. N. (1965). "Inelastic Hyperstatic Frames Analysis." *Proceedings*, International Symposium, Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Miami, Nov. 1964. ACI SP-12, pp 85-142.
- Bazant, Z. P. (1976). "Instability, Ductility, and Size Effect in Strain-Softening Concrete." *Proceedings*, ASCE, Engineering Mechanics Division, V. 102, No. 2, April 1976, pp. 331-344.
- Bigaj, A. (1992). "Size Effect on Rotational Capacity of Plastic Hinges in Reinforced Concrete Beams." *Progress in Concrete Research*, TU Delft, Faculty of Civil Engineering, Section Concrete Structures, Annual Report, V. 3, 1992, pp. 59-76.
- Borrè, G., Maier, G. (1988). Discussion: "Thermodynamic Consequences of Strain Softening in Tension," [Ottosen (1986)]. *Proceedings*, ASCE, Engineering Mechanics Division, V. 114, No. 12, Dec. 1988, pp. 2207-2210.
- Bosco, C., Debernardi, P.G. (1992). *Experimental Investigation on the Ultimate Rotational Capacity of R.C. Beams*. Dipartimento di Ingegneria Strutturale, Politecnico di Torino, Report No. 36, July 1992, 119 pp.
- CEB (1978). Comité Euro-International du Béton. *CEB-FIP Model Code for Concrete Structures*. Third Edition, Paris, 1978, 348 pp.
- CEB (1993). *Ductility*. Progress report of Task Group 2.2. Comité euro-international du béton, Bulletin d'information No. 218, 273 pp.
- Cerruti, L.M., Marti, P. (1987). "Staggered shear design of concrete beams: large scale tests." *Canadian Journal of Civil Engineering*, Vol. 14, No. 2, 1987, pp. 257-268.
- Chen, W. F., Han, D. J. (1988). *Plasticity for Structural Engineers*. Springer Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1988, 599 pp.
- Cohn, M. Z., Riva, P. (1991). "Flexural Ductility of Structural Concrete Sections." *PCI-Journal*, V. 36, No. 2, March/April 1991, pp. 72-87.
- Collins, M.P., Mitchell, D. (1980). "Shear and Torsion Design of Prestressed and Non-Prestressed Concrete Beams." *PCI-Journal*, V. 25, No. 5, Sept./Oct. 1980, pp. 32-100.
- Corley, W. G. (1966). "Rotational Capacity of Reinforced Concrete Beams." *Proceedings*, ASCE, Structural Division, V. 92, No. 5, October 1966, pp. 121-146.
- Dilger, W. (1966). *Veränderlichkeit der Biege- und Schubsteifigkeit bei Stahlbetontragwerken und ihr Einfluss auf Schnittkraftverteilung und Traglast bei statisch unbestimmter Lagerung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 179. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1966, 101 pp.
- Drucker, D. C. (1961). "On Structural Concrete and the Theorems of Limit Analysis." Internationale Vereinigung für Brückenbau und Hochbau (IVBH), Zürich, *Abhandlungen* 21, 1961, pp. 49-59.

- Drucker, D. C., Greenberg, H. J., Prager, W. (1951). "The Safety Factor of an Elastic-Plastic Body in Plane Strain." *Journal of Applied Mechanics* 18, 1951, pp. 371-378.
- Drucker, D. C., Prager, W., Greenberg, H. J. (1952). "Extended Limit Design Theorems for Continuous Media." *Quarterly of Applied Mathematics* 9, 1952, pp. 381-389.
- Eligehausen, R., Popov, E. P., Bertero, V. V. (1983). *Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations*. Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Report No. UCB/EERC-83/23, October 1983, 162 pp.
- Engström, B. (1992). *Ductility of Tie Connections in Precast Structures*. Doctoral thesis, Dept. of Structural Engineering, Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Publication No. 92:1, October 1992, 368 pp.
- Eurocode 2 (1992). *Planung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken*. Teil 1, Grundlagen und Anwendungsregeln für den Hochbau. Europäische Vornorm, 1992, 173 pp.
- Fellmann, W., Menn, C. (1981). *Zugversuche an Stahlbetonscheiben*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 7604-1, Birkhäuser Verlag, Basel, September 1981, 40 pp.
- FIP / CEB (1990). *High Strength Concrete*. State of the art report. Bulletin d'Information No. 197, SR 90/1, Fédération Internationale de la Précontrainte, London, 1990, 61 pp.
- Frey, R. P. (1984). *Ermüdung von Stahlbetonbalken unter Biegung und Querkraft*. Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 145. Birkhäuser Verlag, Basel, Dezember 1984, 108 pp.
- Gauvreau, P. (1992). *Load Tests of Concrete Girders Prestressed with Unbonded Tendons*. Institute of Structural Engineering, ETH Zurich, Report No. 194. Birkhäuser Publishers, Basel, October 1992, 239 pp.
- Goto, Y. (1971). "Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars." *ACI Journal*, Vol. 68, No. 4, April 1971, pp. 244-251.
- Graubner, C.-A. (1989). *Schnittgrössenermittlung in statisch unbestimmten Stahlbetonbalken unter Berücksichtigung wirklichkeitsnaher Stoffgesetze*. Dissertation, Institut für Bauingenieurwesen III, Lehrstuhl für Massivbau, Technische Universität München, 208 pp.
- Hill, R. (1951). "On the State of Stress in a Plastic-Rigid Body at the Yield Point." *Philosophical Magazine* 42, 1951, pp. 868-875.
- Hillerborg, A. (1983). "Analysis of a Single Crack." *Fracture Mechanics of Concrete*, edited by F. H. Wittmann, Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam 1983, pp. 223-249.
- Hillerborg, A. (1991). "Reliance upon Concrete Tensile Strength." IABSE Colloquium, Structural Concrete, Stuttgart, 10-12 April 1991. *Colloquium Report*, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich, pp. 589-604.
- Hillerborg, A., Modeer, M., Petersson, P. E. (1976). "Analysis of Crack Formation and Crack Growth in Concrete by Means of Fracture Mechanics and Finite Elements." *Cement and Concrete Research*, No. 6, 1976, pp. 773-782.
- Hordijk, D. A. (1992). *Tensile and Tensile Fatigue Behaviour of Concrete; Experiments, Modelling and Analysis*. Heron, Vol. 37, No. 1, Delft 1992, 79 pp.
- Jaccoud, J.-P., Francou, B., Camara, J.-M. (1984). *Armature minimale pour le contrôle de la fissuration*. Institut de statique et structures - Béton Armé et Précontraint, EPF Lausanne, projet de recherche 82-13, Lausanne, Mai 1984, 69 pp.

- Kent, D. C., Park, R. (1971). "Flexural Members with Confined Concrete." *Proceedings, ASCE, Structural Division, V. 97, No. 7, July 1971*, pp. 1969-1990.
- Kollegger, J., Mehlhorn, G. (1990). *Experimentelle Untersuchungen zur Bestimmung der Druckfestigkeit des gerissenen Stahlbetons bei einer Querkzugbeanspruchung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 413. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1990, 132 pp.
- Krips, M. (1984). *Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton*. Dissertation, Institut für Massivbau, Technische Hochschule Darmstadt, Darmstadt 1984, 155 pp.
- Kupfer, H. (1964). "Erweiterung der Mörsch'schen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit." Comité euro-international du béton, *Bulletin d'Information*, No. 40, Paris, Januar 1995, pp. 44-57.
- Kupfer, H. (1973). *Das Verhalten des Betons unter mehrachsiger Kurzzeitbelastung unter besonderer Berücksichtigung der zweiachsigen Beanspruchung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 229. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1973, 105 pp.
- Kupfer, H., Mang, R., Karavesyrogrou, M. (1983). "Bruchzustand der Schubzone von Stahlbeton- und Spannbetonträgern - Eine Analyse unter Berücksichtigung der Rissverzahnung." *Bauingenieur*, Vol. 58, 1983, pp. 143-149.
- Lampert, P. (1970). *Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung*. Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 26. Birkhäuser Verlag, Basel, Oktober 1970, 189 pp.
- Langer, P. (1987). *Verdrehfähigkeit plastizierter Tragwerksbereiche im Stahlbetonbau*. Dissertation, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, Universität Stuttgart. Mitteilungen, 1987/1, 199 pp.
- Leonhardt, F., Walther, R. (1963). *Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 156. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1963, 84 pp.
- Leonhardt, F., Mönning, E. (1973). *Vorlesungen über Massivbau*. Erster Teil: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbetonbau. Springer Verlag, Berlin, 1973, 303 pp.
- Li, L., Eligehausen, R. (1994). "Rotationsfähigkeit von vorgespannten plastischen Gelenken." 30. Forschungskolloquium des Deutschen Ausschuss' für Stahlbeton an der Universität Stuttgart, DAfStb, Berlin, Nov. 1994, pp. 189-199.
- Macchi, G. (1974). "Ductility Condition for Simplified Design without Check of Compatibility." Comité euro-international du béton, *Bulletin d'information*, No. 105, pp. 115-142.
- Mander, J. B. (1984). *Seismic Design of Bridge Piers*. Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, New Zealand, Research Report 84-2, February 1984, 441 pp.
- Marti, P. (1980). *Zur plastischen Berechnung von Stahlbeton*. Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 104. Birkhäuser Verlag, Basel, Oktober 1980, 176 pp.
- Marti, P. (1982). "Strength and Deformations of Reinforced Concrete Members under Torsion and Combined Actions." Comité euro-international du béton, *Bulletin d'information* No. 146, Jan. 1982, pp. 97-138.
- Marti, P. (1985). "Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design." *ACI Structural Journal*, Vol. 82, No. 1, Jan.-Feb. 1985, pp. 46-56.
- Marti, P. (1986). "Staggered Shear Design of Simply Supported Concrete Beams." *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 1, Jan.-Feb. 1986, pp. 36-42.

- Marti, P. (1991) "Dimensioning and Detailing." IABSE Colloquium, Structural Concrete, Stuttgart, 10-12 April 1991. *Colloquium Report*, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich, pp. 411-443.
- Marti, P. (1994). "Verbundverhalten von Spanngliedern in Kunststoffhüllrohren." *Festschrift*, Prof. Jörg Schneider zum 60. Geburtstag, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK-Publikation SP-001, Mai 1994, pp. 143-150.
- Mattock, A. H. (1965). "Rotational Capacity of Hinging Regions in Reinforced Concrete Beams." *Proceedings*, International Symposium, Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI, Miami, Nov. 1964. ACI SP-12, pp 143-181.
- Menne, B. (1977). *Zur Traglast der ausmittig gedrückten Stahlbetonstütze mit Umschnürringbewehrung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 285. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1977, 56 pp.
- Melan, E. (1938). "Der Spannungszustand eines Mises-Henckyschen Kontinuums bei veränderlicher Belastung." Sitz. ber. Akad. Wiss. Wien, Abt. IIa, 147, 1938, pp. 73-87.
- Mörsch, E. (1922). *Der Eisenbetonbau – Seine Theorie und Anwendung*. Verlag Konrad Wittwer, Stuttgart, 5. Auflage, 1. Band, 2. Hälfte 1922.
- Müller, P. (1978). *Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und -balken*. Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 83. Birkhäuser Verlag, Basel, Juli 1978, 160 pp.
- Muttoni, A. (1990). *Die Anwendbarkeit der Plastizitätstheorie in der Bemessung von Stahlbeton*. Dissertation, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Bericht Nr. 176. Birkhäuser Verlag, Basel, Juni 1990, 158 pp.
- Muttoni, A., Schwartz, J., Thürlimann, B. (1989). *Bemessen und Konstruieren von Stahlbetontragwerken mit Spannungsfeldern*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Vorlesungsunterlagen, 1989, 134 pp.
- Nielsen, M. P. (1963). "Yield Conditions for Reinforced Concrete Shells in the Membrane State." Non-classical Shell Problems, Proceedings, IASS Symposium, Warsaw 1963. Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1964, pp. 1030-1040.
- Nielsen, M. P. (1984). *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Prentice-Hall Series in Civil Engineering, Englewood Cliffs, New Jersey, 1984, 420 pp.
- Noakowski, P. (1988). *Nachweisverfahren für Verankerung, Verformung, Zwangsbeanspruchung und Rissbreite*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 394. Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1988, 75 pp.
- Otosen, N. S. (1986). "Thermodynamic Consequences of Strain Softening in Tension." *Proceedings*, ASCE, Engineering Mechanics Division, V. 112, No. 11, Nov. 1986, pp. 1152-1164.
- Park, R., Priestley, M. J. N., Gill, W. D. (1982). "Ductility of Square-Confined Concrete Columns." *Proceedings*, ASCE, Structural Division, V. 108, No. 4, April 1982, pp. 929-950.
- Paulay, Th., Bachmann, H., Moser, K. (1990). *Erdbebenbemessung von Stahlbetonhochbauten*. Birkhäuser Verlag, Basel, 1990, 562 pp.
- Peterson, P. E. (1981). *Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials*. Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, Report TVBM-1006, Lund, 1981, 174 pp.
- Rehm, G. (1961). *Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 138. Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1961, 59 pp.

- Richart, F. E., Brandtzaeg, A., Brown, R. L. (1928). *A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stresses*. Engineering Experimental Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin 185, Nov. 1928, 102 pp.
- Ritter, W. (1899). "Die Bauweise Hennebique." *Schweizerische Bauzeitung*, Vol. 17, 1899, pp. 41-43, 49-52 und 59-61.
- Roy, H. E. H., Sozen, M. A. (1965). "Ductility of Concrete." International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, *Proceedings*, ASCE-ACI, ACI-SP 12, Miami, Nov. 1964, pp. 213-224.
- Russwurm, D. (1993). *Betonstähle für den Stahlbetonbau*. Institut für Stahlbetonbewehrung e.V., München. Bauverlag GmbH, Wiesbaden und Berlin, 1993, 342 pp.
- Schlaich, J., Schäfer, K. (1984). "Konstruieren im Stahlbetonbau." *Betonkalender*, W. Ernst, Berlin, 1984, pp. 787-1005.
- Scott, B. D., Park, R., Priestley, M. J. N. (1982). "Stress-Strain Behaviour of Concrete Confined by Overlapping Hoops at Low and High Strain Rates." *ACI Journal*, Vol. 79, No. 1, Jan.-Feb. 1982, pp. 13-27.
- Sheikh, S. A., Uzumeri, S. M. (1980). "Strength and Ductility of Tied Concrete Columns." *Proceedings*, ASCE, Structural Division, V. 106, No. 5, May 1980, pp. 1079-1102.
- Shima, H., Chou, L.-L., Okamura, H. (1987). "Micro and Macro Models for Bond in Reinforced Concrete." *Journal of the Faculty of Engineering*, The University of Tokyo, Vol. XXXIX, No. 2, 1987, pp. 133-194.
- SIA (1993). *Norm 162, Betonbauten*. Norm Ausgabe 1989, Teilrevision 1993. Schweizerischer Ingenieur- und Architektenverein, Zürich, 134 pp.
- Sigrist, V. (1992). *Tastversuche zum Entfestigungsverhalten von Beton unter einachsiger Druckbeanspruchung*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, unveröffentlicht.
- Sigrist, V., Marti, P. (1993). *Versuche zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, IBK Bericht Nr. 202. Birkhäuser Verlag, Basel, November 1993, 90 pp.
- Sigrist, V., Marti, P. (1994). "Ductility of Structural Concrete: A Contribution." Workshop: Development of EN 1992 in Relation to New Research Results and to the CEB-FIP Model Code 1990. *Proceedings*, Czech Technical University, October 1994, pp. 211-223.
- Sigrist, V., Alvarez, M., Kaufmann, W. (1995). "Shear and Flexure in Structural Concrete Beams". *Ultimate Limit State Models – State of the Art Report*. Comité euro-international du béton, Bulletin d'information No. 223, June 1995, 43 pp.
- Siviero, E. (1974). "Rotation Capacity of Monodimensional Members in Structural Concrete." Comité euro-international du béton, *Bulletin d'information*, No. 105, pp. 206-222.
- Somes, N. F. (1970). "Compression Tests on Hoop-Reinforced Concrete." *Proceedings*, ASCE, Structural Division, V. 96, No. 7, July 1970, pp. 1495-1509.
- Tanigawa, Y., Yamada, K. (1981). "Analysis of Stress-Strain Curves of Various Concretes by Endochronic Theory." *Transactions of the Japan Concrete Institute*, Vol. 3, Tokyo, 1981, pp. 179-186.

- Thürlimann, B., Haaijer, G. (1953). *Buckling of Steel Angles in the Plastic Range*. Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, Report No. 205E-3, August 1953, 23 pp.
- Thürlimann, B., Grob, J., Lüchinger, P. (1975). *Torsion, Biegung und Schub in Stahlbetonträgern*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Autographie zum Fortbildungskurs für Bauingenieure aus der Praxis, April 1975, 170 pp.
- Thürlimann, B., Marti, P., Pralong, J., Ritz, P., Zimmerli, B. (1983). *Anwendung der Plastizitätstheorie auf Stahlbeton*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich, Autographie zum Fortbildungskurs, März 1983, 252 pp.
- van Mier, J. G. M. (1986). *Fracture of Concrete under Complex Stress*. Heron, Vol. 31, No. 3, Delft, 1986, 90 pp.
- Vecchio, F., Collins, M. P. (1982). *The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stresses*. University of Toronto, Department of Civil Engineering, Publication No. 82-03, March 1982, 332 pp.
- Vecchio, F., Collins, M. P. (1986). "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear." *ACI Structural Journal*, Vol. 83, No. 2, March-April 1986, pp. 219-231.
- Vonk, R. A. (1993). *A Micromechanical Investigation of Softening of Concrete Loaded in Compression*. Heron, Vol. 38, No. 3, Delft, 1993, 94 pp.
- Walraven, J. C. (1981). "Fundamental Analysis of Aggregate Interlock." *Proceedings, ASCE, Structural Division*, V. 107, No. 11, November 1981, pp. 2245-2270.
- Wang, P. T., Shah, S. P., Naaman, A. E. (1978). "Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression." *ACI Journal*, Vol. 75, No. 11, November 1978, pp. 603-611.
- Zhu, Y. (1991). "The Flexural Strength Function for Concrete Beams: A Closed Form Solution Based on the Fictitious Crack Model." Department of Structural Mechanics and Engineering, *Bulletin* No. 157, The Royal Institute of Technology, Stockholm, 1991, pp. B2-B23.